DIE BERÜCKSICHTIGUNG UNSICHERER DATEN IN PLANUNGSMODELLEN ZUR PRODUKTIONS- UND ABSATZ-PROGRAMMPLANUNG

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Wirtschaftswissenschaften
(doctor rerum oeconomicarum)
der Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Universität des Saarlandes

vorgelegt von
Diplom-Kaufmann
KLAUS HAGEN
aus Opladen

Saarbrücken 1977

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547310_0010

DIE BERÜCKSICHTIGUNG UNSICHERER DATEN IN PLANUNGSMODELLEN ZUR PRODUKTIONS- UND ABSATZ-PROGRAMMPLANUNG

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Wirtschaftswissenschaften
(doctor rerum oeconomicarum)
der Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Universität des Saarlandes

vorgelegt von
Diplom-Kaufmann
KLAUS HAGEN
aus Opladen

Saarbrücken 1977

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Tag der Disputation	14. Juli 1977
Dekan	Prof. Dr. W. Kilger
Erstberichterstatter	Prof. Dr. W. Kilger
Zweitberichterstatter	Prof. Dr. W. Dinkelbach

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1973/77 während meiner Assistententätigkeit am Seminar für Industriebetriebslehre der Universität des Saarlandes in Saarbrücken. Dem Direktor des Seminars für Industriebetriebslehre, meinem verehrten akademischen Lehrer Herrn Prof. Dr. W. Kilger gilt mein herzlicher Dank für die in jeder Hinsicht großzügige Förderung der Arbeit und die mir gewährten vorzüglichen Arbeitsbedingungen. Ferner ist es mir ein Bedürfnis, meinen ehemaligen Kollegen am Seminar für Industriebetriebslehre Herrn Dipl.-Kfm. Dr. D. Nehlsen, Herrn Dipl.-Kfm. R. Engelmann und Herrn Dipl.-Kfm. E. Queissner für ihre ständige Bereitschaft zu klärenden Diskussionen zu danken. Herrn Prof. Dr. K. Dellmann, Herrn Dipl.-Kfm. Dr. K. Reeh und Herrn Dipl.-Vw. G. Matthias schulde ich Dank für wertvolle Anregungen und Hinweise. Für ihre große Geduld und Mühe bei der Obertragung des teilweise schwierigen Manuskriptes in Maschinenschrift danke ich meiner Frau Helga.

Saarbrücken, im August 1977

Klaus Hagen

DIE BEROCKSICHTIGUNG UNSICHERER DATEN IN PLANUNGSMODELLEN ZUR PRODUKTIONS- UND ABSATZ-PROGRAMMPLANUNG

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Grundlagen der kurzfristigen Produktions- und Absatzplanung	1
11. Die Bedeutung der betrieblichen Planung für die industrielle Unternehmung	1
12. Aufgabenstellung und Abgrenzung der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung	8
121. Mathematische Modellanalyse zur Produktions- und Absatzplanung	8
122. Sachliche Abgrenzung des Planungsfeldes	11
123. Zeitliche Abgrenzung des Planungsfeldes	16
124. Räumliche und personelle Abgrenzung des Planungsfeldes	18
13. Der Gesichtspunkt der Operabilität als Anforderung an eine kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung	19
14. Entscheidungstheoretische Grundlagen kurzfristiger Produktions- und Absatzprogrammplanung bei Unsicherheit	22
2. Unsicherheiten und Risiken in den Planungsmodellen der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung	34
21. Zum Begriff der Unsicherheit und des Risikos	34
22. Der Einfluß unsicherer Daten auf die Modellanalyse	43
23. Möglichkeiten und Probleme der Quantifizierung unsicherer relevanter Daten	48
231. Wahrscheinlichkeiten als Maßstab der Unsicherheit	48
232. Die Problematik der Gewinnung von Glaubwürdigkeitsziffern	55
24. Unsichere relevante Daten der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung	80
241. Unsichere Daten des Beschaffungsbereichs	82
242. Unsichere Daten des Produktionsbereichs	88
243. Unsichere Daten des Absatzbereichs	93
25. Zuordnung der mit Unsicherheit belasteten Daten zu den Modellkomponenten der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung	99

Seite

3. Entscheidungsprinzip und Entscheidungskriterien bei Integration unsicherer Daten in die Modellanalyse 108

31. Bemerkungen zur Rationalität 111

32. Das Bernoulli-Prinzip als Rationalprinzip 114

33. Entscheidungsregeln zur Ableitung optimaler Handlungsalternativen 119

4. Möglichkeiten zur Behandlung unsicherer Daten bei der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung 125

41. Konzeptionen zur Offenlegung der Unsicherheiten des Entscheidungsproblems 125

411. Offenlegung der Unsicherheiten ohne Berücksichtigung der Informationen über die Unsicherheit der Daten 125

4111. Das Chancen-Risiko-Konzept 125

4112. Sensitivitätsanalyse und parametrische Programmierung 135

412. Offenlegung der Unsicherheiten des Entscheidungsproblems bei Verarbeitung der Informationen über die Unsicherheit der Daten 161

42. Konzeptionen zur Bewältigung der Unsicherheiten des Entscheidungsproblems 165

421. Bewältigung des Unsicherheitsproblems durch Vernachlässigung von Information über die Unsicherheit der Daten 165

422. Bewältigung des Unsicherheitsproblems durch explizite Einbeziehung der Informationen über die Unsicherheit in den Modellansatz 168

4221. Die Lösungsvorschläge der stochastischen linearen Programmierung 168

42211. Grundkonzeption der stochastischen linearen Programmierung 168

42212. Ersatzzielfunktion der stochastischen linearen Programmierung 172

42213. Das "Verteilungsproblem" der stochastischen linearen Programmierung und seine spezifische Fragestellung 185

Seite

42214. Das "Zuteilungsproblem" und seine spezifische Fragestellung 190

42215. Das Schlupfverfahren als Lösungsansatz 196

42216. Der Lösungsansatz des Chance-Constrained-Programming 198

42217. Der Lösungsansatz des Kompensationsmodells 214

4222. Bewältigung des Unsicherheitsproblems mit Hilfe der Simulation 225

43. Zusammenfassende Beurteilung der Konzeptionen zur Bewältigung des Unsicherheitsproblems und deren Eignung für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung 228

5. Planungsmodelle zu ausgewählten Problemkreisen der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung bei Berücksichtigung unsicherer Daten 230

51. Die Lösung des Standardproblems der Produktions- und Absatzprogrammplanung mit Hilfe des Kompensationsmodells 230

511. Der Aufbau der Zielfunktion des Standardproblems 230

512. Die Ableitung der Entscheidung bei freien Kapazitäten 247

513. Die Ableitung der Entscheidung bei einem Kapazitätsengpaß 253

514. Die Bestimmung des optimalen Produktions- und Absatzprogramms bei mehreren Kapazitätsengpässen 257

52. Analyse der Kompensationsaktivitäten und deren Einfluß auf die Lösung des Entscheidungsproblems 262

521. Kompensationsmöglichkeiten beim Auftreten von Oberschußmengen 263

5211. Strafkosteneinflußgrößen beim Anfall von Oberschußmengen 263

5212. Vernichtung zum Ausgleich von Oberschußmengen 266

5213. Notverkauf zum Ausgleich von Oberschußmengen 266

Seite

5214. Lagerung von Überschußmengen 267

5215. Kombinationsmöglichkeiten 276

522. Kompensationsmöglichkeiten beim Auftreten von Fehlmengen 278

5221. Strafkosteneinflußgrößen beim Anfall von Fehlmengen 279

5222. Ausgleich von Fehlmengen durch Verzicht auf Befriedigung der Nachfrage 282

5223. Ausgleich von Fehlmengen durch Nachlieferung 284

5224. Ausgleich von Fehlmengen durch Fremdbezug 284

5225. Ausgleich von Fehlmengen durch Eigenerstellung 285

5226. Kombinationsmöglichkeiten 290

53. Die Integration von Entscheidungsproblemen der Produktionsvollzugsplanung in das Standardproblem der Produktions- und Absatzprogrammplanung 292

531. Die optimale Wahl zwischen mehreren Fertigungsstellen bei Berücksichtigung der Unsicherheit der Daten 293

5311. Die Problemstellung der Fertigungsstellenauswahl 293

5312. Optimale Fertigungsstellenauswahl bei stochastischen Zielfunktionskoeffizienten 294

5313. Optimale Fertigungsstellenauswahl bei stochastischen Absatzhöchstmengen 295

532. Die optimale Steuerung kapazitätserhöhender Anpassungsprozesse bei unsicheren Absatzhöchstmengen 300

5321. Der Einsatz von Mehrarbeitszeiten 300

5322. Der Einsatz intensitätsmäßiger Anpassungsprozesse 311

533. Die optimale Wahl zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen bei Berücksichtigung unsicherer Absatzhöchstmengen 315

6. Zusammenfassung 319

Verzeichnis der häufig verwendeten Kurzzeichen 322

Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen 326

Literaturverzeichnis 327

1. Grundlagen der kurzfristigen Produktions- und Absatzplanung

11. Die Bedeutung der betrieblichen Planung für die industrielle Unternehmung

Die Planung stellt in der betriebswirtschaftlichen Forschung eine noch recht junge Disziplin dar. Allerdings lassen die Vielfalt der zum Problemkreis der Planung erscheinenden Literatur und das Interesse der Praxis an der Lösung von Planungsproblemen in den letzten Jahren wesentliche Fortschritte sowohl in der Theorie als auch in der praktischen Anwendung erkennen.[1)]

Planung wird heute als ein wesentliches Element des Wirtschaftens aufgefaßt. Im bewußt rationalen Durchdenken, Abwägen und Auswählen von Handlungsmöglichkeiten und deren Folgen findet sich die eigentliche Problematik jeglichen Wirtschaftens. Somit kann eine gute Planung als eine der elementaren Voraussetzungen eines auf die Dauer erfolgreichen Wirtschaftens angesehen werden.[2)]

Verfolgt man das Aufkommen des Planungsgedankens und der praktischen Durchführung betrieblicher Planung, so lassen sich die Wurzeln in den Risiken und Chancen liberalisierter Märkte erkennen. Die Geschäftsleitungen der Unternehmungen erkannten zunehmend, "daß man sich nicht passiv dem Wirtschaftsablauf anpassen durfte, sondern daß es dringend erforderlich war, das betriebliche Geschehen soweit als möglich vorauszuplanen. Nur hierdurch glaubte man sich in der Lage, den größten Gefahren rechtzeitig auszuweichen und zukünftige Chancen früh genug nutzen zu können."[3)]

---

1) Zum Stand der praktischen Anwendung der Unternehmensplanung vgl. ALBACH (Systeme 1969), S. 11 ff.; BROCKHOFF (Planung 1974), S. 838 ff.; MANS (Stand 1973), S. 41 ff.
2) Vgl. WILD (Verfahren 1970), Sp. 1412.
3) KILGER (Flexible 1974), S. 57.

Heute ist die wirtschaftliche Realität gekennzeichnet durch eine starke Entwicklung und ständige Änderung von Produktionsverfahren und Produkten.[1] Die Ursachen sind in der fortschreitenden technischen Entwicklung, im steigenden Lebensstandard und im häufigen Bedarfswandel zu sehen. Die Unternehmen werden gezwungen, sich laufend dieser Entwicklung anzupassen.[2]

Der schnelle Wandel der Realität stellt die Unternehmungen vor eine Reihe von Problemen. Technische Entwicklung und rascher Anstieg der Kosten des Produktionsfaktors Arbeit haben dazu geführt, daß die Unternehmen infolge steigender Kapitalintensität einer hohen Fixkostenbelastung Rechnung tragen müssen.[3] Zunehmende Mechanisierung und Automatisierung bedingen relativ starre Produktionsanlagen, deren Umstellung vielfach nur mit hohen Kosten durchgeführt werden kann. Damit wird der Absatzmarkt infolge der sich schnell verändernden Bedarfsstruktur für die Unternehmen zum Risikoträger.[4] Unter diesem Aspekt bietet die Planung ein Instrument, der mangelhaften Anpassungsfähigkeit des Produktionsbereichs begegnen zu können.

Ein weiterer Grund für das Interesse der Praxis an Planungsproblemen ist in dem in der Vergangenheit zu beobachtenden starken wirtschaftlichen Wachstum und der damit verbundenen Expansion vieler Unternehmen zu sehen.[5] In kleinen Betrieben ist meistens eine Oberschaubarkeit des betrieblichen Ablaufs für die Geschäftsleitung gegeben. Die unternehmerischen Dispositionen sind möglich aufgrund der vorhandenen Detailkenntnisse des Betriebsgeschehens. Expansion über eine bestimmte Betriebsgröße hinaus macht die inner- und auch die außerbetrieblichen Vorgänge weniger, wenn nicht sogar unüberschaubar. Entscheidungen sind dann

---

1) Vgl. MELLEROWICZ (Betriebliche Planung 1970), S. 13.
2) Vgl. AGTHE (Planungsprobleme 1976), S. 361.
3) Vgl. die Erörterung von Ursachen und Folgen der fertigungstechnischen Elastizität bei GUTENBERG (Die Produktion 1973), S. 81 ff.
4) Vgl. MELLEROWICZ (Betriebliche Planung 1970), S. 15.
5) Vgl. KOCH (Wirtschaftsunruhe 1976), S. 330.

nicht mehr allein mit dem berühmten unternehmerischen Fingerspitzengefühl möglich. Die Komplexität der inner- und auch der außerbetrieblichen Vorgänge führt zu der Notwendigkeit, Fakten und Zahlen zu sammeln, zu analysieren und die Entscheidungen darauf aufzubauen.[1] Der Zwang zur Planung wächst in demselben Maß, wie sich der Aufgabenbereich der Unternehmensführung ausweitet und differenziert. Heute ist für die industrielle Unternehmung eine erfolgreiche Geschäftspolitik ohne Produktions-, Absatz- und Finanzplanung undenkbar.[2]

In einer Marktwirtschaft muß unternehmerisches Handeln ausgerichtet sein auf eine Geschäftspolitik, die eine Erhaltung und Festigung des Unternehmens im Markt gewährleistet. Eine entsprechende Gestaltung der zukünftigen Geschäftspolitik setzt Planung voraus. Erfolgt eine schriftliche Niederlegung der Geschäftspolitik in systematischer Form, so zwingt die Formalisierung des Planungsprozesses zu einem systematischen Durchdenken des Betriebsgeschehens und zu einer aktiven Gestaltungsaufgabe im Hinblick auf die gesetzten Planziele.[3] Dieses Merkmal der Aktivität äußert sich z.B. sehr deutlich in dem Tatbestand, daß für ein planendes Unternehmen der Unternehmenserfolg als Zielgröße am Anfang einer Planungsperiode deklariert wird und nicht nur am Ende des Jahres als Ergebnis hingenommen wird.[4]

Das entscheidende Argument für die betriebliche Planung ist die Ungewißheit der Zukunft. In Unkenntnis der zukünftigen Entwicklung sind in den Unternehmungen laufend Entscheidungen zu treffen, deren Auswirkungen weit in die Zukunft ragen. Dabei kann a-priori nur auf Erfahrungswerte der Vergangenheit zurückgegriffen werden. Die Erfahrung lehrt zugleich, daß sich die Vergangenheit nicht nach dem gleichen Schema wiederholt. Schon der Versuch, die Zukunft aktiv zu gestalten, vermittelt ein Sicherheitsgefühl gegen

1) Vgl. RKW (Planung in amerikanischen Unternehmen 1962), S. 9.
2) Vgl. GUTENBERG (Die Produktion 1973), S. 148.
3) Vgl. RKW (Planung bei Schaub 1962), S. 11.
4) Vgl. RKW (Planung in amerikanischen Unternehmen 1962), S. 10.

die Ungewißheit.[1] Eine planvolle Gestaltung der zukünftigen Geschäftspolitik kann deshalb als Instrument zur Bewältigung der Ungewißheit eingesetzt werden. Man muß "alle nur möglichen Mittel und Verfahren anwenden, um die Zukunft zu erkennen, wenn die Erfassung auch keine vollkommene sein kann. Es gibt - das sei mit Nachdruck festgestellt - gegen die Ungewißheit der Zukunft kein besseres Mittel als die Planung: Die Ungewißheit der Zukunft zwingt zur Planung."[2]

Allgemein lassen sich Vorteile und Bedeutung der Planung für die industrielle Unternehmung in den folgenden fünf Punkten zusammenfassen:[3]

1. Planung dient zur Minderung des Risikos von Fehlentscheidungen bzw. zur Erhöhung der Erfolgswahrscheinlichkeit, gesetzte Ziele zu erreichen. Sie soll die Effizienz menschlichen Handelns bzw. des Einsatzes knapper Ressourcen erhöhen.[4]

2. Die Planung stellt ein Instrument antizipativer, zeitlich vorgezogener Problemanalyse und Problemlösung dar. Durch das Schaffen und das Durchleuchten zukünftiger Handlungsspielräume sollen Risikofaktoren aufgezeigt und reduziert werden.

3. Das frühzeitige Aufzeigen von Risikofaktoren und Handlungsspielräumen durch die betriebliche Planung erhöht die Anpassungsmöglichkeiten der Unternehmung, da sie sich mit verminderten Sach- und Zeitzwängen auf die Entwicklung der Umwelt einstellen kann.

4. Durch die Planung werden zukünftige Handlungsalterna-

---

1) Vgl. MELLEROWICZ (Betriebliche Planung 1970), S. 14.
2) MELLEROWICZ (Angewandte betriebswirtschaftliche Planung 1966), S. 469; Vgl. auch KOCH (Wirtschaftsunruhe 1976), S. 331 f., der die strukturelle "Klimaverschlechterung" der letzten Jahre als zusätzlichen Unsicherheitsfaktor ansieht, da sie die Unternehmungen zwingt, sich auf die künftigen instabileren Verhältnisse einzustellen.
3) Vgl. WILD (Grundlagen 1974), S. 15 ff.
4) Vgl. auch KOSIOL (zur Problematik 1967), S. 80, der Planung als den Kernprozeß ökonomischer Dispositionen ansieht und hieraus den engen Zusammenhang zwischen Planen und Wirtschaften ableitet.

tiven festgelegt. Dies führt unter den Mitarbeitern zu einer Stabilisierung der Verhaltenserwartungen. Das Handeln der einzelnen Individuen innerhalb des Systems Unternehmung wird weniger ungewiß, wenn es gelingt, die Mitarbeiter zu einem plankonformen Verhalten zu motivieren.

5. Der durch Interdependenzen sachlicher, zeitlicher, räumlicher und personeller Art in einer Unternehmung wirkende Problemverbund führt bei aufeinander abgestimmten Einzelmaßnahmen zu einem höheren Zielerreichungsgrad als bei isoliert getroffenen Einzelentscheidungen. Die Integration der Einzelentscheidungen in einen Gesamtplan (Programm) bewirkt Synergieeffekte, da durch die integrierte Planung infolge der Komplexität des Problems entweder überhaupt erst eine Zielerreichung gewährleistet oder aber infolge aufeinander abgestimmter Teilpläne ein höherer Zielerreichungsgrad möglich wird.

Die meisten betriebswirtschaftlichen Autoren stellen bei der Diskussion des Planungsbegriffes heraus, daß Planung als ein systematisch-methodischer Prozeß der Erkenntnis und Lösung von Zukunftsproblemen angesehen wird.[1] Planung wird als geistige Vorwegnahme zukünftiger Aktivitäten, als ein vorbereitendes Denkhandeln hinsichtlich der Mittel und Wege zur Realisierung der angestrebten Ziele, aufgefaßt.[2] So weist KILGER der betrieblichen Planung die Aufgabe zu, "das Betriebsgeschehen unter Zugrundelegung bestimmter Zielsetzungen auf der Basis erwarteter Plandaten im voraus für alle Teilbereiche und damit für die Gesamt-

---

1) Vgl. WILD (Grundlagen 1974), S. 13.
2) Vgl. EISENACH (Steuerplanung 1974), S. 13; KOSIOL (Zur Problematik 1967), S. 79.

unternehmung festzulegen."[1)]

Das gedankliche Ordnen und Durchdringen von Entscheidungsproblemen vollzieht sich in mehreren Planungsstufen.[2)] Die Zerlegung des Planungsprozesses in einzelne unterscheidbare, aber zusammenhängende Planungsphasen soll die komplexe Problemstruktur des Planungsprozesses überschaubar machen.[3)] Eine Notwendigkeit für eine einheitliche Phasengliederung des Planungsprozesses besteht nicht. Die in der Literatur zu findenden Phaseneinteilungen stellen lediglich Hilfsmittel dar, um die für Entscheidungen notwendigen Informationen besser suchen, beschaffen und kanalisieren zu können.[4)] Ausgehend von der obigen Definition der Planung wollen wir die folgenden wesentlichen Planungs-

1) KILGER (Optimale 1973), S. 15. In der umfangreichen Literatur zur Planung finden sich verschiedene Auffassungen zu Inhalt und Aufgaben der Planung. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 26, unterscheidet (1) Planung nur als Prognose, (2) Planung als Prognose und Analyse der Handlungsmöglichkeiten, (3) Planung als Prognose, Analyse und Entscheidung, (4) Planung als Prognose, Analyse, Entscheidung und Kontrolle. Dabei stellt die dritte Auffassung die überwiegend vertretene Meinung dar, der wir uns anschließen wollen. Vgl. weiterhin GÄLWEILER (Unternehmensplanung 1974), S. 15 ff.; GROCHLA (Planung 1964), S. 315; GUTENBERG (Die Produktion 1973), S. 6 f. und S. 148; KOCH (Planung 1961), S. 9 ff.; MELLEROWICZ (Betriebliche Planung 1970), S. 13 ff.; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 17; WEBER (Spannweite 1964), S. 716 ff.; WILD (Verfahren 1970), Sp. 1412 ff.; WILD (Grundlagen 1974), S. 12 ff.

2) Vgl. WILD (Grundlagen 1974), S. 13, der den Planungsprozeß als einen arbeitsteiligen sozialen Interaktionsprozeß kennzeichnet.

3) W. MAG bezeichnet die Planung des Planungsvollzugs als Metaplanung. Vgl. MAG (Planungsstufen 1971), S. 803.

4) Vgl. MAG (Planungsstufen 1971), S. 830.

phasen [1] unterscheiden:

- Abgrenzungsphase
- Zielbildungsphase
- Datengewinnungsphase
- Beurteilungsphase
- Entscheidungsphase.

In einer ersten Planungsphase muß eine exakte Festlegung, Abgrenzung und Kennzeichnung des Planungsproblems erfolgen. Daran anschließend sind die Ziele festzulegen, die dem Aufbau der Pläne zugrundegelegt werden sollen. In einer weiteren Phase müssen Handlungsalternativen herausgearbeitet und die relevanten Daten des Planungsproblems zusammengetragen werden. Als nächste Phase kann die Beurteilung der einzelnen Handlungsalternativen im Hinblick auf die Zielsetzungen angesehen werden. In einer letzten Phase erfolgt die Auswahl geeigneter Handlungsalternativen und damit die Festlegung des Betriebsgeschehens für die Zukunft.[2]

Das Problem unsicherer Daten und ihrer Berücksichtigung bei der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung berührt jede dieser Phasen.

---

1) Zur Vielfalt der vorgelegten Schemata für eine Gliederung des Planungsprozesses vgl. GÄLWEILER (Unternehmensplanung 1974), S. 174 f.; HAX (Unternehmensplanung 1966), S. 447 ff.; HEINEN (Zielsystem 1976), S. 27; KOCH (Planung 1961), S. 27 ff.; MAG (Planungsstufen 1971), S. 806; MELLEROWICZ (Betriebliche Planung 1970), S. 161; SCHNEIDER (Investition 1974), S. 24 ff.; WILD (Verfahren 1970), Sp. 1416 f.; WILD (Grundlagen 1974), S. 32 ff.; WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S. 64 f.

2) In der neueren Literatur zur betrieblichen Planung findet sich häufig die Interpretation der Planung als Bestandteil des unternehmerischen Führungsprozesses in Form eines Regelkreissystems. Über die von uns zugrunde gelegten Planungsphasen hinausgehend findet man dann zusätzlich die Planungsphasen: Durchsetzung, Realisation, Kontrolle und Abweichungsanalyse. Vgl. z.B. WILD (Grundlagen 1974), S. 35 ff.

12. Aufgabenstellung und Abgrenzung der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung

121. Mathematische Modellanalyse zur Produktions- und Absatzplanung

Gegenstand der Produktions- und Absatzplanung ist die Auswahl produktions- und absatzwirtschaftlicher Aktionsvariablen unter Berücksichtigung der von der Unternehmung zugrunde gelegten Ziele. Für den Planungsvorgang hat E. GUTENBERG die folgenden Grundsätze herausgearbeitet:[1)]

1. Die Planung muß vollständig sein.
2. Die Planung muß alle Interdependenzen zwischen den Teilbereichen der Unternehmung berücksichtigen.
3. Aus der Beachtung der Interdependenzen folgt zwangsläufig das Ausgleichsgesetz der Planung.

Diese Grundsätze betreffen das Planungsfeld. Jedes Planungsproblem bezieht sich auf ein bestimmtes Planungsfeld.[2)]

Erkennt man die Grundsätze der Planung als richtig an, muß die notwendige Konsequenz für die Planung sein, alle Entscheidungsvariablen der Unternehmung simultan in die Planung einzubeziehen. Dies gilt sowohl in sachlicher und zeitlicher als auch in räumlicher und personeller Hinsicht. Ein Planungsansatz, der diese Forderung exakt erfüllt, ist identisch mit einem Totalmodell der Unternehmung.

Zweifellos ist die Bewältigung der betrieblichen Planungsaufgabe infolge der Komplexität des unternehmerischen Planungsfeldes nur noch im Wege der Modellanalyse möglich.[3)]

---

1) Vgl. GUTENBERG (Die Produktion 1973), S. 149 ff.
2) Vgl. MAG (Planungsstufen 1971), S. 807 ff.
3) Vgl. GROCHLA (Modelle 1969), S. 391.

So zeigt sich denn auch eine deutliche Tendenz zur Kalkülisierung und Mathematisierung[1] der betrieblichen Planung. Die zunehmende Durchdringung der betriebswirtschaftlichen Theorie und Praxis mit mathematischen Methoden und Denkweisen[2] führt zwangsläufig zu komplexen, integrierten Entscheidungsmodellen.[3] Als Ideal wird das Totalmodell angesehen, das alle Entscheidungsvariablen der Unternehmung uno actu festlegt.[4]

Insbesondere zwei Argumente machen die Forderung nach einer Totalplanung der Unternehmung verständlich. Einmal sind theoretisch einwandfreie Entscheidungen nur bei Beachtung sämtlicher Interdependenzen zwischen den Entscheidungsvariablen möglich. Zum anderen weisen die nur Partialmodelle darstellenden Lösungsansätze häufig eine mangelnde Isomorphie zwischen realer Problemstruktur und Modellstruktur auf.[5] Dennoch bleibt die Ganzheitsbetrachtung letztlich Illusion.[6] Das Instrumentarium der Betriebswirtschaftslehre ist nicht so vollkommen, daß ein komplexes, integriertes Unternehmensmodell in allen Variablen optimiert werden könnte.[7] Die Theorie liefert bislang keine geschlossene Analyse der funktionalen Abhängigkeiten der verschiedenen Unternehmensbereiche. Mangelnde Voraus-

---

1) Vgl. GROCHLA (Modelle 1969), S. 383.
2) Dies hat bereits zur Warnung vor der Oberbetonung des logisch-formalen Aspektes zu Lasten des empirisch-materiellen Aspektes der Informationsgewinnung geführt. Vgl. KOSIOL (Zur Problematik 1967), S. 79.
3) Vgl. KRÜSKE (Integrierte Unternehmensplanung 1970), S. 267.
4) Vgl. GROCHLA (Modelle 1969), S. 391.
5) Vgl. KRÜSKE (Integrierte Unternehmensplanung 1970), S. 267; KERN (Kennzahlensysteme 1971), S. 711. Zur Isomorphie von Modellen vgl. DINKELBACH (Modell 1973), S. 153 ff.; KOSIOL (Modellanalyse 1961), S. 321.
6) Vgl. HAX (Bewertungsprobleme 1967), S. 751.
7) Vgl. STUHR (Produktionsplanung 1967), S. 113.

sicht und unvollkommene Information schließen ein zeitliches Totalmodell aus.[1)]

Mit fortschreitendem Planungshorizont werden die relevanten Daten und Ziele durch einen zunehmenden Unsicherheitsgrad belastet[2)], der die Ergebnisse eines solchen Modells äußerst fragwürdig erscheinen lassen muß. Weitere Restriktionen für die Verwirklichung des Totalmodells stellen die begrenzte Rechen- und Planungskapazität des Menschen und der ihm zur Verfügung stehenden Hilfsmittel dar. Selbst wenn es gelänge das Totalmodell zu formulieren, wäre es infolge der dann nicht mehr rechenbaren Modellgröße nicht operabel.[3)]

Der Widerstreit zwischen logischer Konsistenz und Operationalität[4)] macht somit einen Kompromiß erforderlich. Vereinfachungen werden unvermeidlich. Der Gesichtspunkt der Operabilität fordert Verzicht auf letzte theoretische Exaktheit.[5)] Andererseits können erst nach Feststellung dessen, was theoretisch einwandfrei ist, Vereinfachungen, die eine Operationalität sicherstellen, vorgenommen werden.[6)] Beschränkt man die Formulierung von Planungsmodellen auf einen Subbereich der Unternehmung und werden die Interdependenzen zu anderen Bereichen nicht simultan berücksichtigt, so ist eine optimale Entscheidung für die Gesamtunternehmung in der Regel nicht mehr gewährleistet. Durch die Beschränkung auf einen bestimmten unternehmerischen Subbereich wird es häufig jedoch überhaupt erst möglich, zumindest eine Teiloptimierung durchzuführen.[7)]

---

1) Vgl. KRÜSKE (Integrierte Unternehmensplanung 1970), S. 267; in zeitlicher Hinsicht kann Unternehmensplanung aufgrund der üblicherweise zugrunde gelegten Going-Concern-Hypothese immer nur zeitliche Partialmodelle umfassen. Zur Going-Concern-Hypothese vgl. FREMGEN (Going-Concern 1968); MATTESSICH (Grundlagen 1970), S. 99 f.
2) Vgl. STUHR (Produktionsplanung 1967), S. 113.
3) Vgl. KRÜSKE (Integrierte Unternehmensplanung 1970), S.268.
4) Zum Begriff der Operationalität vgl. Kapitel 13.
5) Vgl. KRÜSKE (Integrierte Unternehmensplanung 1970), S. 268, SCHNEIDER (Investition 1974), S. 432.
6) Vgl. KRÜSKE (Integrierte Unternehmensplanung 1970), S.273.
7) Vgl. KOCH (Unternehmensplanung 1963), S. 7, der Partialmodelle als typisch für den derzeitigen Stand der betriebswirtschaftlichen Forschung charakterisiert.

Die im folgenden darzustellenden Planungsprobleme der Produktions- und Absatzprogrammplanung sollen als mathematische Entscheidungsmodelle formuliert werden.[1] Wenn die Planungsmodelle praktisch lösbar sein sollen, müssen sie auf einen betrieblichen Teilbereich beschränkt werden. Das bedeutet, daß nur ein Teil der Aktionsvariablen berücksichtigt werden kann.[2] Deshalb ist es erforderlich, das Planungsfeld exakt abzugrenzen. Dies geschieht in sachlicher, zeitlicher, räumlicher und personeller Hinsicht.

122. Sachliche Abgrenzung des Planungsfeldes

Die sachliche Abgrenzung des Planungsfeldes wirft insbesondere die Fragen auf, welche betrieblichen Teilpläne in die Produktions- und Absatzprogrammplanung einzubeziehen sind und welche Interdependenzen durch die Ausklammerung der übrigen Teilbereiche durchtrennt werden.

Die Planungsaufgaben einer Unternehmung können funktional in zwei große Gruppen gegliedert werden. Man unterscheidet güterwirtschaftliche Funktionen und die finanzwirtschaftliche Funktion.[3] Zu den güterwirtschaftlichen Funktionen zählen Beschaffung, Produktion und Absatz, die finanzwirtschaftliche Funktion beinhaltet alle Entscheidungen, die die Zahlungsströme der Unternehmung beeinflussen.

In dieser Arbeit sollen die Planungsprobleme des Finanzbereiches ausgeklammert werden. Bei den leistungswirtschaftlichen Funktionen sollen die Bereiche Leistungserstellung (Produktion) und Leistungsverwertung (Absatz) herausgegriffen werden. Die Planungsprobleme der Beschaffung werden also ebenfalls ausgeklammert.[4] Der Untersuchungsbe-

1) KOSIOL spricht in diesem Falle von einer quantitativen, modellmäßigen Problemanalyse. Vgl. KOSIOL (Modellanalyse 1961), S. 321.
2) Vgl. HAX (Bewertungsprobleme 1967), S. 751.
3) Vgl. ALBACH (Einführung 1968), S. 125, der auch auf die Abgrenzungsschwierigkeiten der einzelnen Funktionen hinweist.
4) Dies gilt insbesondere für Investitionsprobleme sowie für die speziellen Fragen des Beschaffungsbereichs.

reich weist damit die wesentliche Eigenschaft auf, daß "die unternehmensinterne, weitgehend technisch determinierte Produktionsaufgabe ... mit dem unternehmensexternen, vorwiegend verhaltensorientierten Marktgeschehen verknüpft" wird. [1)]

Die Ausklammerung der finanzwirtschaftlichen Funktion erscheint aus zwei Gründen sinnvoll. Erstens ist die Finanzplanung auf andere Fristigkeiten abgestellt, zum anderen berührt der finanzwirtschaftliche Bereich der Unternehmung alle Teilbereiche. Die Zahlungsströme der Unternehmung resultieren aus und tangieren auch oben abgegrenzte Teilbereiche, so daß eine Einbeziehung der Finanzierung, will man ihrem gesamtunternehmensbezogenen Charakter Rechnung tragen, die oben durchgeführte Abgrenzung wieder aufheben würde.

Die Planung der Leistungserstellung umfaßt die Produktionsprogrammplanung, die Produktionsvollzugsplanung und die Bereitstellungsplanung.[2)] Die Produktionsprogrammplanung legt die nach Arbeitsgängen und Teilperioden differenzierten Produktionsmengen und Qualitäten der einzelnen Produktarten fest.[3)] Die Produktionsvollzugsplanung bestimmt, wie (mit welchem Verfahren), wo (in welchem Zweigwerk bzw. Betriebsteil, auf welcher Maschine) und wann (mit welcher zeitlichen Terminierung) die Fertigung erfolgen soll. Die Aufgabenbereiche der Produktionsvollzugsplanung lassen sich also charakterisieren als Verfahrensplanung, Planung der räumlichen Verteilung der Produktionsaufträge und Planung der zeitlichen Verteilung der Produktionsaufträge.[4)] Die Bereitstellungsplanung stellt die Verbindung zwischen Produktionsplanung und Beschaffung dar. Sie hat die Aufgabe, den erforderlichen Faktoreinsatz mit den vorhandenen Kapazitäten und den zu beschaffenden Produktionsfaktoren abzustimmen.[5)]

---

1) RIEPER (Entscheidungsmodelle 1973), S. 14.
2) Vgl. die Differenzierung E.GUTENBERGS in Programm-, Bereitstellungs- und Prozeßplanung. Vgl. GUTENBERG (Die Produktion 1973), S. 149.
3) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 32.
4) Vgl. ebenda, S. 40 Obersicht 2.
5) Vgl. ebenda, S. 46.

Aus dem Gesamtkomplex der Produktionsplanung werden zunächst die Planungsprobleme der Programmplanung herausgegriffen. Später sollen dann spezielle Fragen der Produktionsvollzugsplanung integriert werden. Wir unterstellen dabei Betriebe mit Massen- oder Serienfertigung standardisierter Erzeugnisse. Auf die bei Auftrags- oder Einzelfertigung auftretenden speziellen Probleme der Produktions- und Absatzplanung wird nicht eingegangen.[1)]
Für die Produktionsprogrammplanung ergeben sich zunächst die folgenden wesentlichen Fragestellungen:

- Welche Erzeugnisse sollen ins Produktionsprogramm aufgenommen werden? (qualitative Programmplanung)
- Welche Mengen dieser Erzeugnisse sollen produziert werden? (quantitative Programmplanung)

Die Planung der Leistungsverwertung (Absatz) beinhaltet die marktliche Verwertung von Sachgütern oder Dienstleistungen.[2)] Als Hilfsmittel dient hierzu das absatzpolitische Instrumentarium[3)], zu dem Absatzmethode, Produktgestaltung, Werbung und Preispolitik zählen.[4)] Mit diesen absatzpolitischen Instrumenten sind die Möglichkeiten der Einflußnahme auf den Absatz herausgestellt. Absatzmethode

---

1) Grundlage der Produktions- und Absatzplanung bei Auftrags- und Einzelfertigung bilden der jeweilige Auftragsbestand bzw. die vorliegenden Kundenanfragen oder auch-Angebote, so daß die Planung von Produktions- und Absatzprogramm grundsätzliche Besonderheiten aufweisen. Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 22 f.; Zur Problematik der Produktions- und Absatzplanung bei Einzel- und Auftragsfertigung vgl. CZERANOWSKI (Programmplanung 1974), HAX (Preisuntergrenzen 1973), S. 61-80, JACOB (Einzelfertigung 1971), S. 495-516 , KAMBARTEL (Angebotsplanung 1973), KILGER (Produktionsprogrammplanung 1975), S. 121-140, LAUX (Auftragsselektion 1971), S. 164-180.
2) Vgl. GUTENBERG (Der Absatz 1976) S. 1 .
3) Vgl. ebenda, S. 8 ff.
4) Zur Erweiterung bzw. einer anderen Gliederung der absatzpolitischen Instrumente durch einige Autoren vgl. ARBEITSKREIS HAX DER SCHMALENBACHGESELLSCHAFT (Entscheidungen 1966), S. 759 ff.; BANSE (Vertriebspolitik 1962), Sp. 5988 ff.; NIESCHLAG, DICHTL, HÖRSCHGEN (Marketing 1971), S. 113 ff.; SUNDHOFF (Absatzbindungen 1968), S. 489; WÖHE (Einführung 1973), S. 382, gliedert die absatzpolitischen Mittel in Preispolitik und Präferenzpolitik. Vgl. auch das System der Marktinstrumente bei TIETZ (Marketing-Politik 1975), S. 795 ff.

und langfristige Sortimentsgestaltung scheiden bei einer kurzfristigen Betrachtung als Instrumentalvariablen aus. Somit verbleiben als Teilbereiche der Leistungsverwertung die Produktdifferenzierung, der Werbeeinsatz und die Preispolitik.

Aus dem Bereich der Leistungsverwertung ergeben sich als wesentliche Fragestellungen:

- Welche Absatzmengen sollen für die einzelnen Erzeugnisse vorgesehen werden? Die Verbindung zwischen Produktions- und Absatzmengen führt dann zwangsläufig zur Frage nach den Lagermengen für Halb- und Fertigfabrikate.
- Welche Preise sollen für die ins Programm aufgenommenen Erzeugnisse angesetzt werden?
- Welcher Grad an Produktdifferenzierung soll für die einzelnen Grunderzeugnisse gewählt werden?
- Welche Werbemittel sollen mit welchem Werbeaufwand eingesetzt werden?

Aus den angeführten Fragen für die Planung der Leistungserstellung und die Planung der Leistungsverwertung wird ersichtlich, daß das Planungsfeld der Produktionsprogramm- und Absatzplanung immer noch eine derartige Vielzahl an Aktionsvariablen umfaßt, daß eine simultane Planung nicht möglich ist. Wir wollen daher in Anlehnung an KILGER[1)] folgende weitere Abgrenzungsstufen des Planungsfeldes für die Integration des Absatzbereiches unterscheiden. In einer ersten Abgrenzungsstufe werden Produktions- und Absatzplanung isoliert voneinander durchgeführt. Dem Produktionsbereich werden die Absatzmengen fest vorgegeben. Dies bedeutet, daß über Absatzmengen und Einsatz des absatzpolitischen Instrumentariums ohne Beachtung der Interdependenzen zum Produktionsbereich vorab entschieden wur-

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 77 f.

de, oder aber infolge bestehender Lieferverträge die Absatzmengen fest vorgegeben sind. Für eine zweite Abgrenzungsstufe wird davon ausgegangen, daß über den Einsatz des absatzpolitischen Instrumentariums ebenfalls isoliert von der Produktionsplanung vorab entschieden ist, die aus der Absatzplanung resultierenden Absatzmengen, deren Unterschreitung möglich ist, jedoch in Form von Höchstmengen vorgegeben werden. Damit wird in der zweiten Abgrenzungsstufe eine Abstimmung von Absatz- und Produktionsmengenplanung möglich. Eine integrierte Produktions- und Absatzplanung soll einer dritten Abgrenzungsstufe vorbehalten bleiben. Der Integration von Preisabsatz- und Werbewirkungsfunktionen in Planungsmodelle zur Produktions- und Absatzplanung[1] stehen zur Zeit noch erhebliche Schwierigkeiten entgegen.[2] Diese Schwierigkeiten resultieren weniger aus logisch-formalen als vielmehr aus empirisch-materiellen Oberlegungen. Die umfangreiche Literatur zum Einsatz von Marketing-Modellen läßt erkennen, daß eine Ableitung relevanter Daten für eine integrierte Produktions- und Absatzprogrammplanung nur zum Teil mit hinreichender Genauigkeit möglich ist.[3] Auf eine Einbeziehung der Absatzaktivitäten in die Produktions- und Absatzprogrammplanung soll deshalb verzichtet werden.

Die in dieser Weise erfolgte Einengung der Aufgabenstellung stellt die Frage nach dem qualitativen und quantitativen Produktions- und Absatzprogramm in den Vordergrund.

---

1) Die Integration von Preisabsatzfunktionen in Modelle zur Produktions- und Absatzprogrammplanung findet man bei KILGER (Preispolitik 1973), S. 189 ff.

2) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 78 und S. 578 f., der darauf hinweist, daß sich die Wirkungen absatzpolitischer Maßnahmen zur Zeit weder mit hinreichender Genauigkeit erfassen noch voneinander isolieren lassen. Vgl. ebenfalls MEFFERT (Anwendung 1971), S. 94 ff.

3) Vgl. BUCHMANN (Marketing-Mix 1973), insb. S. 38 ff. und S. 156 ff., der deutlich macht, daß die quantitative Bewältigung von Marketing-Problemen zur Zeit mit erheblichen operationalen Schwierigkeiten behaftet ist, so daß mit Ausnahme des Werbe-Submixbereiches vorwiegend qualitative Methoden eingesetzt werden müssen.

Eine Erweiterung des Planungsfeldes,insbesondere um Fragen der Produktionsvollzugsplanung, ist damit nicht ausgeschlossen und kann schrittweise erfolgen.

123. Zeitliche Abgrenzung des Planungsfeldes

Die bisherige Abgrenzung des Planungsfeldes betraf lediglich die Abgrenzung der Fragestellungen in funktionaler, sachlicher Hinsicht. Die Planung gestaltet das Unternehmensgeschehen jedoch auch gleichzeitig in zeitlicher Hinsicht. Für die zeitliche Dimensionierung des Planungsfeldes sind drei Größen maßgeblich[1)]

- die Ziele (Handlungsmotive)
- die Bedeutung des Entscheidungsproblems für die Unternehmung und
- die Möglichkeiten der Bereitstellung der für die Entscheidungen relevanten Daten.

Bei der Frage nach dem Planungszeitraum soll eine Abgrenzung auf die k u r z f r i s t i g e Produktions- und Absatzprogrammplanung erfolgen. Kurzfristig bedeutet dabei in Anlehnung an KILGER, daß zum Planungsfeld keine Handlungsalternativen zählen, die das Betriebsgeschehen für einen längeren Zeitraum in der Weise festlegen, daß die Ausgangssituation der Planung ohne negative Wirkungen auf die Zielgrößen erst nach Ablauf bestimmter Nutzungsdauern wieder rückgängig gemacht werden kann.[2)] Für die Produktions- und Absatzprogrammplanung bedeutet diese Abgrenzung, daß die Kapazitäten des Produktions- und Absatzbereiches sowie die Grundstruktur des Produktions- und

1) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 46 ff.
2) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 19. Diese Definition der kurzfristigen Planung weist weitgehende Übereinstimmungen mit den Ergebnissen E.GUTENBERGS auf, der sich bei der Erörterung von kurz- und langfristiger Periode mit den von Marshall geprägten Begriffen short-run und long-run Periode auseinandersetzt. Vgl. GUTENBERG (Die Produktion 1973), S. 421 f.

Absatzprogramms als auch langfristig bindende sonstige Maßnahmen des Produktions- und Absatzbereiches nicht zu den Handlungsalternativen des Planungsfeldes zählen.[1] Die so erfolgte zeitliche Abgrenzung des Planungsfeldes vernachlässigt die Bezugnahme auf die in der Praxis gebräuchliche kalenderzeitmäßige Periodeneinteilung völlig.[2] Auf die gleichzeitige Berücksichtigung dieser kalenderzeitmäßigen Betrachtung kann jedoch nicht vollständig verzichtet werden, da die für die Produktions- und Absatzprogrammplanung relevanten Daten zum großen Teil dem jährlich bzw. monatlich periodisierten Rechnungswesen entstammen.

Die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung soll aus diesen Gründen durch zwei Merkmale gekennzeichnet sein. Einmal bedeutet kurzfristig Verzicht auf Handlungsmöglichkeiten, die das Betriebsgeschehen langfristig determinieren, zum anderen Obereinstimmung mit den Perioden des betrieblichen Rechnungswesens. Eine in dieser Weise definierte kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung wird im allgemeinen den Zeitraum von einem Jahr beinhalten.[3]

Bei dieser Festlegung des zeitlichen Planungsfeldes darf nicht übersehen werden, daß zwangsläufig eine Reihe zeitlich-vertikaler Interdependenzen unberücksichtigt bleiben, bzw. durchtrennt werden. Die zeitliche Abgrenzung des Planungsfeldes bedingt, daß die jenseits des Planungshorizonts liegenden Dispositionsmöglichkeiten nicht explizit im Modell abgebildet werden können.[4] Auf der einen Seite wird die zeitliche, aber auch die sachliche Aus-

---

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 19.
2) In der Praxis wird die Periodeneinteilung i.d.R. wie folgt vorgenommen: bis zu einem Jahr = kurzfristig, bis zu 2 (3,4,5) Jahren = mittelfristig, über 5 Jahre = langfristig. Vgl. auch MELLEROWICZ (Betriebliche Planung 1970), S. 148 ff.
3) Eine abweichende kurzfristige Periodenlänge aufgrund besonderer betrieblicher Gegebenheiten ist damit nicht ausgeschlossen.
4) Vgl. LAUX/FRANKE (Erfolg 1970), S. 32.

dehnung des Planungsfeldes von den verfügbaren Informationen bestimmt. Andererseits ist der Informationsbedarf wieder von dem durch das Planungsfeld festgelegten Planungsproblem abhängig.[1] Die zwischen diesen Größen bestehenden Interdependenzen verlangen theoretisch eine simultane Bestimmung von Informationsbedarf und Planungsfeld.

124. Räumliche und personelle Abgrenzung des Planungsfeldes

Neben sachlicher und zeitlicher Abgrenzung wird auch eine räumliche Abgrenzung des Planungsfeldes erforderlich. Der räumliche Bezug des Planungsfeldes beantwortet die Frage, ob die gesamte Unternehmung, ein Zweigwerk, eine Werkstatt innerhalb eines Werkes oder sogar nur eine Abteilung in die Planung einbezogen werden soll.[2] Eng verbunden damit ist die Frage nach zentraler oder dezentraler Planung im Unternehmen. Grundsätzlich soll im folgenden ein zentraler Aufbau der Planung unterstellt werden, auf die Abstimmungsproblematik dezentral durchgeführter Planung wird nicht eingegangen.[3]

Letztlich ist eine personelle Abgrenzung des Planungsfeldes durchzuführen. Damit stellt sich die Frage nach dem Entscheidungsträger. Neben der Prämisse einer zentralen Unternehmensplanung soll davon ausgegangen werden, daß die Auswahl der Entscheidungen vom "Unternehmer" gefällt wird.[4] In der Realität werden Entscheidungen vielfach nicht durch Einzelpersonen, sondern durch Gruppen herbeigeführt. Die aus der Organisation des Entscheidungsprozesses resultierenden Probleme[5] sollen ebenfalls ausgeklammert bleiben.

---

1) Vgl. MAG (Planungsstufen 1971), S. 809.
2) Vgl. ebenda, S. 809.
3) Vgl. hierzu POENSGEN (Geschäftsbereichsorganisation 1973); Zur Verrechnungspreisproblematik vgl. auch KILGER (Beitrag 1973), S. 533 ff.
4) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 38.
5) Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 176 ff. und 413 ff.; SCHMIDT (Instrumentalfunktion 1967), S. 233, bringt die Problematik des Entscheidungsprozesses zum Ausdruck, wenn er feststellt, daß der Mensch sich der Unternehmung als Instrument zur Verfolgung seiner persönlichen Ziele bedient.

13. Der Gesichtspunkt der Operabilität als Anforderung an eine kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung

Wenn wir davon ausgehen, daß im folgenden Produktions- und Absatzprogramm-Entscheidungen, die der Unternehmer infolge der Komplexität und der in ihren Wirkungen unüberschaubaren Interdependenzen in den meisten Fällen rein intuitiv treffen müßte, durch die Formulierung von Planungsmodellen wenigstens teilweise auf eine rationale Ebene gestellt werden sollen,[1] so ist dabei zu berücksichtigen, daß jede modellmäßig abgeleitete Entscheidung den Einschränkungen und Grenzen unterliegt, die durch eine Abbildung der Realität unumgänglich werden.[2] Eine modellmäßige Analyse von Entscheidungen ist erst dann für den Entscheidenden von Wert, wenn eine Isomorphie von Modell und Realität wenigstens als "partiale Strukturgleichheit"[3] erzielt wird und die Modellergebnisse wieder in die betriebliche Realität übertragen werden können.[4]

Will man die praktische Bedeutung von Planungsmodellen der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung beurteilen, muß als Kriterium die Operabilität der Modelle im Vordergrund stehen. Operabel ist ein Planungsmodell dann, wenn es zu einer unmittelbaren Anwendbarkeit in der Praxis geeignet erscheint. Es ist dann operabel, "wenn es zu seiner konkreten Anwendung nur Informationen, Daten erfordert, die tatsächlich gewonnen werden können."[5] Außerdem müssen Algorithmen zur Verfügung stehen, die eine Lösung erlauben und letztlich muß die Lösung mit rechentechnischen Hilfsmitteln, zu denen die Unternehmung Zugang hat, möglich sein. Eine in dieser Weise aufgefaßte Operationalität fordert also

---

1) Vgl. KOSIOL (Modellanalyse 1961), S. 333; MENGES (Grundmodelle 1974), S. 81 f.; dem entspricht auch die Feststellung E. HEINENS, daß das Bemühen der sogenannten entscheidungsorientierten Betriebswirtschaftslehre auf eine Verbesserung der unternehmerischen Entscheidungen ausgerichtet ist. Vgl. HEINEN (Wissenschaftsprogramm 1969), S. 209.
2) Vgl. KOSIOL (Modellanalyse 1961), S. 332.
3) BERTHEL (Modelle 1970), Sp. 1123.
4) Vgl. MAHLERT (Abschreibungen 1976), S. 7.

- die Verfügbarkeit der erforderlichen Informationen
- das Vorhandensein von Lösungsalgorithmen und
- Zugangsmöglichkeit zu geeigneten rechentechnischen und organisatorischen Hilfsmitteln.[1)]

Der erste Punkt stellt eine Anforderung an die betrieblichen Informationssysteme wie z.B. das Rechnungswesen, die Arbeitsvorbereitung und die Marketingabteilung der Unternehmung dar. Für Planungsprobleme der Produktions- und Absatzprogrammplanung muß der überwiegende Teil der relevanten Informationen vom Rechnungswesen zur Verfügung gestellt werden. Dabei ist zu beachten, daß nur eine als Grenzplankostenrechnung ausgestaltete Kostenrechnung in der Lage ist, die für die kurzfristigen Planungsprobleme relevanten Daten zu liefern.[2)] Für die Marktdaten, die von der Marketingabteilung zur Verfügung gestellt werden, muß die Bereitschaft zur Quantifizierung der erwarteten Unsicherheiten vorhanden sein.

Die Verfügbarkeit von Lösungsalgorithmen ist bei der Berücksichtigung unsicherer Daten nicht als Selbstverständlichkeit anzusehen.[3)] Die auftretenden Probleme entziehen sich zum Teil einer numerischen Lösung oder aber machen die Annahme von zusätzlichen einschneidenden Prämissen

---

Fortsetzung der Fußnoten von S.19.

5) Vgl. ALBACH (Verhältnis 1963), S. 207; Zum Begriff der Operationalität und zur Notwendigkeit einer operationalen Theorie vgl. auch SCHNEIDER (Investition 1974), S. 39 ff.

1) Erforderlich sind insbesondere DV-Anlagen mit entsprechender Speicherkapazität sowie das Vorhandensein der erforderlichen Software. Zu den organisatorischen Hilfsmitteln wird man auch insbesondere die entwickelten Modularprogramme zählen müssen. Vgl. z.B. GRUPP (Modularprogramme 1973); HAMMER (Produktionssteuerung 1970); HESS-KINZER (Fertigsteuerung 1975); SCHEER (EDV-Systeme 1975).

2) Vgl. KILGER (Entstehung 1976), S. 17 ff. und insb. S. 21 ff.

3) Vgl. VISCHER (Produktions- und Absatzplanung 1967), S 21, der sogar die Auffassung vertritt, daß Planungsprobleme mit mehrwertigen Informationsannahmen infolge der komplizierten und umfangreichen Lösungsverfahren nur in Ausnahmefällen eine Abbildung in Modellen der mathematischen Programmierung rechtfertigen.

notwendig, die die Brauchbarkeit der Planungsmodelle wieder fraglich erscheinen lassen können.

Der dritte Punkt stellt in erster Linie ein Größenproblem dar, aus dem zwei Konsequenzen resultieren. Die Planungsmodelle der Produktions- und Absatzprogrammplanung erlangen schnell eine Modellgröße,bei der die Lösung infolge der beschränkten Speicherkapazitäten der verfügbaren Datenverarbeitungsanlagen zum Problem wird.[1] Eine zweite Restriktion resultiert aus den erforderlichen Rechenzeiten. Hierdurch entsteht ein spezielles Wirtschaftlichkeitsproblem, da die Frage nach kritischen Rechenzeiten beantwortet werden muß. Sie ist in die Frage nach dem Informationsoptimum einzubetten.[2] Da diese zwar theoretisch beantwortet werden kann, praktisch jedoch nicht lösbar erscheint, muß man bezüglich einer rechenzeitbedingten Operationalität davon ausgehen, daß jede Unternehmung für die Lösung eines Problems eine bestimmte Rechenzeit als kritisch ansehen wird, die von Unternehmung zu Unternehmung durchaus schwanken kann.

Aus diesen Oberlegungen heraus soll unter der operationellen Eignung eines Planungsmodells die "praktisch, instrumentelle Tauglichkeit, seine Fähigkeit zur Organisierung und Bewältigung einer konkreten Aufgabe"[3] verstanden werden.

---

1) Vgl. MOLLER-MERBACH (Kapazitätsabstimmung 1968), S. 227, der darauf hinweist, daß sich LP-Modelle mit über tausend Restriktionen und mehreren tausend Variablen ohne Schwierigkeiten lösen lassen. Die in der Praxis angewendeten Modelle "bestehen aus einigen hundert Restriktionen und etwa tausend Variablen. Das größte Modell, über dessen Lösung berichtet wird, bestand sogar aus 32.000 Restriktionen und etwa 2 Millionen Variablen!"

2) Vgl. KERN (Gestaltungsmöglichkeiten 1962), S. 177 ff.; LAUX (Investitionsplanung 1971), S. 81 f.; MAG (Entscheidung 1977), S. 136 ff.; SCHNEIDER (Investition 1974), S. 33 ff.; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 15 insb. Fußnote 9; Eine Zusammenstellung der Ansätze zur Bestimmung des Informationsoptimums und eine kritische Analyse der Leistungsfähigkeit dieser Verfahren findet sich bei REHBERG (Wert 1973), S. 44 ff.

3) MENGES / DIEHL (Eignung 1966), S. 31.

14. Entscheidungstheoretische Grundlagen kurzfristiger Produktions- und Absatzprogrammplanung bei Unsicherheit

Das für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung abgegrenzte Planungsfeld ist durch drei Merkmale gekennzeichnet:[1)]

- durch einen Aktionenraum,
- durch einen Zustandsraum und
- durch eine Zuordnung von Handlungskonsequenzen.

Der Aktionenraum beinhaltet die dem Entscheidungsträger im Planungszeitpunkt zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen. Handlungsalternativen können einmal Einzelmaßnahmen sein, wie z.B. die Einstellung der Produktion eines Artikels oder aber auch ein ganzes Bündel von Maßnahmen, wie z.B. die Aufstellung eines bestimmten Produktions- und Absatzprogramms. Bedeutsam für die Auswahl der Handlungsalternativen ist es, diese so zu formulieren, daß der Entscheidende gezwungen wird, eine, aber auch nur eine, der betrachteten Alternativen auszuwählen. Es ist also das Prinzip der vollständigen Alternativenstellung zu beachten.[2)]

Für die Produktions- und Absatzprogrammplanung beinhaltet der Aktionenraum eine unendliche Menge von Handlungsalternativen, wie sich an folgendem Beispiel leicht zeigen läßt. Eine Unternehmung kann j=1,...,n Produktarten produzieren, die bei der Fertigung jeweils i=1,...,m Arbeitsgänge durchlaufen. Fertigungskapazitäten und Absatzmengen sind begrenzt. Soll über das qualitative und quantitative Pro-

1) Vgl. BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 14; FERSCHL (Nutzentheorie 1975), S. 52; SZYPERSKI / WIENAND (Entscheidungstheorie 1974), S. 40.
2) Vgl. BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 15; GÄFGEN (Theorie 1974), S. 97; SCHNEIDER (Investition 1974), S. 73.

duktionsprogramm entschieden werden und gelten die übrigen Prämissen des Standardproblems der linearen Programmierung zur Ableitung gewinnmaximaler Produktionspläne[1], so lassen sich die Handlungsalternativen durch das folgende Restriktionensystem beschreiben:

$$(1.1.1) \qquad T_i \geq \sum_{j=1}^{n} t_{ij} x_j \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(1.1.2) \qquad x_{Hj} \geq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

$$(1.1.3) \qquad x_j \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Hierbei sind:

T_i Fertigungskapazität der Stelle i [Min/Periode]
t_{ij} Bearbeitungskoeffizient, benötigte Fertigungszeit der Produktart j bei Bearbeitung in der Stelle i [Min/Stck]
x_{Hj} Absatzobergrenze der Produktart j [Stck/Periode]
x_j Produktions- = Absatzmenge der Produktart j [Stck/Periode]

Die zulässigen Handlungsalternativen ergeben sich aus allen im Rahmen der Kapazität und der Absatzhöchstmengen möglichen Produktions- und Absatzmengenkombinationen. Kennzeichnend für die entscheidungstheoretischen Ansätze der mathematischen Programmierung und die Verfahren des Operations Research ist ihre besondere Eignung zur Oberwindung der Unübersichtlichkeit des Aktionenraumes und seiner Bewertung.[2]

Ausgangspunkt für die weiteren Ausführungen sind gegebene Handlungsalternativen, die sich aus dem durch Restriktionen abgesteckten Aktionenraum ergeben. Die Fragen, die im Zusammenhang mit der Bildung von Handlungsalternativen auftreten sowie die Probleme der Informationsbeschaffung

1) Zum Standardproblem der linearen Programmierung und seinen weiteren Prämissen vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 96 ff.
2) Vgl. HEINEN (Industriebetriebslehre 1975), S. 64. Vgl. auch DINKELBACH (Entscheidungstheorie 1974), Sp. 1294 f.

über Handlungsalternativen und deren Konsequenzen werden nicht weiter untersucht.[1)]

Neben dem Aktionenraum ist jedes Planungsfeld durch einen Zustandsraum gekennzeichnet, der den Zustand der Welt, der Umwelt, der Realität wiedergibt.[2)] Der Zustandsraum gibt somit alle zur Planung relevanten Umweltdaten an. Welche Daten im einzelnen im Planungsmodell erfaßt werden müssen, ist von der jeweiligen Problemstellung abhängig.[3)]

Wenn beim Aufbau von Planungsmodellen die Kenntnisse über den wahren Zustand der Umwelt (Realität) in vielen Fällen nur mangelhaft vorhanden sind, so läßt sich diese Tatsache auf zwei Ursachen zurückführen[4)]

- auf die Zukunftsbezogenheit der relevanten Daten
- auf eventuelle Mängel des Informationssystems.

Beide Ursachen haben zur Konsequenz, daß über die Umweltzustände des Planungsfeldes nur unvollkommene Informationen[5)] vorliegen.

Das dritte Merkmal zur Kennzeichnung des Planungsfeldes besteht darin, daß der Entscheidungsträger in der Lage sein muß, die mit einer Handlungsalternative h bei einem bestimmten Umweltzustand u verbundenen Konsequenzen k zuzuordnen.[6)]

$$(1.2) \qquad (h, u) \xrightarrow{f} k$$

---

1) Vgl. dazu auch SCHNEIDER (Investition 1974), S. 31; JACOB (Flexibilitätsüberlegungen 1967), S. 5 f.
2) Vgl. BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S.16; GÄFGEN (Theorie 1974), S. 96.
3) Zur Problematik der relevanten Daten vgl. KILGER (Flexible 1974), S. 160 ff.; zum Umfang der in die Modellanalyse einzubeziehenden Daten vgl. auch MAHLERT (Abschreibungen 1976), S. 7 f.
4) Vgl. BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S.17.
5) Zum Begriff der vollkommenen und unvollkommenen Information vgl. WITTMANN (Unternehmung 1959), S. 18 ff.
6) Vgl. BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 21; GÄFGEN (Theorie 1974), S. 98 ff.

Bei anderer Schreibweise läßt sich diese Zuordnung darstellen als

(1.3) $$k = f(h,u)$$

In dieser Formulierung ist die Aussage über die Ergebnisse von Aktionen sehr allgemein gehalten[1] und muß nun in zweifacher Hinsicht spezifiziert werden. Einmal müssen die Handlungskonsequenzen hinsichtlich des zugrunde liegenden Informationsgrades und zum anderen im Hinblick auf die Ziele der Unternehmung klassifiziert werden. Bereits bei den Umweltzuständen mußte unterschieden werden, ob diese mit Sicherheit bekannt sind oder nur unvollkommene Informationen über sie vorliegen. Für die Handlungskonsequenzen muß ebenfalls nach dem Informationsgrad unterschieden werden, ob die Konsequenzen mit Sicherheit angegeben werden können oder ob nur unvollkommene Informationen über die Handlungskonsequenzen vorliegen.

Da vollkommene oder auch unvollkommene Informationen sowohl hinsichtlich der Umweltzustände als auch bezüglich der Handlungskonsequenzen vorliegen können, lassen sich für die Zuordnung k = f(h,u) folgende Informationsstrukturen aufzeigen

Handlungskonsequenzen / Umweltzustände	vollkommene Information	unvollkommene Information
vollkommene Information	Sicherheit	Unsicherheit[2]
unvollkommene Information	Unsicherheit[2]	Unsicherheit[2]

1) Es ist noch nicht festgelegt, ob die einer Handlungsalternative h bei gegebenem Umweltzustand u zugeordneten Handlungskonsequenzen f(h,u) eine einwertige Größe oder aber eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, d.h. eine mehrwertige Größe darstellen.

2) Der Begriff Unsicherheit wird an dieser Stelle nur als Ausdruck unvollkommener Information verwendet. Zur terminologischen Abgrenzung der Begriffe Unsicherheit, Ungewißheit, Risiko vgl. Kap. 21.

Aus der Darstellung wird ersichtlich, daß für eine Klassifizierung betriebswirtschaftlicher Planungsprobleme jeweils der geringere Informationsgrad durchschlägt.[1] Für die Auswahl der Handlungsalternativen sind jedoch letztlich "nur deren Konsequenzen und der Gewißheitsgrad bzw. Ungewißheitsgrad der Realisation dieser Konsequenzen von Bedeutung."[2] Daher ist es für die Lösung von Planungsproblemen "prinzipiell unerheblich, ob z.B. eine Wahrscheinlichkeitsverteilung von Konsequenzen allein aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zustände abzuleiten ist, oder ob sie zusätzlich darauf zurückzuführen ist, daß die mit jeder Kombination von Aktion und Zustand verknüpften Konsequenzen selbst noch einer Wahrscheinlichkeitsverteilung unterliegen."[3]

Im folgenden wollen wir davon ausgehen, daß die Handlungskonsequenzen selbst mit Sicherheit bekannt sind, so daß lediglich aus dem Informationsgrad über die Umweltzustände bestimmt wird, ob die Zuordnung $k = f(h,u)$ eine einwertige oder eine mehrwertige Größe darstellt.[4]

Aus dieser Klassifizierung lassen sich die folgenden Planungssituationen ableiten:

- Planung bei Vorliegen vollkommener Informationen (Entscheidungen bei Sicherheit)
- Planung bei Vorliegen unvollkommener Informationen (Entscheidungen unter Unsicherheit).

Für die Planungsprobleme der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung kann man feststellen, daß nur in seltenen Fällen Entscheidungssituationen vorliegen, in denen alle relevanten Plandaten sichere Größen darstellen,

---

1) Vgl. BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S.22.
2) Ebenda, S. 23.
3) BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 23.
4) Die Prämisse eines gegebenen Informationsstandes stellt zwar eine grobe Vereinfachung dar, da der Informationsstand in der Realität eine variable Größe ist, soll aber aufrecht erhalten werden, da die Informationsproblematik ausgeklammert bleibt.

da Sicherheit bedeutet, daß nur eine einzige Entwicklung der Umweltsituation denkbar ist. Umweltsituation und Handlungskonsequenzen müssen deterministisch festgelegt sein.[1] Absoluten Determinismus, den die Planungssituation der vollkommenen Information voraussetzt, kann es aber schon deshalb nicht geben, weil jede Planung zukunftsgerichtet ist und zukünftige Umweltsituationen nie gewiß, sondern höchstens sehr wahrscheinlich sein können.[2]

Die Zuordnung der Handlungskonsequenzen k = f(h,u) macht als nächstes eine Klassifizierung der Planungsmodelle im Hinblick auf die Ziele der Unternehmung notwendig. Unter Zielen sind generelle Imperative[3], d.h. Motive unternehmerischen Handelns zu verstehen. Die Vielfalt unternehmerischer Handlungsmotivation muß für die Anwendung der mathematischen Modellanalyse so weit vereinfacht und komprimiert werden, daß sie sich in Form von operationalen Zielfunktionen[4] darstellen läßt. Eine rationale Lösung von Planungsproblemen kann nur erfolgen, wenn operationale Zielvorstellungen[5] existieren, an denen die zur Wahl stehenden Handlungsalternativen verglichen werden können.[6] In der traditionellen betriebswirtschaftlichen Literatur wird zumeist davon ausgegangen, daß marktwirtschaftlich orientierte Unternehmungen ihre Entscheidungen mit Hilfe des erwerbswirtschaftlichen Prinzips ableiten. Die Ziel-

---

1) BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 21, DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 11 f.; SCHNEIDER (Investition 1974), S. 82; WITTMANN (Unternehmung 1959), S. 21.
2) Vgl. WITTMANN (Unternehmung 1959), der auf S. 18 ff. die Unhaltbarkeit der Prämisse vollkommener Information nachweist. A.RAPPAPORT charakterisiert die Notwendigkeit, bei der Planung von unvollkommenen Informationen auszugehen wie folgt: "In a society characterized by change, uncertainty is an established and accepted fact of life." RAPPAPORT (Sensitivity Analysis 1967), S. 441.
3) Vgl. HEINEN (Zielsystem 1976), S. 51.
4) Dabei setzt sich die Zielfunktion aus Zielvorschrift (z.B. Maximiere!, Minimiere!) und Zieldefinition (z.B. Deckungsbeitrag=Erlös ./. variable Kosten) zusammen. Zu den Begriffen der Zielbildung vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 29 und S. 55 ff.
5) Vgl. BERTHEL (Unternehmenssteuerung 1973), S. 1 ff.
6) Vgl. SCHWARZE (Ansätze 1967), S. 45, der von einer determinierenden Umklammerung der Entscheidungsbildung durch die unternehmerische Zielsetzung spricht.

setzung der Unternehmung wird dabei in Form der Gewinnmaximierung als monovariable Zielfunktion formuliert. "Die ursprünglich einseitige Bindung der Analyse betriebswirtschaftlicher Phänomene an die Voraussetzung der Gewinnmaximierung ist heute aufgehoben."[1] Empirische Untersuchungen [2] haben bestätigt, daß das Erwerbstreben auch in marktwirtschaftlichen Betrieben durch eine Vielfalt von Motiven modifiziert wird. Diese Erkenntnisse führen zwangsläufig dazu, Planungsmodelle nicht starr auf eine Zielgröße auszurichten, sondern flexibel zu gestalten und evtl. mehrere Zielgrößen einzubeziehen.

Für die Betriebe der öffentlichen Hand, die gemeinnützige Aufgaben erfüllen, sowie in Betrieben, die unter der Kontrolle gemeinnütziger Institutionen stehen oder in denen infolge der betrieblichen Mitbestimmung von der Arbeitnehmerseite Einfluß genommen wird, kann man sogar feststellen, daß die Gewinnmaximierung durch andere Zielvorstellungen abgelöst ist.[3]

Dennoch kann man davon ausgehen, daß das Gewinnstreben die wichtigste Leitmaxime unternehmerischen Handelns darstellt. Die Untersuchung der Unternehmensziele in der Realität läßt diesen Schluß zu, wenn man das erwerbswirtschaftliche Prinzip nicht ausschließlich in seiner strengsten Form auffaßt, sondern zuläßt, daß Gewinnmaximierung einerseits und das Streben nach befriedigendem Gewinn andererseits mögliche Ausdrucksformen des erwerbswirtschaftlichen Prinzips darstellen.[4]

Vielen betrieblichen Entscheidungssituationen kann unabhängig davon, ob erwerbswirtschaftliche oder gemeinwirtschaftliche Ziele der Unternehmenspolitik zugrunde liegen, eine eindeutige, unumstrittene Zielsetzung wie Kostenmini-

---

1) GUTENBERG (Fragen 1966), S. 4.
2) Vgl. BIDLINGMAIER (Unternehmensziele 1964); HAMEL (Zielvariation 1973); HAUSCHILD (Struktur 1973); HEINEN (Zielsystem 1976); KIRSCH (Gewinn 1968).
3) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 21.
4) Vgl. HEINEN (Zielsystem 1976), S. 156.

mierung oder Deckungsbeitragsmaximierung zugrunde gelegt werden. Dies gilt auch dann, wenn für die Unternehmung insgesamt keine Extremierungsziele sondern nur Satisfizierungsziele wie "befriedigender Gewinn", "befriedigender Umsatz", "befriedigende Beschäftigung" angestrebt werden.[1)]

Die Verwendung von Kosten oder Deckungsbeiträgen in den Zielfunktionen von Partialmodellen der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung kann deshalb durchaus auch dann sinnvoll sein, wenn die gesamtbetriebliche Zielsetzung mannigfaltiger und komplexer ist, als es der Gewinnmaximierungshypothese entspricht. Außerdem muß Kostenminimierung oder Deckungsbeitragsmaximierung in den Partialmodellen nicht im Widerspruch zu Satisfizierungszielen, wie sie häufig in der Realität beobachtet werden[2)], stehen.[3)]

Die Planungsmodelle zur kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung lassen sich somit grundsätzlich unterscheiden in:[4)]

1. Planungsmodelle, in denen nur eine Zielvariable z verfolgt wird
   a) die Zielvariable soll extremiert werden
   b) für die Zielvariable wird ein fester oder ein zufriedenstellender Wert angestrebt.

2. Planungsmodelle, in denen mehrere Zielvariablen z=1,...,l verfolgt werden
   a) für die Zielvariablen wird Extremierung angestrebt
   b) für die Zielvariablen werden feste oder zufriedenstellende Werte angestrebt.

---

1) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 21.
2) Die Ergebnisse von empirischen Untersuchungen bestätigen, daß die Erzielung eines Anspruchsniveaus als Zielsetzung das Entscheidungsverhalten von Betrieben besser zu erklären vermag als die traditionell unterstellte Maximierungshypothese. Vgl. dazu HAMEL (Zielvariation 1973); HAUSCHILDT(Struktur 1973).
3) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 22.
4) Vgl. ebenda, S. 22.

Entscheidungen unter Sicherheit und Entscheidungen bei unvollkommenen Informationen unterscheiden sich grundsätzlich hinsichtlich der formalen Erfassung der unternehmerischen Zielsetzung sowie der Ableitung der optimalen Handlungsalternative.[1] Bei deterministischen Planungsmodellen kann man die eindeutige Zuordnung von Zielvariablen und Entscheidungsvariablen als ein charakteristisches Merkmal ansehen.[2] Für die Lösung der Modelle kann in diesem Fall die Extremierung der Zielfunktion oder das Auffinden einer bestimmten Lösung bzw. das Auffinden einer befriedigenden Lösung angestrebt werden.[3] Die Berücksichtigung unsicherer Daten hat zur Folge, daß die Konsequenzen der zur Auswahl stehenden Entscheidungsvariablen sich nicht mehr in einer eindeutigen Weise beschreiben lassen.[4] Vielmehr ist in diesem Falle eine Zuordnung von Zielvariablen und Entscheidungsvariablen nur noch stochastisch festgelegt.

Wenn zwischen Handlungskonsequenzen und Alternativen nur stochastische Beziehungen bestehen, ist die Bestimmung einer optimalen Alternative bzw. des optimalen Handlungsprogramms nicht mehr ohne weiteres möglich. Infolge der mehrwertigen Handlungskonsequenzen lassen sich die bei einwertigen Erwartungen gebräuchlichen Entscheidungsregeln nicht verwenden. Dies gilt auch dann, wenn nur ein einziges Ziel verfolgt wird. Steht das Ergebnis einer Entscheidung nicht eindeutig fest, so bildet das Postulat, dieses Ergebnis zu maximieren, keine sinnvolle Handlungsmaxime mehr.[5]

Bei stochastischen Modellansätzen kann die Ableitung der optimalen Handlungsalternative nur dann unmittelbar er-

---

1) Vgl. HEINEN (Zielsystem 1976), S. 56.
2) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 21; SCHWARZE (Ansätze 1967), S. 53.
3) Vgl. BAMBERG/COENENBERG (Entscheidungslehre 1974, S. 38 ff.; HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 22 ff.; Auf die Problematik der Lösung von Modellen mit multivariabler Zielfunktion sei an dieser Stelle nur hingewiesen. Vgl. BERTHEL (Unternehmenssteuerung 1973), insb. S. 118 ff.; DINKELBACH (Entscheidungen 1962), S.739 ff.; DINKELBACH (Zielgewichtung 1969), S. 56 ff.; HEINEN (Zielsystem 1976), S. 133 ff.

folgen, wenn eine Alternative eindeutig alle anderen Alternativen dominiert. Ist das nicht der Fall, so erfordert die rationale Auswahl der Handlungsalternativen die Angabe von Entscheidungsregeln, die sagen, wie die mehrwertigen Erwartungen in den Planungsmodellen verarbeitet werden sollen. Dabei tritt sehr schnell ein Konflikt zwischen der Forderung nach rationaler, eindeutiger Entscheidungsfindung und dem Gesichtspunkt der Operabilität auf.[1)]

Die Entscheidungsfindung bei Unsicherheit kann als Problem des unternehmerischen Zielsystems aufgefaßt werden.[2)] Ziele und Entscheidungsregeln sind dabei methodisch streng zu trennen.[3)] Die Angabe einer Entscheidungsregel stellt eine Ergänzung dar, die es ermöglicht, trotz unvollkommener Information zu einer Ableitung der optimalen Alternative auf rein logischem Wege zu finden.[4)]

Die Klassifizierung solcher Entscheidungsregeln[5)] kann auf folgende Weise erfolgen: Hinsichtlich der Anzahl der verwendeten statistischen Maßgrößen können ein- und mehrdimensionale Entscheidungsregeln unterschieden werden. Die Anzahl der berücksichtigten Zielvariablen ermöglicht eine Unterscheidung in einfache und multiple Entscheidungsregeln.[6)]

Damit ergibt sich bei Vorliegen unsicherer Daten folgende Klassifizierung:

Fortsetzung der Fußnoten von S. 30
4) Vgl. SCHWARZE (Ansätze 1967), S. 54.
5) Vgl. ALBACH (Wirtschaftlichkeitsrechnung 1959), S. 123; BIDLINGMAIER (Unternehmensziele 1964), S. 47.

1) Vgl. HEINEN (Zielsystem 1976), S. 165.
2) Vgl. BAMBERG/COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 26 f.; ENGELS (Bewertungslehre 1962), S. 52; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 17 f.
3) Vgl. HEINEN (Zielsystem 1976), S. 133.
4) Vgl. ebenda, S. 57.
5) In Anlehnung an HEINEN (Zielsystem 1976), S. 166.
6) Zur Kritik ein- und mehrdimensionaler einfacher Entscheidungsregeln vgl. HEINEN (Zielsystem 1976), S. 167 ff.; JACOB (Preispolitik 1963), S. 259 ff.; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 46 ff.; SCHNEIDER (Investition 1974), S. 142 ff.

Anzahl Zielvariable / verwendete Maßgrößen	monovariable Zielfunktion	multivariable Zielfunktion
eine Maßgröße	eindimensionale einfache Entscheidungsregel	eindimensionale multiple Entscheidungsregel
mehrere Maßgrößen	mehrdimensionale einfache Entscheidungsregel	mehrdimensionale multiple Entscheidungsregel

Als letzter Aspekt kann bei der Zuordnung der Handlungskonsequenzen dem Zeitpunkt bzw. den Zeitintervallen der Konsequenzenrealisation Rechnung getragen werden.[1] Demnach wäre jedem relevanten Zeitpunkt bzw. Zeitintervall t die ihm entsprechende Handlungskonsequenz zuzuordnen, so daß sich letztlich eine Differenzierung der Handlungskonsequenzen $k = f(h,u,z,t)$ ergibt.[2]

Zusammenfassend läßt sich das Planungsfeld mit Aktionenraum, Zustandsraum und Beschreibung der Handlungskonsequenzen wie in Tabelle 1 schematisch darstellen.[3][4]

---

1) Vgl. BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 25.
2) Die Indizierung der Handlungskonsequenzen wollen wir durchführen als k_{ht}^{uz}.
3) Vgl. zum allgemeinen Aufbau einer Entscheidungsmatrix BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 24; MENGES (Grundmodelle 1974), S. 90 ff.; SCHNEEWEISS (Grundmodell 1966), S. 125 ff.
4) Die Darstellung des Planungsfeldes auf der Basis des Grundmodells der Entscheidungstheorie findet nicht uneingeschränkten Zuspruch. So weist HORVÁTH z.B. auf die Diskrepanz zwischen der auf dem Grundmodell der Entscheidungstheorie aufgebauten theoretischen Analyse und der praktischen Verhaltensweise hin. Als Mängel des Grundmodells der Entscheidungstheorie wird vor allem aufgeführt, daß in der Realität a-priori Informationen über die Umweltentwicklung und deren Wahrscheinlichkeiten nicht vorhanden sind, Unkenntnis über die eigenen Handlungsalternativen besteht und die Einflüsse aus der Organisation des Entscheidungsprozesses ausgeklammert bleiben. Es wird stattdessen vorgeschlagen, die betrieblichen Entscheidungen als Teile eines umfassenden Lernprozesses zu sehen, durch den insbesondere der Ungewißheit Rechnung getragen werden kann. Vgl. HORVÁTH (Betrieb 1970),S. 752 ff.

Informationen über die Umweltsituationen			w_1			...	w_r		
Handlungsalternativen	Umweltsituationen		u_1			...	u_r		
	Zielvariablen		z_1	...	z_l	...	z_1	...	z_l
	Zeit								
h_1	t_1		k_{11}^{11}	...	k_{11}^{1l}	...	k_{11}^{r1}	...	k_{11}^{rl}
	⋮		⋮		⋮		⋮		⋮
	t_s		k_{1s}^{11}	...	k_{1s}^{1l}	...	k_{1s}^{r1}	...	k_{1s}^{rl}
⋮	⋮		⋮		⋮	...	⋮		⋮
h_n	t_1		k_{n1}^{11}	...	k_{n1}^{1l}	...	k_{n1}^{r1}	...	k_{n1}^{rl}
	⋮		⋮		⋮		⋮		⋮
	t_s		k_{ns}^{11}	...	k_{ns}^{1l}	...	k_{ns}^{r1}	...	k_{ns}^{rl}

Tab. 1: Oberblick über das Planungsfeld

2. Unsicherheiten und Risiken in den Planungsmodellen der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung

21. Zum Begriff der Unsicherheit und des Risikos

Die Begriffe Unsicherheit, Risiko, Ungewißheit, Wagnis und Chance werden in der Literatur nicht in einheitlicher Bedeutung verwendet. Deshalb muß präzisiert werden, welcher Inhalt diesen Begriffen im folgenden beigemessen wird.

Eine in der Literatur weit verbreitete Interpretation der Begriffe Unsicherheit und Risiko geht auf F.H. KNIGHT zurück.[1] Er unterscheidet "risk" und "uncertainty" wie folgt. Risiko liegt immer dann vor, wenn mit Hilfe von a-priori-Wahrscheinlichkeiten oder statistischen Wahrscheinlichkeiten eine Messung der Ungewißheit erfolgen kann.[2] Unsicherheit hingegen liegt dann vor, wenn für die zukünftigen Ereignisse nur subjektive Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können oder aber infolge der Einmaligkeit einer Entscheidung eine Berechnung des Risikos nicht erfolgen kann. Als Unterscheidungskriterium wird bei dieser Interpretation von Risiko und Unsicherheit die Meßbarkeit herangezogen.[3]

Gegen diese Knight'sche Differenzierung von Risiko und Ungewißheit lassen sich einige bedeutsame Einwendungen erheben.[4] Die Begriffe Ungewißheit und Unsicherheit werden

1) Vgl. KNIGHT (Risk 1921), S. 256.
2) Vgl. HAAS (Unsicherheit 1965), S. 11 f.; KUPSCH (Risiko 1973), S. 26 ff.; STREITFERDT (Risikotheorie 1973), S. 6 ff.; SCHNEIDER (Investition 1974), S. 82.
3) Neben namhaften Autoren der anglo-amerikanischen Literatur vertreten diese Unterscheidung von Risiko und Unsicherheit in Deutschland z.B. E. GUTENBERG und H. ALBACH. Vgl. ALBACH (Wirtschaftlichkeitsrechnung 1959), S. 69; GUTENBERG (Die Produktion 1973), S. 141, (Der Absatz 1976), S. 17 ff.
4) K.H. BORCH geht soweit, daß er dieser Unterscheidung von Risiko und Unsicherheit jeden theoretischen und praktischen Nutzen abspricht. Vgl. BORCH (Verhalten 1969), S. 125; Zur Kritik vgl. weiterhin HAAS (Unsicherheit 1965, S. 16; KUPSCH (Risiko 1973), S. 27 f.; SCHNEIDER (Investition 1974), S.82 ff.; WITTMANN (Unternehmung 1959), S. 35 und S. 55.

von Knight nicht unterschieden und auf zwei Begriffsebenen verwendet. Einmal dient der Begriff Ungewißheit als Oberbegriff für unterschiedliche Ungewißheitsgrade, zum anderen stellt Ungewißheit den Fall der nicht meßbaren Unsicherheit im Gegensatz zur meßbaren Risikosituation dar. Ein schwerwiegender Einwand ist darin zu sehen, daß die obige Differenzierung nicht in der Lage ist, alle möglichen Entscheidungssituationen der Realität bei Vorliegen unvollkommener Informationen wiederzugeben.[1] Die Unterscheidung in Risikosituation und Ungewißheitssituation gibt keine Auskunft darüber, wie der Fall einzuordnen ist, wenn für einen Teil der relevanten Daten objektive Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können, für einen anderen Teil der relevanten Daten hingegen nur subjektive Wahrscheinlichkeitsangaben möglich sind. In vielen praktischen Fällen liegt aber eine derartige Mischung relevanter Daten vor.[2]

Außerdem verlangt Knight für die Risikosituation, daß der bei der Entscheidung zu berücksichtigende Zufallsprozeß sich in der Zukunft häufig wiederholt. Für die überwiegende Zahl der betriebswirtschaftlichen Entscheidungen ist diese Voraussetzung jedoch nicht erfüllt. Selbst dann, wenn objektive Wahrscheinlichkeiten für eine Entscheidung zugrunde gelegt werden können, kann es sich bei der zu treffenden Entscheidung um eine Einzelmaßnahme handeln.[3] Darüberhinaus ist die Frage offen, wie groß die Zahl der Wiederholungen sein muß, damit die von Knight gestellte Anforderung erfüllt ist.

Eine zweite Gruppe von Autoren verwendet die Begriffe Unsicherheit und Risiko synonym.[4] Dieser Vorgehensweise

---

1) Vgl. KUPSCH (Risiko 1973), S. 27 f.; STREITFERDT (Risikotheorie 1973), S. 9.
2) Vgl. SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 27 f.
3) Vgl. HAAS (Unsicherheit 1965), S. 20.
4) Vgl. z.B. SCHWARZE (Ansätze 1967), S. 4, der beide Begriffe synonym gebraucht und nur zwischen verschiedenen Graden der Indeterminiertheit, und zwar quantifizierbarer Indeterminiertheit und vollkommener oder totaler Indeterminiertheit unterscheidet.

wollen wir ebenfalls nicht folgen, da eine solche Verwendung der beiden Begriffe allein schon der der Umgangssprache widerspricht.

In den Wirtschaftswissenschaften wird der Begriff des Risikos vielfach in einem umgangssprachlichen Sinn zur Kennzeichnung der Gefahr oder Möglichkeit eines Verlustes gebraucht.[1] In diesem Sinne ist das Risiko eine Resultante der Ungewißheit[2] oder anders ausgedrückt, die Ungewißheit stellt eine Vorbedingung des Risikos dar. Nun ist allerdings darauf hinzuweisen, daß unsichere Informationen allein noch kein Risiko bedeuten. Dies leuchtet unmittelbar ein, wenn man sich vergegenwärtigt, daß nicht jede Entscheidung, die aufgrund unsicherer Informationen über die Zukunftsentwicklung getroffen wird, zwangsläufig zu Verlusten führt. Nur dann, wenn infolge einer bestimmten Datenkonstellation bei einer Entscheidung negative Abweichungen der Zielgröße möglich sind, ist ein Risiko gegeben. Damit wird erkennbar, daß das Vorhandensein eines Risikos zielabhängig ist. Viele Definitionen des Risikos in der Literatur sind gekennzeichnet durch eine starke Hervorhebung der Zielbezogenheit. Risiko wird z.B. aufgefaßt als Gefahr von Kapitalverlusten, Gefahr von Kostenerhöhungen, Gefahr von Gewinneinbußen etc.[3] Die Zielbezogenheit des Risikobegriffs wird bei Mehrfachzielsetzung problematisch. Insbesondere dann, wenn konkurrierende Beziehungen zwischen einzelnen Zielen vorhanden sind, ist die Frage nach dem "Verlust" nicht ohne weiteres zu beantworten. Negative Abweichungen bezüglich des einen Ziels sind dann gleichzeitig positive Abweichungen bezüglich des anderen Ziels. Damit wird die Frage der Risikobestimmung letztlich zu einer Frage der Zielgewichtung.[4]

---

1) Vgl. BOWMAN (Risk 1964), S. 607.
2) WOSSIDLO (Reservierung 1970), S. 39.
3) Vgl. KUPSCH (Risiko 1973), S. 29 und die dort angegebene Literatur.
4) Vgl. ebenda, S. 30. Zur Problematik der Zielgewichtung bei Mehrfachzielsetzung vgl. DINKELBACH (Zielgewichtung 1969), S. 63 ff.

Neben der Zielbezogenheit muß die Zeitbezogenheit des Risikos gesehen werden.[1] Entscheidungen binden Mittel. Diese Bindung kann längerfristig oder auch nur kurzfristig sein. Das Risiko, das mit einer Entscheidung verbunden ist, hängt insofern auch von der Möglichkeit ab, die einmal getroffene Entscheidung bei Eintreten ungünstiger Datenkonstellationen zu revidieren. Läßt sich eine Entscheidung mit geringem Aufwand revidieren, so ist das Risiko niedriger einzustufen, als wenn die Entscheidung nur schwer oder evtl. überhaupt nicht revidiert werden kann.[2]

Einige Autoren fassen das Risiko als einen quantitativen betriebswirtschaftlichen Hauptbegriff auf.[3] Der Risikobegriff wird in seiner Bedeutung gleichrangig neben den Begriff z.B. der Kosten und des Ertrages gestellt. Nach dieser Auffassung kann dem Risikobegriff eine Quantitätsdimension und eine Intensitätsdimension zugeordnet werden.[4] Die Quantitätsdimension gibt Auskunft über die Art und Höhe des möglichen Verlustes, wohingegen die Intensitätsdimension Auskunft über das Ausmaß oder die Stärke der Gefahr gibt, daß evtl. ein Verlust eintreten kann. Ausdruck der Intensität kann dabei die Wahrscheinlichkeit sein, mit der das Eintreten des Verlustes erwartet wird. Analog zum Begriff der Kosten, die sich aus der multiplikativen Verknüpfung von Faktorverbrauchsmengen und Faktorpreisen ergeben, ließe sich das Risiko berechnen als Produkt aus Quantität und Intensität. Voraussetzung eines solchen Vorgehens ist freilich, daß b e i d e Größen zahlenmäßig ausgedrückt werden können, was nicht immer der Fall sein muß. Außerdem kann man Bedenken gegen die multiplikative Verknüpfung vorbringen. So ist es denkbar, daß eine Entscheidung, die mit niedriger Wahrscheinlichkeit einen hohen Verlust und damit den Konkurs der Unternehmung herbeiführen kann, als subjektiv risikoreicher angesehen wird,

---

1) Vgl. JACOB (Preispolitik 1963), S. 246 f.
2) Vgl. JACOB (Problem 1967), S. 157; JACOB (Unsicherheit 1974), S. 403 ff.
3) So z.B. STÄDLER (Studien 1932), S. 5 f.; KNITTEL (Risikoproblem 1939), S. 20.
4) Vgl. KUPSCH (Risiko 1973), S. 30 f.

als eine Entscheidung, die mit hoher Wahrscheinlichkeit zu einem niedrigen Verlust führt, obgleich beiden Alternativen der rechnerisch gleiche Risikobetrag anhaftet.

Die Abb. 1 zeigt Risiken von 100 TDM und 500 TDM als Indifferenzkurven verschiedener Verlust-Intensität-Kombinationen. Ein Risiko von 100 TDM resultiert bei dieser Auffassung z.B. aus einem Verlust von 200 TDM mit Wahrscheinlichkeit 0,5 oder auch aus einem Verlust von 1000 TDM mit Wahrscheinlichkeit von 0,1. Dennoch kann, wie bereits angedeutet, aus der subjektiven Situation des Entscheidungsträgers der zweite Fall als wesentlich riskanter angesehen werden, wenn z.B. der Verlust von 1000 TDM zu

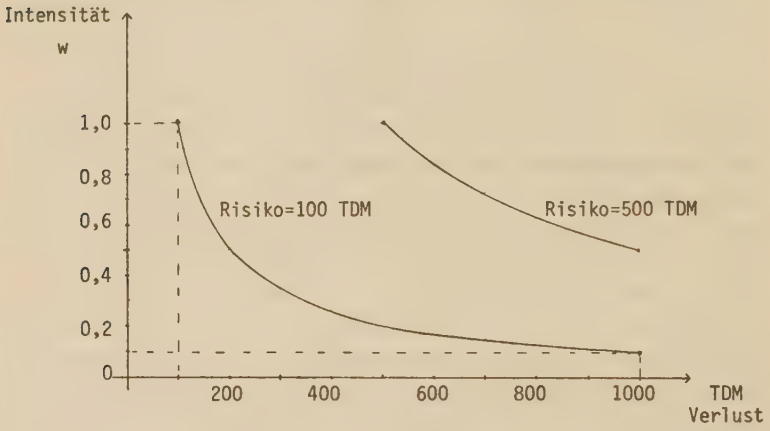


Abb. 1: Risikoindifferenzkurven

einer Existenzgefährdung der Unternehmung führen könnte. Damit werden subjektive Einflüsse für die Bewertung des Risikos erkennbar. Neben der Zielbezogenheit und der Zeitbezogenheit ist dem Risiko daher auch eine Subjektbezogenheit zuzuordnen. Die Subjektivität des Risikos ergibt sich aus der individuellen Bewertung der entscheidungsrelevanten Größen.[1)]

1) Vgl. KUPSCH (Risiko 1973), S. 31 f.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß der Begriff Risiko eine "Verlustgefahr" beinhaltet, die daraus resultiert, daß die Prämisse vollkommener Voraussicht fallengelassen wird und von der realitätsnäheren Voraussetzung unsicherer Informationen ausgegangen wird. Risiko ist also eine Folge der Unsicherheit. Daneben ist zu beachten, daß der Begriff des Risikos eine zielbezogene, eine zeitbezogene und eine subjektbezogene Komponente enthält. Im folgenden soll unter Risiko die aufgrund unsicherer Informationen bestehende Gefahr einer Zielertragseinbuße verstanden werden.[1)] Damit wird im Gegensatz zur Knight'schen Risikointerpretation ein materieller Aspekt in den Vordergrund gestellt und nicht die Meßbarkeit, die letztlich zur Kennzeichnung verschiedener Informationsstrukturen dienen soll.

Im Zusammenhang mit dem Risikobegriff wird in der wirtschaftswissenschaftlichen Literatur oft der Begriff Chance verwendet. Risiko und Chance bezeichnen den gleichen Tatbestand. Von Chance spricht man dann, wenn die Zielertragsabweichungen positiv sind. Bezeichnet Risiko allgemein eine Verlustgefahr, so bezeichnet Chance allgemein eine Gewinnmöglichkeit. Risiko und Chance sind also polare Erscheinungen, die beide nur bei unsicheren Informationsgraden möglich sind.[2)] Um Risiko und Chance voneinander abzugrenzen, ist es erforderlich, einen Zielertrag k_o festzulegen, so daß Oberschreitungen von k_o eine Chance und

1) Ebenso könnte man Risiko als Unsicherheit von wirtschaftlichen Werten bezeichnen, wenn man im Sinne der gerundiven Werttheorie den Wert als Zielertrag auffaßt. So z.B. STREITFERDT (Risikotheorie 1973), S.8.

2) So auch WITTMANN (Unternehmung 1959), S. 35, "Es hat sich als wenig sinnvoll erwiesen, unter Risiko und Wagnis verschiedene Dinge verstehen zu wollen. Es sind zwei Bezeichnungen für ein und denselben Tatbestand." Anders z.B. OBERPARLEITER (Funktionenlehre 1930), S. 95, der Risiko als Möglichkeit irgendeiner Gefahr und Wagnis als bewußt übernommene Gefahr interpretiert. Weitere Literaturangaben zur Diskussion um den Chancenbegriff finden sich bei KUPSCH (Risiko 1973), S. 32.

Unterschreitungen den Risikofall beinhalten. Welcher Zielertrag als Basis zugrunde gelegt wird, ist dabei noch völlig offen. Eine Möglichkeit der Fixierung von k_0 besteht darin, denjenigen Zielertrag auszuwählen, der gegenüber der Ausgangssituation vor der Entscheidung weder eine Verbesserung noch eine Verschlechterung darstellt.[1)]

Sowohl Risiko als auch Chance sind verknüpft mit einem bestimmten Informationsgrad des Entscheidungsträgers.[2)] Risiko und Chance sind nur möglich bei unsicheren Informationen. Vollkommene Voraussicht, sichere Information, führt zu einer absoluten Determiniertheit zukünftiger Ereignisse. Damit wird gleichzeitig jede Gefahr einer Zielertragseinbuße ausgeschaltet.

Die Informationsgrade, unter denen ein Entscheidungsträger seine Entscheidungen treffen muß,[3)] lassen sich wie folgt unterscheiden:[4)]

1. Es besteht Sicherheit bezüglich der vorhandenen Informationen. Nur eine einzige Zukunftsentwicklung wird als möglich erachtet.
2. Bezüglich der Zukunftsentwicklung können objektive Wahrscheinlichkeiten angegeben werden. Diese objektiven Wahrscheinlichkeiten kennt der Ent-

---

1) Vgl. STREITFERDT (Risikotheorie 1973), S. 10 f.
2) D. SCHNEIDER weist darauf hin, daß der Risikobegriff auf ex ante, im Planungszeitpunkt gegebenem Informationsstand basieren muß. Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 70 f.; anders hingegen z.B. KÖHLER (Problem 1968), S. 249 ff., der das Risiko aufgrund einer ex post ermittelten optimalen Entscheidung ableitet.
3) Vgl. WITTMANN (Unternehmung 1959), S. 27, der darauf hinweist, daß auch die Prämisse eines bestimmten Informationsstandes eine unrealistische Annahme ist, da der Informationsgrad in der Realität eine Variable darstellt und die Entscheidung über den Informationsgrad ein eigenes Optimierungsproblem beinhaltet.
4) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 82.

scheidungsträger aufgrund empirisch ermittelter Häufigkeitsverteilungen. Liegt ein solcher Informationsgrad vor, spricht man auch von statistischem Risiko.[1)]

3. Für die Zukunftsentwicklung lassen sich nur subjektive Wahrscheinlichkeiten angeben. Das ist immer der Fall, wenn es sich um einmalige oder selten wiederholte Entscheidungen handelt.

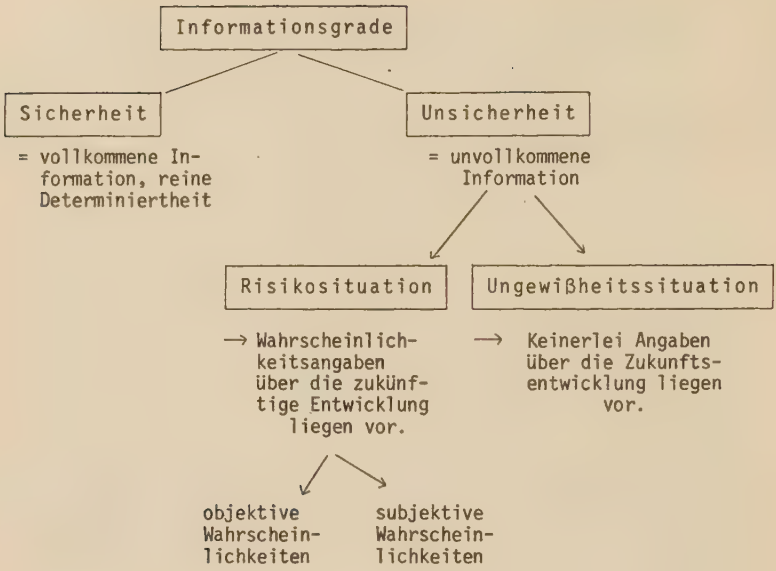
4. Es lassen sich keine, d.h. weder objektive noch subjektive Wahrscheinlichkeiten über die zukünftige Entwicklung angeben.

Da es für das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten formal unerheblich ist, ob es sich um subjektive oder objektive Wahrscheinlichkeiten handelt, hat sich in der Literatur die folgende Klassifizierung der Informationsgrade durchgesetzt?[2)]

---

1) Das statistische Risiko als Informationsgrad ist identisch mit der Risikosituation im Sinne Knights.

2) Vgl. z.B. BAMBERG / COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 35; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 27 ff.; SCHWARZE (Ansätze 1967), S. 3, differenziert die Unsicherheitssituation in quantifizierbare Indeterminiertheit und totale Indeterminiertheit; Anders hingegen SCHNEIDER (Investition 1974), S. 82 ff., der nur die Informationsgrade Sicherheit und Unsicherheit unterscheidet, da er die Meinung vertritt, daß es bei ökonomischen Entscheidungsproblemen nicht denkbar ist, daß keinerlei Angaben über die Zukunftsentwicklung gemacht werden können. Selbst bei höchster Ungewißheit lassen sich nach Auffassung Schneiders durch Anwendung des Prinzips von unzureichendem Grund (Laplace Regel) Wahrscheinlichkeiten ableiten.



Für den Bereich ökonomischer Entscheidungen ist es charakteristisch, daß der überwiegende Teil dieser Entscheidungen der Risikosituation zuzuordnen ist.[1)] Es ist zu prüfen, inwieweit diese Aussage für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung aufrecht erhalten werden kann.

---

1) Vgl. die Beispiele bei SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 27 ff.

22. Der Einfluß unsicherer Daten auf die Modellanalyse

Im überwiegenden Teil der traditionellen betriebswirtschaftlichen Theorie hat die Unsicherheit keinen Platz. Die Unvollkommenheit der Informationen wird entweder ignoriert oder aber ausdrücklich als nicht vorhanden angenommen.[1] Entscheidungssituationen werden dadurch auf reine Wahlsituationen reduziert.[2] Dies gilt auch dann, wenn infolge der Unübersichtlichkeit des Aktionenraumes oder einer nichtlinearen Zuordnung von Handlungskonsequenzen der Wahlakt selbst mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden ist, so daß aufwendige mathematische Verfahren eingesetzt werden müssen.[3][4] Das Arbeiten mit deterministischen Modellen wird zumeist damit begründet, daß die erforderliche Quantifizierung der Unsicherheit nicht möglich sei oder zumindest erhebliche Schwierigkeiten verursache und außerdem das für eine stochastische Modellanalyse erforderliche Instrumentarium nicht in ausreichender Weise zur Verfügung stehe.[5] Solange die Formulierung deterministischer Entscheidungsmodelle noch Probleme bereitet, erscheint ein solches Vorgehen als gerechtfertigt. Unbeantwortet bleibt dann allerdings die Frage, inwieweit die Ergebnisse einer solchen rein deterministischen Modellanalyse den praktischen Erfordernissen gerecht werden[6], da sie nur Erklärungsinhalt für ganz spezielle Datensituationen haben und nicht zur Ableitung praktischer Entscheidungen zugrunde

---

1) Vgl. BORCH (Verhalten 1969), S. 19; WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S. 63, beklagt, daß sich die Betriebswirtschaftslehre fast ausschließlich mit entscheidungslogischen Fragen beschäftigt.
2) Vgl. KUPSCH (Risiko 1973), S. 24.
3) Dies zeigt z.B. die Anwendung von aufwendigen Lösungsverfahren des Operations Research.
4) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 33, der den formallogischen Akt der Optimumsuche als "Fragen zweiter Ordnung"bezeichnet.
5) So z.B. KILGER (Optimale 1973), S. 11.
6) Vom theoretischen Standpunkt ist einzuwenden, daß eine rein deterministische Modellanalyse der Forderung nach Isomorphie von Modell und Realität widerspricht.

gelegt werden können.[1)]

Die Unhaltbarkeit der Prämisse vollkommener Voraussicht hat relativ früh dazu geführt, daß man versucht hat, das Unsicherheitsproblem durch Reduktion der unsicheren, mehrwertigen Daten auf einwertige Größen zu lösen. Dies kann einmal geschehen, indem man Größen wie den Erwartungswert oder den häufigsten Wert der mehrwertigen Daten für die Modellanalyse verwendet[2)], oder sogar darüber hinausgehend die erwarteten Werte um sogenannte Risikoabschläge korrigiert.

Reduziert man die mehrwertigen Daten auf einwertige Größen, so werden die Informationen über die Unsicherheit der relevanten Daten berücksichtigt, indem sie z.B. bei der Berechnung des Erwartungswertes herangezogen werden. In das Entscheidungsmodell selbst aber geht nur der auf eine charakteristische Größe reduzierte Wert ein. Das Planungsmodell arbeitet dann nur mit einwertigen Daten und ist rein deterministisch. Eine Berücksichtigung der Unsicherheit auf diese Weise ist einer vollständigen Vernachlässigung sicherlich vorzuziehen. Die Verwendung deterministischer anstelle stochastischer Daten bedeutet jedoch in vielen Fällen, daß die in den Modellen verwendeten Zielfunktionen an der Zielsetzung der Unternehmung vorbeigehen. Bei Vorliegen mehrwertiger Daten ist die Zielsetzung der Unternehmung in jedem Falle zusätzlich gekennzeichnet durch das Streben nach Realisierung eines bestimmten Sicherheitsbedürfnisses. [3)]Jedes Produktions- und Absatzprogramm muß deshalb sowohl durch ein Gewinnmaß als auch durch ein Ri-

---

1) Vgl. BORCH (Verhalten 1969), S. 20, der sogar die Nützlichkeit eines solchen Vorgehens anzweifelt. Vgl. auch WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S. 62, der darauf hinweist, daß die empirische Gültigkeit einer Modell-Lösung keine Frage der Richtigkeit mathematischer Transformationen , sondern eine Frage der Gültigkeit der Eingangsinformation ist, und daß die Anwendung der verfügbaren logisch-analytischen Lösungsinstrumente deshalb häufig nur unter unrealistischen Bedingungen erfolgt.
2) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 11.
3) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 72; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 106 f.

sikomaß gekennzeichnet sein. Die Vernachlässigung des Risikomaßes stellt einen Vorstoß gegen das Sicherheitsstreben der Unternehmung dar, der zu falschen Entscheidungen führen kann.

In der traditionellen Investitionstheorie ist es üblich, der Unsicherheit der in das Investitionskalkül eingehenden Daten durch Kürzungen der Nutzungsdauern, Erhöhung des Kalkulationszinsfußes, Kürzungen der Einzahlungen oder Erhöhung der Auszahlungsbeträge Rechnung zu tragen. Durch Korrektur der Daten um solche Sicherheitsabschläge[1] versucht man, die Unsicherheit durch eine Abgrenzung nach der ungünstigsten Seite zu berücksichtigen. Dies entspricht weitgehend dem Vorsichtsprinzip[2], das von der Überlegung ausgeht, daß die Nachteile einer zu pessimistisch aufgebauten Planung geringer einzuschätzen sind als die Nachteile einer zu optimistischen Planung. Eine Korrektur der Eingabedaten in dieser Weise stellt eine Vorabgrenzung des Lösungsraumes dar, die aus einer bestimmten Risikoeinstellung resultiert. Für die Ableitung der Entscheidung selbst wird eine Eindeutigkeit vorgetäuscht, die in Wirklichkeit nicht vorhanden ist. Außerdem gibt es keinerlei rational zu begründende Regeln über die Höhe solcher Sicherheitsab- oder -zuschläge.[3]

Auf der gleichen Stufe steht die Rechnung mit sogenannten Sicherheitsäquivalenten.[4] Sie basiert auf dem Grundgedanken, daß die Unsicherheit der relevanten Daten statistisch meßbar ist, wenn diese sich in einer genügend großen Zahl wiederholen.[5] Die Korrektur der Daten der Produktions-

1) Vgl. KOCH (Planung 1961), S. 118.
2) Vgl. ebenda, S. 118.
3) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969),S. 106.
4) Vgl. ALBACH (Wirtschaftlichkeiterechnung 1959), S. 75.
5) Im Fall des statistischen Risikos können die Entscheidungen auf Entscheidungen unter Sicherheit zurückgeführt werden, da jede Alternative mit bestimmter Häufigkeit bekannte Konsequenzen nach sich zieht. Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 288; SABEL (Grundlagen 1965), S. 47; SCHNEIDER (Investition), S. 82.

und Absatzprogrammplanung um solche errechenbaren Risikoabschläge ist jedoch nur in seltenen Fällen möglich,[1] da die Voraussetzungen für eine statistische Messung der Unsicherheit für diesen Problemkreis nur selten vorhanden sind. Eine Anwendung über diese wenigen Fälle hinaus auf die übrigen relevanten Daten ist abzulehnen, auch wenn sie erfolgt, weil dadurch "eine Umformulierung der traditionellen Theorie nicht erforderlich" wird.[2]

Werden vor Beginn der Modellanalyse, d.h. bereits beim Aufbau der Planungsmodelle zur Produktions- und Absatzprogrammplanung die unsicheren Daten durch quasi-sichere Größen[3] ersetzt, so gewährleistet die Modellanalyse lediglich Widerspruchsfreiheit zwischen Ausgangsdaten und Lösung.[4] Die Aussagefähigkeit der Lösungen ist dann als sehr gering einzustufen, da die effektiv eintretenden Realisationen der Daten durchaus von den als quasi-sicher angenommenen Daten abweichen können und im Regelfall auch werden.[5] Wird die Ungewißheit bereits beim Aufbau der Planungsmodelle ausgeklammert, so kann sie im Ergebnis der Rechnung auch nicht zum Ausdruck kommen, so daß die diesbezügliche Aussagefähigkeit der Modellanalyse Null ist.[6] Da das Ergebnis einer Rechnung mit quasi-sicheren Daten keine Informationen über den Unsicherheitsgrad dieses Ergebnisses enthält, kann der

1) Diese Möglichkeit ergibt sich z.B. bei Bearbeitungszeiten, Kapazitätsausfällen, Ausschußprozentsätzen. Eine in der betrieblichen Praxis weit verbreitete Vorgehensweise zur Abdeckung sich ständig wiederholender Risiken ist die auf dem Selbstversicherungsgedanken beruhende Verrechnung kalkulatorischer Wagnisse.
2) Vgl. ALBACH (Wirtschaftlichkeitsrechnung 1959), S. 77; ähnlich SABEL (Grundlagen 1965), S. 50.
3) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 36.
4) Die Lösung des Modells wird abgeleitet nach einigen mathematischen Transformationen der Ausgangsdaten.
5) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 36; WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S. 62, weist darauf hin, daß die so ermittelten Lösungen zwar sehr präzise, aber in unbekanntem Maße unsicher sind und daher den zukünftigen faktischen Verhältnissen nur mit evtl. sehr kleiner Wahrscheinlichkeit entsprechen.
6) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 37.

Entscheidungsträger keine Entscheidung unter Berücksichtigung seiner subjektiven Risikoeinstellung treffen. Die Möglichkeit, das Risiko durch entsprechende Maßnahmen einzuengen, ist im Rahmen eines auf quasi-sicheren Daten aufgebauten Entscheidungsmodells ebenfalls nicht möglich. Diese Überlegungen begründen die Forderung, in die Planungsmodelle zur kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung die Unsicherheit der Daten explizit einzubeziehen.

Damit wird eine Quantifizierung des Unsicherheitsgrades der relevanten Daten durch die explizite Angabe eines Unsicherheitsmaßes notwendig. Die Informationen über die unsicheren Daten können dann explizit in die Modellanalyse einbezogen werden.[1] Der Vorteil dieses Vorgehens besteht darin, daß die gesamte Information verwendet werden kann, der gesamte Entscheidungshintergrund bleibt erhalten.[2]

Auf den ersten Blick erscheint die explizite Formulierung eines Unsicherheitsmaßes schon aus den angeführten Gründen überlegen. Dennoch dürfen einige Schwierigkeiten organisatorischer und psychologischer Art nicht übersehen werden. Die Angabe eines Unsicherheitsmaßes verlangt von den Lieferanten der relevanten Daten, daß sie sich bezüglich der Einschätzung der zukünftigen Entwicklung festlegen. Bei möglichen Fehlplanungen wäre damit die Möglichkeit gegeben, Rechenschaft im Detail zu verlangen.[3] Dies erklärt in vielen Fällen die Scheu, die Unsicherheit der relevanten Daten zu quantifizieren und die Vorliebe für allgemein gehaltene qualitative Urteile. "Qualitative Erfahrungsurteile oder Vermutungen über einzelne Zukunftslagen quantitativ festzulegen, sie später zu überprüfen und den Abweichungen auf den Grund zu gehen, das ist der einzige Weg, um aus der Erfahrung zu lernen und künftige Entscheidungen zu verbessern." [4]

---

1) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 13.
2) Vgl. ebenda, S. 12.
3) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 77.
4) Ebenda, S. 77.

23. Möglichkeiten und Probleme der Quantifizierung unsicherer relevanter Daten

231. Wahrscheinlichkeiten als Maßstab der Unsicherheit

Es liegt nahe, für die explizite Quantifizierung des Unsicherheitsgrades der relevanten Daten den Begriff der Wahrscheinlichkeit heranzuziehen. Hinter dem Wahrscheinlichkeitsbegriff steht ein System von Axiomen, das es erlaubt, die Theoreme der Wahrscheinlichkeitsrechnung anzuwenden.[1] Umgangen wird damit jedoch die hier interessierende Frage, wie Wahrscheinlichkeiten für Ereignisse der realen Welt festgestellt und gemessen werden können. Durch die Axiomatisierung wird die Bildung von Wahrscheinlichkeitsurteilen nicht gelöst. Für die Anwendung muß zunächst gezeigt werden, auf welche Weise Wahrscheinlichkeitsurteile gefunden werden können.[2]

Man unterscheidet drei Interpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs:

(1) Wahrscheinlichkeiten als Grenzwerte relativer Häufigkeiten

(2) logische (klassische) Wahrscheinlichkeiten

(3) subjektive (persönliche) Wahrscheinlichkeiten.[3]

Die Interpretation der Wahrscheinlichkeit als Grenzwert der relativen Häufigkeit der günstigen zu allen möglichen Realisationen von Ereignissen stellt eine aposteriorische Auffassung dar.[4] Die Wahrscheinlichkeit w eines Ereignisses A wird ermittelt durch Erfassung der Häufigkeit a des Auftretens von A bei N Wiederholungen eines Zufallsexperimentes. Es ist dann

---

1) Zum Begriff der Wahrscheinlichkeit und zur Axiomatisierung vgl. MENGES (Grundriß 1968), S. 79 ff.

2) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 41; WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S. 69, betont die zentrale Bedeutung der Frage nach methodologischen Regeln, Maßstäben und Beurteilungskriterien zur Quantifizierung der Unsicherheit.

3) Vgl. FERSCHL (Wahrscheinlichkeitstheorie 1976), Sp. 4320 f.; GNEDENKO (Wahrscheinlichkeitsrechnung 1965), S. 11; MENGES (Wahrscheinlichkeitsinterpretationen 1965), S. 81; SCHAICH u.a. (Statistik I 1974), S. 19 ff.

4) Vgl. MENGES (Grundriß 1968), S. 82, SCHAICH u.a. (Statistik I 1974), S. 20 f.

$$(2.1) \qquad w(A) = \lim_{N \to \infty} \frac{a}{N}$$

Die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit ist erst nach Durchführung des Zufallsexperimentes in häufigen (unendlichen) Wiederholungen möglich. In der Realität kann immer nur eine endliche Anzahl von Wiederholungen durchgeführt werden, so daß von dieser Seite her die Kritik gegen einen solchen Wahrscheinlichkeitsbegriff ansetzt.[1] Eine endliche Zahl von durchgeführten Wiederholungen kann jedoch interpretiert werden als Stichprobe aus der Grundgesamtheit der unendlich vielen Wiederholungen, die ihrerseits Rückschlüsse auf die Zusammensetzung der Grundgesamtheit zuläßt.[2] Größeres Gewicht ist dem Einwand beizumessen, daß in der wirtschaftlichen Realität Entscheidungssituationen, bei denen ungewisse Ereignisse unter gleichen Bedingungen häufig eintreten, äußerst selten sind. Selbst wenn eine Entscheidung mehrmals hintereinander getroffen werden muß, sind die Umweltbedingungen in den meisten Fällen so verändert, daß man nicht von einer Wiederholung sprechen kann.[3] Viele Entscheidungen im betriebswirtschaftlichen Bereich sind durch ihre Einmaligkeit gekennzeichnet. Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeiten der Umweltbedingungen sind in diesen Fällen nicht anwendbar.

Entscheidungen über die Zusammensetzung des Produktions- und Absatzprogramms sind Entscheidungen, die kurzfristig, in periodischen Abständen gefällt werden müssen. Damit wäre das Kriterium der Wiederholbarkeit für diese Entscheidungen erfüllt. Gerade hier aber muß festgestellt werden, daß sich die Umweltbedingungen von Periode zu Periode in einer solchen Weise verändern, daß von einer Wiederholung der gleichen Entscheidung unter gleichen Bedingungen nicht mehr gesprochen werden kann.

---

1) Vgl. SCHAICH u.a. (Statistik I 1974), S.21.
2) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 43.
3) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 84.

Dennoch kann ein Teil der für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung relevanten Daten durch Wahrscheinlichkeiten, die als relative Häufigkeiten gemessen wurden, spezifiziert werden. So lassen sich insbesondere interne Daten, wie z.B. Kapazitätsausfallzeiten, Ausschußquoten, Saisonkoeffizienten, Materialverbrauchsraten, Bearbeitungskoeffizienten, Produktionsgeschwindigkeiten, Absatzgeschwindigkeiten u.ä. auf diese Weise charakterisieren.

Die logische (klassische) Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffes definiert die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses als das Verhältnis der Anzahl der Möglichkeiten dieses Ereignisses zur Gesamtzahl der gleich möglichen Elementarereignisse.[1] Problematisch an dieser Wahrscheinlichkeitsinterpretation ist die Unterstellung der Gleichwahrscheinlichkeit der einzelnen Elementarmodalitäten. Begründet wird diese Unterstellung mit dem "Prinzip vom unzureichenden Grund",nach dem alle Modalitäten als gleichmöglich erachtet werden, solange kein Grund zu der Annahme besteht, eine Modalität werde sich leichter realisieren als eine andere.[2]Eine solche Interpretation der Wahrscheinlichkeit ist a-priori ohne Bezugnahme auf empirische Ergebnisse.[3]

Ihre Rechtfertigung findet die logische Interpretation der Wahrscheinlichkeit in den Ursprüngen der Wahrscheinlichkeitstheorie, da diese vor allem eine Theorie des Glücksspiels war.[4] Bei Entscheidungsproblemen der betriebswirtschaftlichen Realität wird es kaum Fälle geben, in denen ein Zufallsmechanismus eingesetzt wird, dessen Elementarmodalitäten als gleichwahrscheinlich unterstellt werden können.[5]

---

1) Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 330; MENGES (Grundriß 1968), S. 31 f.; SCHAICH u.a. (Statistik I 1974), S.19 f.
2) Vgl. MENGES (Grundriß 1968), S. 32.
3) Vgl. MENGES (Wahrscheinlichkeitsinterpretationen 1965), S. 83.
4) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 41.
5) Vgl. ebenda, S. 42, sowie die dort aufgezeigten Beispiele. Vgl. ebenfalls SCHAICH u.a. (Statistik I 1974), S. 20.

Beide bisher erörterten Interpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffes, frequentistische a-posteriori Wahrscheinlichkeiten und logische a-priori Wahrscheinlichkeiten, können als objektive Wahrscheinlichkeiten klassifiziert werden.[1] Dem stehen auf der anderen Seite die subjektiven Wahrscheinlichkeiten gegenüber. Die Entscheidungsprobleme der Produktions- und Absatzprogrammplanung können nicht auf Massenerscheinungen mit Zufallsabhängigkeit aufgebaut werden, sondern setzen subjektive Einschätzungen über bewußte Handlungen anderer Personen sowie der Umwelt voraus.[2]

Subjektive Wahrscheinlichkeiten[3] beinhalten den Grad an Vertrauen oder Glaubwürdigkeit unter dem es rational ist zu glauben, daß ein bestimmtes Ereignis eintrifft.[4][5] Entstanden ist diese subjektive Wahrscheinlichkeitsinterpretation durch die Schwierigkeiten, die der Anwendung des klassischen und des frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriffes in der Entscheidungstheorie entgegenstehen.[6] Bei den meisten wirtschaftlichen Entscheidungsproblemen ist es zwar nicht möglich, die Wahrscheinlichkeit der rele-

---

1) Vgl. MENGES (Grundriß 1968), S. 31.
2) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 68.
3) Neuerdings findet man auch die Bezeichnung personelle Wahrscheinlichkeit. Während das Prädikat "subjektiv" die Deutung der Wahrscheinlichkeit als Oberzeugungsgrad hervorhebt, soll mit dem Begriff der personellen Wahrscheinlichkeit der normative Charakter der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie betont werden. Vgl. STEGMOLLER (Wahrscheinlichkeit 1973), S. 111.
4) Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 332 ff.; GÖTTINGER (Wahrscheinlichkeiten 1974), S. 9; KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 44; KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 196 ff.; MENGES (Grundriß 1968), S. 33 f.; MENGES (Wahrscheinlichkeitsinterpretationen 1965), S. 84 ff.
5) Die Begriffe "Glaubwürdigkeitsziffern" und "subjektive Wahrscheinlichkeiten" werden im folgenden synonym verwendet.
6) Die Begründung der Existenz subjektiver Wahrscheinlichkeiten für rational handelnde Personen findet sich erstmals bei RAMSEY (Foundations 1931); DE FINETTI (la prévision 1937); SAVAGE (Foundations 1954), baute als erster ein Axiomensystem auf, das die Verbindung zwischen Entscheidungstheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie herstellt.

vanten Daten aufgrund beobachteter Häufigkeiten oder a-priori logisch abzuleiten, dennoch kann eine Bewertung der relevanten Daten aufgrund der Erfahrungen in der Vergangenheit erfolgen. Eine solche Festlegung des Glaubwürdigkeitsgrades erfolgt intuitiv und approximativ.[1)]

Wird die Festlegung subjektiver Glaubwürdigkeitsziffern in einer Form, die den Axiomen der Wahrscheinlichkeitsrechnung gerecht wird, vorgenommen, so steht der f o r m a l e n Anwendung des Instrumentariums der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf stochastische Entscheidungsprobleme nichts im Wege.[2)]

Ansatzpunkt zur Kritik beinhaltet jedoch die Tatsache, daß subjektive Wahrscheinlichkeiten rein subjektive Bewertungen darstellen, deren intersubjektive Oberprüfung ausgeschlossen ist.[3)] Es stellt sich die Frage, inwieweit Entscheidungsmodelle,die auf subjektiven Glaubwürdigkeiten beruhen, Ergebnisse liefern, die mehr sind als nur der Ausfluß reiner Intuition und insofern solchen Entscheidungen, die direkt rein intuitiv getroffen werden, überlegen sein können.[4)] Letztlich geht es bei dieser Argumentation also um die Frage, ob subjektive Glaubwürdigkeiten überhaupt ihre Anwendungsberechtigung haben und damit, inwiefern man

---

1) Vgl. GOTTINGER (Wahrscheinlichkeiten 1974), S. 14; WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S. 85, hebt hervor, daß die Feststellung subjektiver Wahrscheinlichkeiten stets an bestimmte Personen und deren Werturteile in einem bestimmten Zeitpunkt, einer spezifischen Situation und gegenüber einer Reihe von Beurteilungsgegenständen gebunden ist.
2) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 44; KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 196; MENGES (Wahrscheinlichkeitsinterpretationen 1965), S. 87 ff.; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 28.
3) Vgl. ebenda, S. 44; WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S. 87, geht darüber hinaus, indem er feststellt, daß infolge des Fehlens objektiver Kriterien für die Güte und Qualifikation subjektiver Wahrscheinlichkeiten sowie fehlender allgemein verwendbarer Bestimmungsregeln für die Ermittlung subjektiver Glaubwürdigkeiten die subjektive Wahrscheinlichkeitstheorie eigentlich nicht das liefert, was man sich angesichts der Unsicherheit erhofft.
4) Vgl. MENGES (Wahrscheinlichkeitsinterpretationen 1965), S. 93 f.

stochastische Entscheidungsmodelle zur Lösung wirtschaftlicher Entscheidungsprobleme heranziehen will oder nicht.

Subjektive Wahrscheinlichkeiten abzulehnen, bedeutet Verzicht auf Informationen, wenngleich diese Informationen aus der Erfahrung der bewertenden Personen abgeleitet sind.[1] Entscheidet man sich für die Verwendung subjektiver Wahrscheinlichkeiten, so besteht die Funktion des Planungsmodells[2] darin, die "Bildung von widerspruchsfreien Wahrscheinlichkeitsurteilen zu ermöglichen und zu sichern, daß daraus die richtigen Konsequenzen gezogen werden."[3] Dies ist ein geringerer Anspruch als er gewöhnlich an ein Entscheidungsmodell gestellt wird. Die Bedeutung der Modellanalyse liegt aber darin, "daß logische Widerspruchsfreiheit zwischen den subjektiven Meinungen über Ausgangsdaten und Ergebnissen"[4] erzielt wird. Die Kritik gegen subjektive Wahrscheinlichkeiten richtet sich in der Hauptsache gegen die Verwendung des Begriffes "Wahrscheinlichkeit". Auch die Gegner der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitsinterpretation räumen ein, "daß subjektive Beurteilungen von Wahrscheinlichkeiten in der wissenschaftlichen Praxis gelegentlich nützlich sein können."[5] Mit der wachsenden Bedeutung der Entscheidungstheorie kann beobachtet werden,

---

1) Vgl. WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S. 85, der die pragmatische Motivation zur Aufstellung und Verwendung subjektiver Wahrscheinlichkeitsurteile betont. SCHAICH u.a. (Statistik I 1974), S. 23, weisen darauf hin, daß die Bezugnahme auf die Erfahrung einen indirekten - allerdings nicht offengelegten - Zugriff auf Realisierungen von Zufallsvorgängen der Vergangenheit darstellt.

2) Zur Funktion von Entscheidungsmodellen vgl. MENGES(Grundmodelle 1974), S. 80 ff.

3) HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 45.

4) Ebenda, S. 46.

5) MENGES (Wahrscheinlichkeitsinterpretationen 1965), S. 94; Vgl. auch SOUDER (Validity 1969), S. 48, der den Wert und die Konsistenz von Erfolgsschätzungen bei Forschungs- und Entwicklungsprojekten allerdings ohne Anspruch auf Repräsentativität wie folgt kennzeichnet: "Subjective Probability of Success Forecasts appear to be extremely accurate."

daß die subjektivistische Interpretation der Wahrscheinlichkeit immer mehr akzeptiert wird.[1] Dies ist leicht erklärbar, da eine Entscheidungstheorie ohne subjektive Wahrscheinlichkeiten zu praktischer Unfruchtbarkeit und Nutzlosigkeit verurteilt wäre.[2]

---

1) Vgl. KRELLE (Entscheidungstheorie 1968, S. 196, sowie die dort angegebene Literatur. WITTMANN (Entscheiden 1975), S. 63, weist darauf hin, daß es in der Ökonomie Stimmen gibt, die,z.T. recht radikal, die ausschließliche Anwendung subjektiver Wahrscheinlichkeiten fordern.
2) Vgl. die statistische Entscheidungstheorie von RAIFFA/SCHLAIFER auf der Grundlage subjektiver Wahrscheinlichkeiten, sowie die von ihnen entwickelte axiomatische Begründung. RAIFFA/SCHLAIFER (Decision 1961).

232. Die Problematik der Gewinnung von Glaubwürdigkeitsziffern

Mit der Verwendung von subjektiven Wahrscheinlichkeiten ergibt sich die Frage, wie diese bestimmt werden können. Aus dem Blickwinkel der Entscheidungstheorie ist diese Frage von untergeordneter Bedeutung. Die Wahrscheinlichkeiten werden als gegeben angenommen.[1] Vom Standpunkt der operationalen Durchführung der Planung stellt die Gewinnung von Glaubwürdigkeitsziffern jedoch ein großes Problem organisatorischer und auch psychologischer Art dar, da die Güte der Produktions- und Absatzprogrammplanung entscheidend durch die Qualität der eingehenden relevanten Daten geprägt wird.

Die Festlegung von Glaubwürdigkeitsziffern ist grundsätzlich als Meßproblem zu charakterisieren.[2] Voraussetzung ist eine konsistente Bewertung. Insofern unterscheiden sich subjektive Wahrscheinlichkeiten von psychologischen Wahrscheinlichkeiten, die nicht zwingend auf reiflichen Überlegungen und konsistenten Vorstellungen basieren und als eine primitive Vorstufe, als individueller Vertrauensgrad gekennzeichnet werden können.[3] Subjektive Glaubwürdigkeiten hingegen müssen unter Beachtung einer Logik gebildet werden, die eine konsistente Schätzung erlaubt. In der Realität ist nun zu beobachten, daß Individuen sich nicht immer logisch verhalten, jedoch kann ein logisches Verhalten bei der Bildung von Glaubwürdigkeitsziffern als Postu-

---

1) Vgl. WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S.62 f., der bemängelt, daß das Prognoseproblem in Deutschland bisher fast gänzlich unbeachtet geblieben ist, obgleich die Entscheidungsproblematik mehr und mehr die Perspektive der Betriebswirtschaftslehre bestimmt.
2) Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 338; KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 45.
3) Vgl. GOTTINGER (Wahrscheinlichkeiten 1974), S. 15.

lat menschlichen Verhaltens aufgestellt werden.[1)]

In der Literatur wird eine Vielzahl von Verfahren vorgeschlagen, mit denen die a-priori Informationen des Beurteilenden[2)] in a-priori Wahrscheinlichkeitsurteile überführt werden können.[3)] Da die einzelnen Verfahren unterschiedliche Methoden der Informationsverarbeitung zugrunde legen und deshalb auch zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen können und da die Eignung der Methoden auch von der Komplexität des Schätzobjektes abhängt, kann keines dieser Verfahren als eindeutig überlegen angesehen werden.[4)]

---

1) Vgl. GOTTINGER (Wahrscheinlichkeiten 1974), S. 15; Die Wahrscheinlichkeitsurteile einer Person müssen die Postulate der Konsistenz und Kohärenz erfüllen. Kohärente und konsistente subjektive Wahrscheinlichkeitsurteile sind dann in dem Sinne rational, daß sie nicht völlig willkürlich sind, sondern gewissen normativen Kriterien genügen. Dennoch bleiben die Urteile subjektiv, da das Individuum im Hinblick auf ein Ereignis (eine Hypothese) jeden beliebigen Glaubwürdigkeitsgrad besitzen darf, wenn dieser im Verhältnis zu den anderen geäußerten Wahrscheinlichkeitsurteilen nur konsistent und kohärent ist. Vgl. WILD (Unternehmerische Entscheidungen 1969), S. 86.

2) Wir wollen im folgenden nicht unterscheiden, ob die Festlegung der Glaubwürdigkeitsziffern von einer Person oder einer Gruppe (Expertenteam) durchgeführt wird.

3) Vgl. z.B. ANSCOMBE/AUMANN (Definition 1973); BROCKHOFF (Determining 1972); CHURCHMAN/ACKOFF (Measure 1954); COLE (Probability 1970); GÄFGEN (Theorie 1974), S.338 ff.; GOTTINGER (Wahrscheinlichkeiten 1974); HAMPTON/MOORE/THOMAS (Subjective Probability 1973); HILLIER (Deviation 1963); HUBER (Methods 1974); JACOB (Problem 1967); KENDALL (Ranks 1962); KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 196 ff.; LAUX (Entscheidung 1976); MAC CRIMMON (Implications 1968); MORRISON (Critique 1967); PERRY/GREIG (Estimating 1975); SCHÄFER/BORCHERDING (Assessment 1973); SCHLAIFER (Analysis 1969), S. 140 ff.; SCHNEIDER (Investition 1974), S. 84 ff.; SCHOTT (Unterstützung 1976), S. 21 ff.; SPETZLER/STAËL VON HOLSTEIN (Probability 1975); WINKLER (Consensus 1968); WINKLER (Assessment 1967).

4) Vgl. SCHOTT (Unterstützung 1976), S. 6; T.D. COLE weist darauf hin, daß es zur Zeit noch kein empirisch abgesichertes Verfahren zur Gewinnung subjektiver Wahrscheinlichkeiten gibt. Vgl. COLE (Probability 1970), S. 62. Aufgrund der Problematik, die durch die subjektive Komponente begründet ist, bezweifeln wir, daß es überhaupt möglich ist, eine empirische Fundierung für die Verfahren zur Gewinnung von Glaubwürdigkeitsziffern abzuleiten.

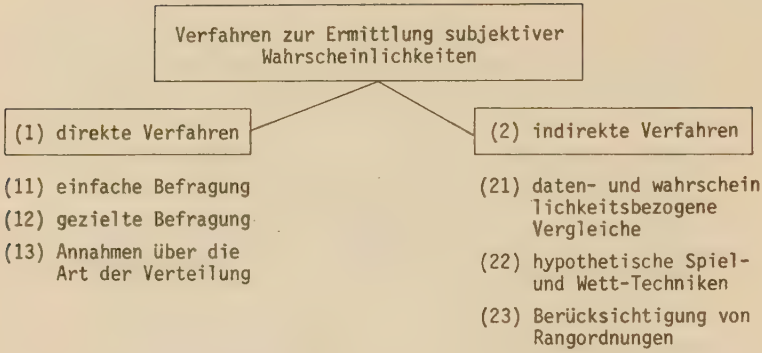
Damit stellt sich das Problem, welches Verfahren für die Quantifizierung von Glaubwürdigkeitsurteilen herangezogen werden soll. Zur Beurteilung dieser Frage müssen insbesondere folgende Oberlegungen[1] Berücksichtigung finden:

- Welche Voraussetzungen und Ausgangsinformationen sind für die Anwendung erforderlich?
- Welche Vorkenntnisse wahrscheinlichkeitstheoretischer Art setzt das Verfahren beim Urteilenden voraus?
- Welcher Aufwand ist mit der Anwendung des Verfahrens verknüpft?
- Gewährleistet das Verfahren die Transformation des a-priori Wissens in Glaubwürdigkeitsziffern in befriedigender Weise?[2]

Zur Klassifizierung der unterschiedlichen Ansätze zur Ableitung von subjektiven Wahrscheinlichkeiten bietet sich eine Unterscheidung in direkte und indirekte Verfahren an.[3] Direkte Verfahren sind solche, bei denen der Zusammenhang zwischen den Angaben des Urteilenden und der resultierenden Verteilung direkt vom Urteilenden erkannt werden kann. Bei den indirekten Verfahren läßt sich ein solcher Zusammenhang nicht erkennen. Damit ist folgende Unterscheidung der Verfahren möglich:

---

1) Vgl. SCHOTT (Unterstützung 1976), S. 29 f., der für die Beurteilung der Verfahren darüber hinausgehend den Verlauf des Schätzprozesses, die Art der Unterstützung des Urteilsprozesses sowie spezielle Vor- und Nachteile heranzieht.
2) Die Problematik der Divergenz von empfundener und angegebener Glaubwürdigkeit bleibt im folgenden ausgeklammert. Vgl. dazu BROCKHOFF (Determining 1972), S. 221 f.
3) Die Klassifizierung in direkt - indirekt findet man bei SPETZLER/STAËL VON HOLSTEIN (Probability 1975), S. 348; SCHOTT (Unterstützung 1976), S. 8 f, differenziert direkte und indirekte Verfahren weiter nach der Art der Unterstützung, die dem Urteilenden gewährt wird.



Im folgenden wollen wir diese Verfahren kurz skizzieren und ihre Eignung für die praktische Anwendung anhand der oben formulierten Kriterien überprüfen.

(11) Das einfachste Verfahren zur Ableitung von Glaubwürdigkeiten stellt die e i n f a c h e, d i r e k t e B e f r a g u n g dar. Hierbei hat der Befragte die Wahrscheinlichkeit für die Realisation einer Zufallsvariablen direkt in Werten zwischen Null und Eins anzugeben. Unter dem Gesichtspunkt des erforderlichen Aufwandes und der erforderlichen Vorkenntnisse ist das Verfahren als äußerst günstig einzustufen. Jedoch muß bezweifelt werden, ob bei direkter Angabe von Wahrscheinlichkeitsziffern gewährleistet ist, daß die vorhandenen Informationen vollständig berücksichtigt werden, da dem Prozeß der Urteilsfindung jede vorgegebene Struktur fehlt.[1] Dies äußert sich auch darin, daß die beurteilenden Personen gegenüber ihren eigenen Angaben Unsicherheit empfinden. Weiterhin kann bei diesem Verfahren nicht vermieden werden, daß aus der subjektiven Vorliebe für bestimmte Werte eine Verfälschung der Glaubwürdigkeitsziffern resultiert.[2]

---

1) Vgl. SCHLAIFER (Analysis 1969), S. 283; SCHOTT (Unterstützung 1976), S. 11.
2) Für die Vermeidung einer Bevorzugung bestimmter Werte werden graphische Hilfen, wie die Unterteilung einer Strecke in Teilstrecken, vorgeschlagen. Vgl. HAMPTON/MOORE/THOMAS (Subjective Probability 1973), S. 22.

(12) Im Gegensatz zur einfachen Befragung wird dem Urteilenden bei der g e z i e l t e n B e f r a g u n g Unterstützung gewährt. Zunächst sind hier die Vorschläge einzuordnen, die eine Erleichterung der Urteilsabgabe durch Vorgeben qualitativer Glaubwürdigkeitsgrade bezwecken. So schlägt W.KRELLE[1] folgende G l a u b w ü r d i g k e i t s z i f f e r n s k a l a vor:

Ist ein bestimmtes Ereignis nach dem Urteil des damit Befaßten	dann ist die subjektive Wahrscheinlichkeit in %
völlig unmöglich	0
außerordentlich unwahrscheinlich	1 - 10
sehr unwahrscheinlich	5 - 20
recht unwahrscheinlich	10 - 30
unwahrscheinlich	20 - 40
immerhin möglich	30 - 50
durchaus möglich	40 - 60
sehr möglich	50 - 70
wahrscheinlich	60 - 80
recht wahrscheinlich	70 - 90
sehr wahrscheinlich	80 - 95
außerordentlich wahrscheinlich	90 - 99
völlig sicher	100

Es ist fraglich, ob eine solche Skalierung ein wirkliches Hilfsmittel der Quantifizierung von Glaubwürdigkeitsziffern darstellt. Krelle weist selbst darauf hin, daß die von ihm vorgeschlagene Gruppierung nur als Anhaltspunkt gedacht ist und die Differenzierung des Erwartungsgefühls in star-

1) KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 198.

kem Maße vom Sprachgefühl abhängig ist.[1] Zum anderen erscheinen die auftretenden Oberlappungen wenig geeignet, die Schwierigkeiten einer eindeutigen Urteilsbildung zu überwinden. Weiterhin ist gegen die weitgehende Differenzierung einzuwenden, daß die Unterscheidungsfähigkeit der Beurteilenden Individuen überschätzt wird. Psychologische Untersuchungen zeigen, daß die Schwellenwerte der Unterscheidbarkeit überschritten werden, sobald eine Differenzierung in mehr als 9 Kriterien erfolgt. Eine Differenzierung in 5 bis 9 Kriterien wird vorgeschlagen, 7 Kriterien werden als optimal erachtet.[2]

H. JACOB schlägt für die subjektive Beurteilung von Absatzmengen die folgenden Glaubwürdigkeitsziffernbereiche vor:[3]

ein Absatz von mindestens .....ME	
wird mit Sicherheit eintreten	1
wird mit großer Wahrscheinlichkeit eintreten	0,8
wird als durchaus möglich empfunden	0,6
kann unter bestimmten Umständen eintreten	0,4
gilt als nicht sehr wahrscheinlich, kann aber nicht ausgeschlossen werden	0,2
wird für unmöglich gehalten	0

Dieser Vorschlag vermeidet eine zu weitgehende Differenzierung, das Problem der Oberlappungen ist ebenfalls ausgeschaltet. Die feste Vorgabe von Wahrscheinlichkeitsintervallen vermag jedoch nicht zu überzeugen. Es ist nicht ohne weiteres einzusehen, daß eine Unterscheidung von jeweils 20 % Glaubwürdigkeit gerade mit den Fühlbarkeitsschwellen der beurteilenden Individuen korrespondiert.

1) Vgl. KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 198.
2) Vgl. MILLER (Magical 1969), S. 107 ff.; ebenfalls KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 84 f.
3) JACOB (Problem 1967), S. 155.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß die Unterstützung der Befragung durch derartige Glaubwürdigkeitsziffernskalen die Vorteile der einfachen direkten Befragung nicht schmälert, andererseits aber den Nachteil, daß die Transformation des a-priori Wissens in Glaubwürdigkeitsziffern nicht mit hinreichender Genauigkeit gewährleistet ist, nicht aufhebt.

Zerlegt man den als möglich erachteten Wertebereich der zu schätzenden Größe in feste Intervalle und fragt den Beurteilenden dann nach dem Glaubwürdigkeitsgrad, daß die Realisation der zu schätzenden Größe in die einzelnen Intervalle fällt, so spricht man von der T e c h n i k d e r f e s t e n I n t e r v a l l e.[1)]

Als v a r i a b l e I n t e r v a l l t e c h n i k e n bezeichnet man hingegen die Verfahren, die durch Bestimmung von diskreten Punkten der Verteilungsfunktion oder der Dichtefunktion eine approximative Bestimmung dieser Funktion anstreben. Die von D.G. MORRISON vorgeschlagene CDF-Methode[2)] dient zur Bestimmung der Verteilungsfunktion F(x) einer zu schätzenden Zufallsvariablen X.[3)] Die beurteilende Person muß mehrere Werte der zu schätzenden Variablen festlegen. Zu diesem Zweck werden folgende Fragen gestellt:

1. Welchen Wert messen Sie der zu schätzenden Variablen bei, wenn Sie annehmen, daß der wahre Wert mit einer Chance von 50 % darüber liegt?

2. Angenommen, der wahre Wert der zu schätzenden Variablen liegt unter dem Wert der für F(x) = 0,5 geschätzt wurde; welchem Wert der zu schätzenden Variablen geben Sie dann die 50 % Chance, daß er unter dem Wert liegt,

---

1) Die Technik der festen Intervalle ist im Prinzip aufgebaut wie die Unterstützung der Befragung durch Vorgabe von Glaubwürdigkeitsziffernskalen. Im ersten Fall werden die zu beurteilenden Größen in Intervalle zerlegt, im zweiten Fall werden Glaubwürdigkeitsintervalle vorgegeben. Zur Technik der festen Intervalle vgl. HUBER (Methods 1974), S. 435 f.

2) Vgl. MORRISON (Critique 1967), S. 253 f.; Die Abkürzung CDF bedeutet dabei Cumulative Density Function.

3) Zur Schreibweise der Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen $F(x) = W(X \leq x)$ vgl. MENGES (Grundriß 1968), S 142.

der vorhin bei F(x) = 0,5 geschätzt wurde?

3. Angenommen, der wahre Wert der zu schätzenden Variablen liegt über dem Wert, der für F(x) = 0,5 geschätzt wurde; welchem Wert der zu schätzenden Variablen geben Sie dann die 50 % Chance, daß er über dem Wert liegt, der vorhin bei F(x) = 0,5 geschätzt wurde?

Auf diese Weise sind die Quantile $x_{0,5}$, $x_{0,25}$ und $x_{0,75}$ der Verteilung bestimmt. Zur Konsistenzkontrolle können zusätzlich die Quantile $x_{0,125}$, $x_{0,375}$, $x_{0,625}$ und $x_{0,875}$ ermittelt werden.

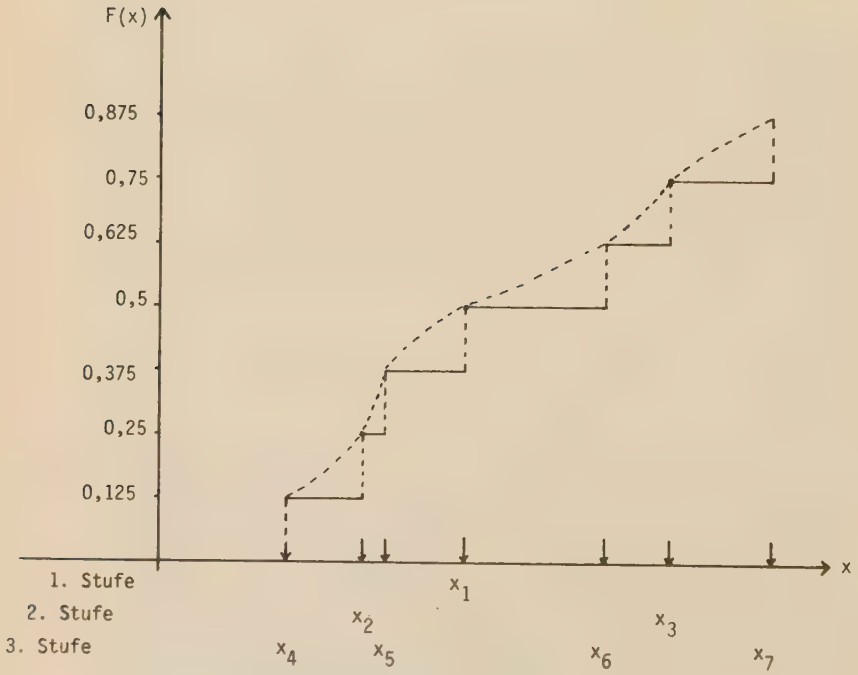


Abb. 2: Vorgehensweise bei der CDF-Methode

Die Abb. 2 zeigt die stufenweise Approximation der Verteilungsfunktion mit Hilfe der CDF-Methode. Gegenüber den bisher dargestellten Verfahren verlangt die CDF-Methode von den beurteilenden Personen ein hohes Maß an Abstraktionsvermögen und methodischen Kenntnissen.[1] T.D. COLE[2] schlägt deshalb vor, die Approximation der Verteilungsfunktion auf eine modifizierte Dreipunktschätzung zu beschränken.[3] Damit vereinfacht sich die Fragestellung wie folgt:

1. Welchen Wert der zu schätzenden Variablen halten Sie für den wahrscheinlichsten Wert?
2. Welchen Wert der zu schätzenden Variablen halten Sie für den maximal möglichen Wert?
3. Welchen Wert der zu schätzenden Variablen halten Sie für den minimal möglichen Wert?
4. Welche Wahrscheinlichkeit ordnen Sie der Möglichkeit zu, daß der wahre Wert der zu schätzenden Variablen in das Intervall zwischen wahrscheinlichsten und maximal möglichen Wert fällt?

Bezeichnen wir die erfragten Werte der Zufallsvariablen mit x_{opt}, x_{Max} und x_{Min} sowie die Wahrscheinlichkeit, daß die Realisation der Zufallsvariablen X in das Intervall $[x_{opt}, x_{Max}]$ fällt mit Δw, so sind 3 Punkte der Verteilungsfunktion bestimmt:

$$F(x_{Min}) = W(X \leq x_{Min}) = 0;$$

$$F(x_{Max}) = W(X \leq x_{Max}) = 1{,}0$$

und

$$F(x_{opt}) = W(X \leq x_{opt}) = 1 - \Delta w.$$

---

1) Vgl. SCHOTT (Unterstützung 1976), S. 13.
2) COLE (Probability 1970), S. 61 ff.
3) Dieses Verfahren basiert auf einem Vorschlag von D. PARIS, Probability Estimation for Investment Decision Analysis, (Unpublished report, Carterpillar Tractor Co., September 1967), zitiert nach COLE (Probability 1970), S. 62.

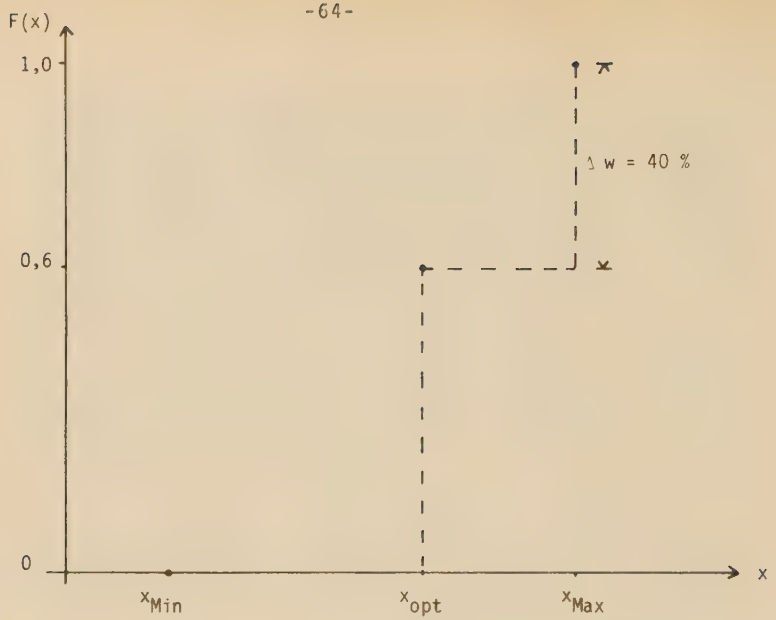


Abb. 3: Modifizierte Dreipunktschätzung

Es erscheint fraglich, ob es sinnvoll ist, sich mit einer solchen grob approximierten Verteilungsfunktion zu begnügen, zumal andere Verfahren die Möglichkeit bieten, weitere Informationen zu erhalten. Kritisch kann man diesem Verfahren also entgegenhalten, daß es sich von vornherein mit einer Dreipunkt-Schätzung begnügt und keine Möglichkeiten beinhaltet, weitere Informationen zu erlangen. Es mag unsichere Daten geben, für die es nicht möglich ist, mehr Informationen zu erhalten, für andere, bei denen dies möglich ist, sollte das Verfahren zur Erlangung von Glaubwürdigkeitsurteilen diese Möglichkeiten ausschöpfen.

In analoger Weise läßt sich durch entsprechende Fragestellungen der approximative Verlauf der Dichtefunktion einer Zufallsvariablen ableiten.[1)]

1) Vgl. dazu den Vorschlag von WINKLER (Assessment 1967), S. 776 ff.

(13) Wird für eine zu schätzende Zufallsvariable ein allgemein gültiger Verlauf der Dichtefunktion und damit der Verteilungsfunktion angenommen, so kann dieser Kurvenverlauf bei der Ermittlung der Wahrscheinlichkeitsziffern als Unterstützung zugrunde gelegt werden.[1] Es ist offensichtlich, daß bei einem unterstellten allgemeingültigen Verlauf der Verteilungsfunktion die Erfragung weniger Werte genügt, um die Verteilungsfunktion den erwarteten Gegebenheiten anzupassen. Angabe des Modus und z.B. der Quantile $x_{0,75}$ genügen dann bereits[2], den möglichen Realisationen der Zufallsvariablen Glaubwürdigkeitsziffern zuzuordnen.

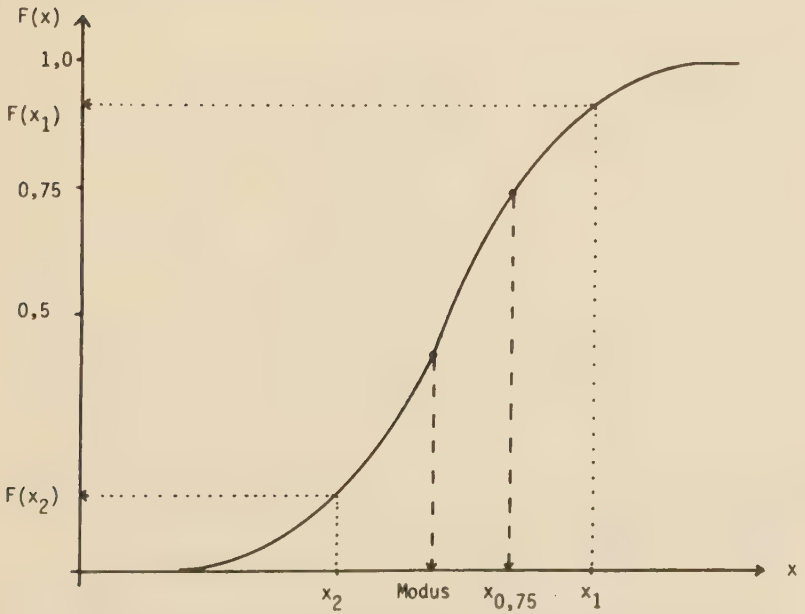


Abb. 4: Allgemeingültig vorgegebener Verlauf einer Verteilungsfunktion

1) Vgl. SCHLAIFER (Analysis 1969), S. 285.
2) Dies gilt allerdings nur für den Fall einer unimodalen Dichtefunktion. Zu weiteren Voraussetzungen vgl. SCHLAIFER (Analysis 1969), S. 283.

Wird z.B. der in Abb. 4 unterstellte Verlauf der Verteilungsfunktion der Zufallsvaraiblen X als allgemeingültig angesehen und werden Modus und $x_{0,75}$ wie angedeutet geschätzt, so sind damit die Wahrscheinlichkeiten $F(x_1)$ und $F(x_2)$ ebenfalls bestimmt.

Eine wesentliche Vereinfachung ergibt sich für den Fall, daß die zu beurteilende Zufallsvariable durch eine S t a n d a r d v e r t e i l u n g [1] mit genügender Genauigkeit beschrieben werden kann. Die Unterstellung einer Standardverteilung ermöglicht die Bestimmung der gesamten Verteilung aus einigen wenigen Schätzwerten. So genügt z.B. für die Normalverteilung bereits die Angabe des Modus und der Standardabweichung, um die gesamte Verteilung exakt zu beschreiben.

Bei Annahme einer normalverteilten Zufallsvariablen[2] schlägt F.S. HILLIER[3] folgende Verfahrensweise vor. Zur Bestimmung von Mittelwert und Standardabweichung werden folgende Fragen gestellt:[4]

1. Welchen Wert der zu schätzenden Variablen halten Sie für den wahrscheinlichsten Wert?
2. Wenn Sie von dem in der ersten Frage angegebenen wahrscheinlichsten Wert ausgehen, welches Intervall um diesen Wert würden Sie festlegen, wenn die Realisation der unsicheren Größe mit 70 %iger Wahrscheinlichkeit in dieses Intervall fallen soll?

---

1) Normalverteilung und Beta-Verteilung werden in der Literatur als bevorzugte Standardverteilungen herangezogen. Vgl. BAMBERG/COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 61 sowie die dortigen Literaturverweise.
2) Vgl. allerdings SCHNEIDER (Investition 1974), S. 415, der die Anwendungsmöglichkeit der Normalverteilung für wirtschaftliche Entscheidungen wie folgt bestreitet: "Weil subjektive Wahrscheinlichkeitsziffern nur auf der Abschätzung einzelner «Alternativentwicklungen» beruhen können, deshalb besitzt die Normalverteilung für alle wirtschaftlichen Entscheidungen keinen entscheidungsbestimmenden Gehalt."
3) Vgl. HILLIER (Deviation 1963), S. 443 ff.
4) Vgl. COLE (Probability 1970), S. 62.

Mit diesen Fragen werden Mittelwert und Standardabweichung der Normalverteilung indirekt[1] erfragt, da die Fläche des Ein-Sigma-Bereiches unter der Normalverteilung rund 68 % beträgt.[2] Die Differenz von 68 % zu 70 % wird als für das Problem nicht signifikant toleriert. Mit bekanntem Mittelwert und bekannter Standardabweichung ist die Verteilungsfunktion der gesuchten Normalverteilung vollständig beschrieben.

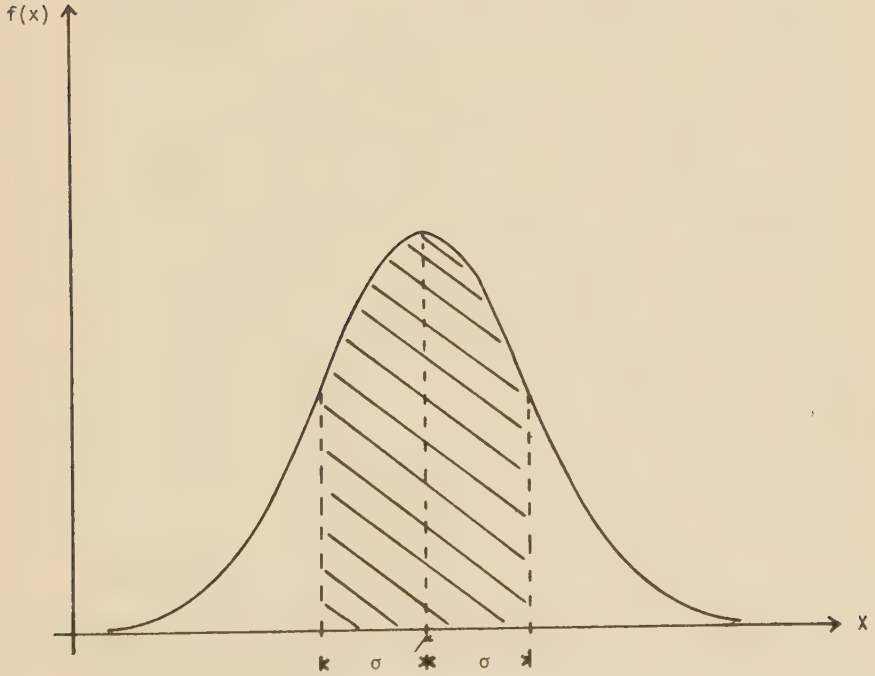


Abb. 5: Normalverteilung

1) Bei dieser Vorgehensweise wird dem Beurteilenden nicht zwingend der Zusammenhang zwischen seinen Angaben und daraus resultierenden Wahrscheinlichkeiten bewußt, so daß man dieses Verfahren als einen Grenzfall der direkten Verfahren ansehen muß.

2) Für den genauen Wert $W\{|X - \mu| \leq \sigma\} = 0{,}68268$ vgl. MENGES (Grundriß 1968), S. 247.

Die indirekten Verfahren zur Ableitung von Wahrscheinlichkeitsurteilen lassen sich grundsätzlich gegenüber den direkten Verfahren als aufwendiger einstufen. Der erhöhte Aufwand muß dabei nicht zwingend auch zu einer qualitativen Verbesserung der Wahrscheinlichkeitsangaben führen.[1)]

(21) Es liegt nahe, die in der Darstellung der Wahrscheinlichkeitstheorie beliebten Urnenbeispiele in analoger Weise zur Unterstützung der Glaubwürdigkeitsbeurteilung von Realisationen einer Zufallsvariablen heranzuziehen. Werden nur wenige Realisationen der Zufallsvariablen als möglich angesehen, so kann man für die verschiedenen Realisationsmöglichkeiten Kugeln verschiedener Farbe vorgeben und den Beurteilenden dasjenige Mischungsverhältnis Kugeln verschiedener Farben zusammenstellen lassen, das er gemäß seinen Vorstellungen über die Genauigkeit der verschiedenen Realisationsmöglichkeiten hat.[2)]

Ebenfalls um die Anwendung wahrscheinlichkeitsbezogener Vergleiche handelt es sich, wenn für die Beurteilung der Glaubwürdigkeit eines einzelnen Ereignisses ein Wahrscheinlichkeitsrad [3)] zur Unterstützung herangezogen werden soll. Das Rad stellt eine Scheibe dar, die farblich in zwei unterschiedliche Sektoren unterteilbar ist. Der Farbanteil soll dann von der urteilenden Person gemäß ihrem Vertrauen in die Realisation des Ereignisses so vorgenommen werden, daß die Chance eines starren Zeigers, bei Drehen des Rades in einem der beiden Sektoren zum Stillstand zu kommen, mit dem Glaubwürdigkeitsgrad, der in die Realisation des Ereignisses gesetzt wird, übereinstimmt. Beide Verfahren zur Anwendung wahrscheinlichkeitsbezogener Vergleiche erscheinen für die praktische Anwendung infolge der zeitaufwendigen und praxisfremden Hilfen nur beschränkt anwendbar.

---

1) Vgl. die Kritik von MORRISON (Critique 1967), S. 253 f. an der von SMITH (Procedures 1967), S. 236 ff. herausgestellten Vorteilhaftigkeit der Ranking-Verfahren. Vgl. ebenfalls GREEN (Critique 1967), S. B 250 ff.
2) Vgl. SCHOTT (Unterstützung), S. 20.
3) Vgl. SPETZLER/STAËL VON HOLSTEIN (Probability 1975), S. 348 f.

Wird die Schätzung unsicherer Daten in periodischen Abständen wiederholt, so kann bei der Abgabe von Wahrscheinlichkeitsurteilen der Datenverlauf der Vergangenheit einbezogen werden. Die Häufigkeitsverteilung der Vergangenheitsdaten wird in einer grafischen Darstellung festgehalten und aufgrund der geschätzten Entwicklung für die zukünftige Periode abgeändert. Dieses von R. SCHLAIFER[1] vorgeschlagene Verfahren weist den großen Vorteil auf, daß die Erfahrungen aus der Vergangenheit nicht nur implizit in den Urteilsprozeß einfließen, sondern explizit dem Urteilsprozeß zugrunde gelegt werden.

(22) Der Vorschlag, den Urteilenden vor h y p o t h e t i s c h e W e t t -, S p i e l - o d e r E n t s c h e i d u n g s s i t u a t i o n e n zu stellen, und daraus subjektive Wahrscheinlichkeiten abzuleiten, geht auf F. P. RAMSEY[2] zurück. Die Ermittlung von Glaubwürdigkeitsziffern erfolgt, indem gemessen wird, inwieweit die beurteilende Person gewillt ist, auf der Basis des abgegebenen Urteils zu handeln. Die subjektive Wahrscheinlichkeit ergibt sich nach Ramsey als[3]

$$w = 1 - \frac{f(d)}{N_R - N_F} \tag{2.2}$$

N_R = Nutzen bei richtiger Schätzung
N_F = Nutzen bei falscher Schätzung
$f(d)$ = Nachteil, den man bereit ist einzugehen, um Gewißheit über den unsicheren Sachverhalt zu erhalten.

---

1) Vgl. SCHLAIFER (Analysis 1969), S. 290 ff., der dieses Verfahren als "Assessment by Smoothing Historical Data" bezeichnet. Dieses Verfahren arbeitet einerseits mit datenbezogenen Vergleichen, erlaubt andererseits auch direkte Rückschlüsse auf die resultierenden Wahrscheinlichkeitsziffern, so daß ein Grenzfall der indirekten Verfahren vorliegt.
2) Vgl. F.P. RAMSEY, The Foundations of Mathematics and other logical Essays, ed. by Braithwaite, London 1931, Kap. VII, Truth and Probability, S. 156-198, zitiert nach KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 204.
3) Vgl. KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 204.

Nehmen wir an, daß für die Produktionsprogrammplanung die Absatzmenge eines Produktes geschätzt werden soll. Führt die Schätzung zu dem Ergebnis x_A = 1000 ME, $w(x_A)$=0,4, dann läßt sich dieses Ergebnis wie folgt interpretieren. Die urteilende Person ist bereit, 60 % des entstehenden Mehrgewinns bei richtig geschätzter Absatzmenge für eine Aktion (Befragung) auszugeben, die zur richtigen Absatzmenge x_A führt. Daraus folgt dann, daß der eigenen Schätzung nur eine Glaubwürdigkeit von 40 % beigemessen wird. Interpretiert man z.B. N_R als den Deckungsbeitrag bei richtiger Schätzung und N_F als den Deckungsbeitrag, der sich infolge von Fehlmengenkosten oder zusätzlichen Lagerkosten bei falscher Schätzung ergibt und sei $(N_R - N_F)$ = 1000,- DM, so beinhaltet die Absatzmengenschätzung x_A = 1000 ME, $w(x_A)$ = 0,4, daß der Urteilende maximal 600,- DM für die Information auszugeben bereit ist, die ihm Sicherheit bezüglich der Absatzmenge bringt.

Problematisch an diesem Vorschlag erscheinen folgende Gesichtspunkte. Es wird vorausgesetzt, daß die urteilende Person in der Lage ist, die entstehenden Nutzendifferenzen implizit in ihre Oberlegungen einzubeziehen. Dies bedingt aber, daß die Lösung des Entscheidungsproblems und ihre Konsequenzen schon als bekannt vorausgesetzt werden. In den meisten Fällen wird es jedoch nicht möglich sein, infolge der vielfältigen Interdependenzen, die Nutzendifferenz zu bestimmen. Ein zweiter wichtiger Einwand resultiert daraus, daß die Größe f(d) eine rein hypothetische Größe darstellt, deren Angabe infolge des rein hypothetischen Charakters vom Urteilenden ohne Folgen gemacht werden kann.[1] Darüberhinaus ist zu beachten, daß die Angabe einer solchen Größe letztlich von der Risikoeinstellung des Urteilenden abhängt.[2]

1) Vgl. HAHN (Evaluation 1971), S. 14, der bei einer Untersuchung der Fehlerquellen in den Glaubwürdigkeitsangaben die persönliche Verantwortlichkeit der urteilenden Person als eine der Hauptursachen herausstellt.
2) Damit werden spezielle Annahmen über den Verlauf der Nutzenfunktion des Urteilenden notwendig. In den meisten Fällen wird ein linearer Verlauf der Nutzenfunktion unterstellt.

In analoger Weise ist das Konzept der hypothetischen Wetten aufgebaut.[1] Man stellt die urteilende Person vor die Alternative, einen bestimmten Geldbetrag zu erhalten, wenn die zu schätzende Variable einen bestimmten Wert annimmt oder aber den gleichen Geldbetrag durch Gewinn eines Glücksspiels mit bekannter Wahrscheinlichkeit zu erlangen. Entscheidet sich die urteilende Person für das Glücksspiel, so liegt die subjektiv empfundene Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen der zu schätzenden Größe offenbar unter der Gewinnwahrscheinlichkeit des Glücksspiels. Durch das Angebot entsprechender Glücksspiele mit bekannten Wahrscheinlichkeiten kann die Glaubwürdigkeit für die einzelnen Ereignisse eingekreist werden, bis die Fühlbarkeitsschwelle des Urteilenden überschritten ist.

(23) Die Problematik einer unmittelbaren Zuordnung von Glaubwürdigkeitsziffern zur Charakterisierung unsicherer Entscheidungssituationen hat dazu geführt, die Bildung subjektiver Wahrscheinlichkeitsurteile in drei Stufen vorzuschlagen. Auf der ersten Stufe erfolgt eine nominale, auf der zweiten eine ordinale und erst auf der dritten Stufe eine kardinale Messung der Glaubwürdigkeiten.[2]

Die nominale Messung der ersten Stufe, die man auch als Vorstufe des eigentlichen Prozesses zur Ableitung der Glaubwürdigkeitsziffern ansehen kann, beinhaltet die Zusammenstellung der für möglich erachteten Realisationen der zu schätzenden Zufallsvariablen. Diese Stufe der Messung ist insofern von Wichtigkeit, als ein enger Zusammenhang zwischen Anzahl möglich erachteter Realisationen und diesen beizumessenden Glaubwürdigkeiten besteht. Auf der zweiten Stufe erfolgt eine ordinale Messung, indem versucht wird, eine Rangordnung der als möglich erachteten Realisationen herzustellen. Eine solche Rangordnung stellt be-

---

1) Vgl. KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 205; MENGES (Wahrscheinlichkeitsinterpretationen 1965), S. 85 f.
2) Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 338 ff.; SCHNEIDER (Investition 1974), S. 84 ff.

reits die Angabe von qualitativen Wahrscheinlichkeiten dar.[1] Das höchste Maß an Unsicherheit kann sich darin äußern, daß alle Realisationsmöglichkeiten als in der Rangordnung gleichwertig angesehen werden. Mit der Bestimmung einer qualitativen Wahrscheinlichkeitsordnung ist die ordinale Messung der Glaubwürdigkeitsziffern abgeschlossen. Es gilt nun, in einer dritten Stufe der ordinalen Rangreihe Zahlenwerte zuzuordnen und damit die ordinale Messung in eine kardinale zu überführen. Die Quantifizierung der Glaubwürdigkeitsziffern erfolgt also aufbauend auf der qualitativen Ordnung. Die als das eigentliche Problem angesehene Zuordnung von Zahlenwerten verliert an Problematik durch die zugrunde gelegte Axiomatik. So ist den einzelnen Ereignissen ein Zahlenwert zwischen Null und Eins zuzuordnen und die Wahrscheinlichkeitssummenbedingung zu beachten. Diese Oberlegungen zeigen, daß der Obergang von der qualitativen zur quantitativen Ebene nur noch ein kleiner, wenngleich nicht problemloser Schritt ist.[2]

Auf den gleichen Grundüberlegungen beruht das Ranking-Verfahren, das von L.H. SMITH[3] als allen anderen Verfahren überlegen bezeichnet wird.[4] Für die ordinale Messung bietet sich als einfache Vorgehensweise der "paarweise Vergleich" der Realisationsmöglichkeiten an.

Auf dem praktischen Bedürfnis, Bewertungsergebnisse durch Urteilswiederholungen zuverlässiger zu bestimmen, ist die

---

1) Vgl. GOTTINGER (Wahrscheinlichkeiten 1974), S. 20 f.; KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 205.
2) Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 341.
3) Vgl. SMITH (Procedures 1967), S. 236 ff., der den von KENDALL (Ranks 1962), S. 133 ff. entwickelten allgemeinen Vorschlag zur Quantifizierung von Informationen aus der Rangordnung von bestimmten Projekten auf das Problem der Wahrscheinlichkeitsziffernbestimmung überträgt.
4) Andere Autoren streiten den Vorteil des mehrstufigen Vorgehens ab und sehen darin nur einen erhöhten Aufwand, nicht aber qualitativ bessere Ergebnisse. Vgl. HAMPTON/MOORE/THOMAS (Subjective Probability 1973); MORRISON (Critique 1967).

von C.W. CHURCHMAN und R. ACKOFF[1] entwickelte Methode des "sukzessiven Vergleichs" zur Gewinnung von Glaubwürdigkeitsziffern vorgeschlagen worden. Wir wollen die Vorgehensweise des "sukzessiven Vergleichs" an einem Beispiel erläutern. Für die Produktionsprogrammplanung ist die Absatzmenge einer Produktart zu schätzen. Der als relevant erachtete Absatzmengenbereich wird in die Absatzmengenintervalle

$$\begin{aligned} x_{A1} &: \quad 0 - \quad 4999 \text{ ME} \\ x_{A2} &: \quad 5000 - \quad 6999 \text{ ME} \\ x_{A3} &: \quad 7000 - \quad 8999 \text{ ME} \\ x_{A4} &: \quad 9000 - 12000 \text{ ME} \end{aligned}$$

aufgeteilt. Die Glaubwürdigkeitsziffern, die den Intervallen beigemessen werden, sollen angegeben werden. Dazu muß die beurteilende Person (bzw. das urteilende Expertenteam) die Absatzintervalle zunächst gemäß einer ordinalen Präferenzordnung anordnen. Es ergibt sich z.B.

$$x_{A3} \succ x_{A2} \succ x_{A4} \succ x_{A1}$$

Dem als wahrscheinlichsten angesehenen Intervall x_{A3} wird zunächst provisorisch die Ziffer 1,0 zugeordnet. Den übrigen Intervallen werden der Präferenzordnung entsprechend Werte zugewiesen. Man erhält z.B.

$$\begin{aligned} w^*(x_{A3}) &= 1{,}0 \\ w^*(x_{A2}) &= 0{,}5 \\ w^*(x_{A4}) &= 0{,}4 \\ w^*(x_{A1}) &= 0{,}2 \end{aligned}$$

Die zugeordneten Ziffern werden nun sukzessive mit der Summe der restlichen Ziffern verglichen. Dabei kann die

---

1) CHURCHMAN/ACKOFF (Measure 1954), S. 172 ff.; das Verfahren wurde ursprünglich zur Bestimmung partieller Nutzenwerte entwickelt, kann methodisch jedoch ohne weiteres zur Ableitung von Glaubwürdigkeitsziffern verwendet werden.

einzelne Ziffer größer oder kleiner als die Summe der übrigen Ziffern eingeschätzt werden. Entspricht die ursprüngliche Zuordnung der Ziffern nicht dieser Einschätzung, so muß eine Korrektur erfolgen bis die Übereinstimmung hergestellt ist. Für das Beispiel ergeben sich z.B. folgende Vergleiche

$$x_{A3} \succ x_{A2} \cup x_{A4} \cup x_{A1}$$
$$1{,}0 \not\succ (0{,}5 + 0{,}4 + 0{,}2)$$

Damit wird eine Korrektur der Ziffer $w^*(x_{A3})$ notwendig. Für

$$w^*(x_{A3}) = 1{,}5$$

gilt dann

$$1{,}5 > (0{,}5 + 0{,}4 + 0{,}2)$$

Als nächstes wird verglichen

$$x_{A2} \succ x_{A4} \cup x_{A1}$$
$$0{,}5 \not\succ 0{,}4 + 0{,}2$$

Nach Korrektur ergibt sich

$$0{,}8 > 0{,}4 + 0{,}2$$

Der Vergleich

$$x_{A4} \succ x_{A2}$$
$$0{,}4 > 0{,}2$$

erfordert keine Korrektur, so daß sich folgende Beziehungen ergeben

$$x_{A3} \succ x_{A2} \cup x_{A4} \cup x_{A1}$$
$$1{,}5 > 0{,}8 + 0{,}4 + 0{,}2$$

$$x_{A2} \succ x_{A4} \cup x_{A1}$$
$$0{,}8 > 0{,}4 + 0{,}2$$

$$x_{A4} \nmid x_{A1}$$
$$0,4 > 0,2$$

Man erhält also folgende Ziffern

$$w^*(x_{A1}) = 0,2$$
$$w^*(x_{A2}) = 0,8$$
$$w^*(x_{A3}) = 1,5$$
$$w^*(x_{A4}) = 0,4$$

Durch Normierung[1] ergeben sich dann die subjektiven Wahrscheinlichkeiten:

$$w(x_{A1}) = 0,07$$
$$w(x_{A2}) = 0,28$$
$$w(x_{A3}) = 0,52$$
$$w(x_{A4}) = 0,13$$

Es ist offensichtlich, daß die Anzahl der durchzuführenden Vergleiche mit wachsender Anzahl zu beurteilender Realisationsmöglichkeiten einer Zufallsvariablen sehr schnell zunimmt, so daß sich die praktische Verwendung dieses Verfahrens nur bei bis zu etwa 7 Bewertungsobjekten befürworten läßt.[2] Das angeführte Beispiel zeigt, daß das Ergebnis des Schätzprozesses zu unterschiedlichen Wahrscheinlichkeitsziffern führen kann. Mit einem mathematischen Programmierungsansatz beseitigt K. BROCKHOFF[3] diesen Nachteil. Durch Minimierung des gemessenen Schätzfehlers,unter Beachtung der als Restriktionen formulierten Vergleiche, wird eine eindeutige Lösung erzielt.

---

1) Die Normierung erfolgt durch Bildung

$$w(x_{Au}) = \frac{w^*(x_{Au})}{\sum_{u=1}^{r} w^*(x_{Au})}$$

2) Für den Fall einer größeren Anzahl zu bewertender Objekte geben CHURCHMAN/ACKOFF eine modifizierte Vorgehensweise an. Vgl. CHURCHMAN/ACKOFF (Measure 1954), S. 178.

3) Vgl. BROCKHOFF (Determining 1972), S. 229 ff.

Wenngleich eine absolut gültige Aussage über die praktische Verwendbarkeit der einzelnen Verfahren nicht möglich ist, so kann doch, über die bei der Darstellung der einzelnen Verfahren genannten Kritikpunkte hinausgehend, festgestellt werden, daß ein großer Teil der skizzierten Verfahren in ihrer Anwendbarkeit an bestimmte Voraussetzungen geknüpft sind. Ein Teil der Verfahren macht die Anwendungsmöglichkeit von der Gültigkeit der Annahme bestimmter Verteilungstypen abhängig. Können solche Verteilungen für die zu schätzenden Zufallsvariablen zugrunde gelegt werden, so empfehlen sich diese Verfahren jedoch für die praktische Anwendung. Implizit liegt anderen Verfahren die Prämisse zugrunde, daß die Anzahl der zu schätzenden Realisationen der Zufallsvariablen klein ist.[1] Die direkten Verfahren, deren Tauglichkeit, Wahrscheinlichkeitsziffern mit hinreichender Genauigkeit anzugeben, bezweifelt werden muß, können von vornherein als Alternativen ausgeschieden werden. Fast alle indirekten Verfahren zeichnen sich durch einen, wenngleich auch in unterschiedlicher Abstufung, hohen Aufwand aus. Die Gewinnung von Glaubwürdigkeitsziffern mit Hilfe des Urnenmodells, die Verwendung eines Wahrscheinlichkeitsrades sowie die Anwendung hypothetischer Wett-, Spiel- und Entscheidungssituationen kann u.E. allenfalls zur Ableitung subjektiver Glaubwürdigkeiten in theoretischen Beispielen, keinesfalls jedoch zur praktischen Anwendung herangezogen werden. Fassen wir diese Gesichtspunkte zusammen, so lassen sich die alternativen Verfahren in Form einer zweiwertigen Präferenzskala wie in Tab. 2 beschreiben.[2] Demnach erscheinen von den direkten Verfahren die CDF-Methode sowie die Verfahren, die einen bestimmten Verlauf der Verteilungsfunktion unterstellen empfehlenswert, sofern die Annahmen zutreffen. Als indirekte Verfahren halten wir die Glättung historischer Daten, die stufenweise Vorgehensweise zur Messung sowie den sukzessiven Vergleich für praktisch empfehlenswerte Verfahren.

1) Vgl. SCHOTT (Unterstützung 1976), S. 27.
2) Vgl. hierzu auch den differenzierten Vergleich der Verfahren zur Schätzung subjektiver Wahrscheinlichkeiten bei SCHOTT (Unterstützung 1976), S. 29 f.

Verfahren \ Beurteilungskriterien	spezielle Voraussetzungen für die Anwendung erforderlich (a)	(b)	wahrscheinlichkeitstheor. Vorkenntnisse der Urteilenden erforderlich	hoher Aufwand	keine hinreichende Genauigkeit der Wahrscheinlichkeit
(1) direkte Verfahren					
Einfache direkte Befragung					x
Vorgabe von Glaubwürdigkeitsziffernskalen					x
CDF-Methode			x	x	
Modifizierte Dreipunktschätzung	x				x
Unterstellter Verlauf der Verteilungsfunktion	x				
Standardverteilungen	x				
(2) indirekte Verfahren					
Unterstützung durch Urnenmodell		*	x	x	
Wahrscheinlichkeitsrad		*		x	
Glättung historischer Daten	x				
Hypothetische Wett-, Spiel-, Entscheidungssituationen		*		x	
Drei Stufen der Messung		*		x	
Sukzessiver Vergleich		*		x	
Programmierungsansatz				x	

Tab. 2: Beurteilung der Verfahren zur Gewinnung von Glaubwürdigkeitsziffern

(a) Voraussetzungen über den Verlauf der Verteilung
(b) Voraussetzungen über die Anzahl der Realisationen der Zufallsv.

Die Unsicherheit der für die Planungsmodelle der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung relevanten Daten resultiert in den meisten Fällen aus einer Vielzahl von Einflußgrößen. Für jeden dieser Einflußfaktoren ist eine Glaubwürdigkeitsverteilung zu bestimmen, sofern man nicht die Nachteile einer summarischen Urteilsabgabe in Kauf nehmen will.[1] Die Zusammenfassung der Verteilungen stellt dann die Gesamtverteilung der Umweltentwicklung des relevanten Datums dar. Die Quantifizierung der Unsicherheit der Absatzmenge eines Produktes muß beispielsweise wie folgt vorgenommen werden: Werden als Einflußfaktoren

1. Konjunkturentwicklung (mit den Realisationsmöglichkeiten (a) rückläufig,(b) gleichbleibend, (c) ansteigend)
2. Konkurrentenverhalten (mit den Realisationsmöglichkeiten (a) Konkurrenz senkt die Preise, (b) Konkurrenz ändert die Preise nicht, (c) Konkurrenz hebt die Preise an)
3. Bedarfswandel (mit den Realisationsmöglichkeiten (a) keine Änderung, (b) geringer Wandel, (c) starker Wandel)

wirksam, so kann prinzipiell jede Kombination der Einflußgrößen auftreten, so daß 3 x 3 x 3 = 27 alternative Realisationsmöglichkeiten der Zufallsvariablen "Absatzmenge" unterschieden werden müssen.[2]

Die Ableitung der Gesamtverteilung ist grundsätzlich auf zwei Arten möglich. Werden die unsicheren Einflußgrößen durch diskrete Glaubwürdigkeitsziffern beschrieben und ist

---

1) Vgl. KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 84 f., der die Diskussion um die Grenzen der menschlichen Kapazität bei der Informationsverarbeitung zusammenfaßt. Ähnlich KLEIN (Heuristische Entscheidungsmodelle 1971),S.52 ff.

2) Bei Einbeziehung der zeitlichen Differenzierung im Mehrperiodenfall wie auch bei Vorkommen stochastischer Abhängigkeiten wird das Datenproblem, infolge der Notwendigkeit bedingte Wahrscheinlichkeiten abzuleiten, weiter ausgeweitet.

die Anzahl der möglichen Kombinationen nicht zu groß,[1] so kann die Gesamtverteilung durch vollständige Enumeration abgeleitet werden.[2] Werden hingegen Einflußgrößen durch stetige Verteilungsfunktionen charakterisiert, oder ist die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten zu groß, so scheiden aus theoretischen oder praktischen Erwägungen analytische Verfahren aus.[3] In diesem Falle bietet die Simulation in Form der Hertz'schen Risikoanalyse[4] einen Ausweg, die unüberschaubare Datenfülle zu bewältigen.[5]

---

1) Die von TURNER (Risikoanalyse 1972), S. 56, angegebene Obergrenze von 1000 möglichen Kombinationen halten wir jedoch unter praktischen Gesichtspunkten als um mehr als eine Zehnerpotenzstelle zu hoch angesetzt.
2) Für die praktische Anwendung geeignet erscheint uns das von SCHNEIDER (Investition 1974), S. 90 ff. vorgeschlagene Verfahren, eine Zusammenfassung zu "repräsentativen Zukunftslagen" aus der Oberprüfung der Einzelschätzungen vorzunehmen, interessant.
3) Die Zusammenfassung von stetigen Verteilungsfunktionen auf analytischem Wege ist nur in Sonderfällen möglich.
4) Vgl. HERTZ (Risk Analysis 1964), S. 95 ff.; MÖLLER-MERBACH (Risikoanalyse 1971), S. 176 ff.; TURNER (Risikoanalyse 1972), S. 56 ff.
5) Abzulehnen sind in jedem Falle Vorschläge, die günstigsten, durchschnittlichen und ungünstigsten Werte der geschätzten Faktoren miteinander zu kombinieren, und dadurch eine Reduktion der Datenfülle zu erreichen. Ein solches Vorgehen gibt lediglich ein Bild über den Streubereich der möglichen Ergebnisse, sagt aber nichts darüber aus, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Ergebnisse eintreten werden. Vgl. dazu auch HERTZ (Risk Analysis 1964), S. 98.

24. Unsichere relevante Daten der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung

Die Parameter der Planung lassen sich in Aktionsparameter, Reaktionsparameter und Datenparameter unterteilen.[1] Reaktionsparameter und Datenparameter stellen die relevanten Daten der Planung dar. Während die Reaktionsparameter die erwarteten Wirkungen eigener Maßnahmen beschreiben, geben die Datenparameter die kurzfristig weder direkt noch indirekt beeinflußbaren Randbedingungen, die exogenen Plandaten an.[2] Beide Kategorien relevanter Daten müssen, da die Planung in die Zukunft gerichtet ist, prognostiziert werden. Vergangenheitsbezogene Informationen sind nur insoweit relevant, als sie die Grundlage der Prognosen bilden.[3] Unabhängig davon, ob es sich um Lageprognosen zur Vorhersage von Datenparametern oder um Wirkungsprognosen zur Vorhersage von Reaktionsparametern handelt, kann festgestellt werden, daß jede Prognose im Zeitpunkt ihrer Aufstellung mit Unsicherheiten belastet ist.[4] Im folgenden sollen die wichtigsten der für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung relevanten Daten auf die Sicherheit ihrer Prognostizierbarkeit hin untersucht werden.

---

1) Vgl. WILD (Grundlagen 1974), S. 50; KARRENBERG (Erweiterungen 1973), S. 78, definiert Daten als die mit problembezogenen Werten versehenen Koeffizienten einer Optimierungsaufgabe.
2) Vgl. auch GROCHLA (Planung 1964), S. 319, der die exogenen Plandaten als "objektiv" gegebene Daten bezeichnet und hierfür den Begriff relevante Daten ersten Grades vorschlägt.
3) Vgl. WILD (Grundlagen 1974), S. 87, der als Charakteristikum der Prognose herausstellt, daß vergangenheitsbezogene Informationen in zukunftsbezogene Aussagen transformiert werden.
4) Lageprognosen stellen eine Fortschreibung der Ist-Situation unter Berücksichtigung erwarteter Umweltänderungen dar, in welche die eigenen Maßnahmen i.a. nicht als Einflußgrößen einbezogen werden. Wirkungsprognosen machen demgegenüber Aussagen über erwartete Ergebnisse geplanter eigener Maßnahmen, wobei eine bestimmte Umweltentwicklung laut vorhergehender Lageprognose unterstellt wird. Vgl. WILD (Grundlagen 1974), S. 50.

Besondere Probleme werfen dabei die aus den Aktionsparametern abgegrenzter Planungsfelder resultierenden Daten auf.[1] Der Verzicht auf eine Totalplanung, die Beschränkung auf eine partielle Planung abgegrenzter betrieblicher Teilbereiche, macht es erforderlich, Entscheidungshypothesen[2] über die entscheidungsrelevanten Zusammenhänge zwischen Aktionsparametern und abgegrenzten Entscheidungsfeldern aufzustellen. Dies gilt insbesondere im Hinblick auf die Zusammenhänge zwischen Produktions- und Beschaffungsbereich sowie im Hinblick auf die Zusammenhänge zwischen Produktions- und Absatzbereich.

---

1) Vgl. KARRENBERG (Erweiterungen 1973), S. 79, bezeichnet diese Daten als gesetzte Daten um anzudeuten, daß sie aus Vorabentscheidungen der Unternehmensleitung resultieren und nicht erhoben werden müssen.

2) Der Zweck von Entscheidungshypothesen liegt im Treffen und Erleichtern von Entscheidungen. Im Gegensatz dazu haben Erkenntnishypothesen den Zweck der Erlangung allgemeiner wissenschaftlicher Erkenntnis. Ihrem Wesen nach ist die Entscheidungshypothese eine vorläufige Annahme.

241. Unsichere Daten des Beschaffungsbereichs

Für die Modelle der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung werden aus dem Beschaffungsbereich vor allem die Faktorpreise relevant, die über die Faktorkosten in die Selbstkosten der Produkte eingehen. Das sind insbesondere die Preise der Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe, die Preise für von außen bezogene Teile sowie Preise für in Anspruch genommene Arbeits- und Dienstleistungen. Die Preise aller extern bezogenen Produktionsfaktoren unterliegen infolge vielfacher Einflußfaktoren[1] mehr oder weniger starken Schwankungen.[2] In der Plankalkulation werden deshalb für diese Produktionsfaktoren kurz- bis mittelfristig prognostizierte Verrechnungspreise gebildet, die, gemäß dem Prinzip des kalkulatorischen Ausgleichs, sicherstellen sollen, daß die Preisabweichungen im Durchschnitt der Planungsperiode ausgeglichen werden.[3] Dieses Prinzip wird in Abb. 6 verdeutlicht.

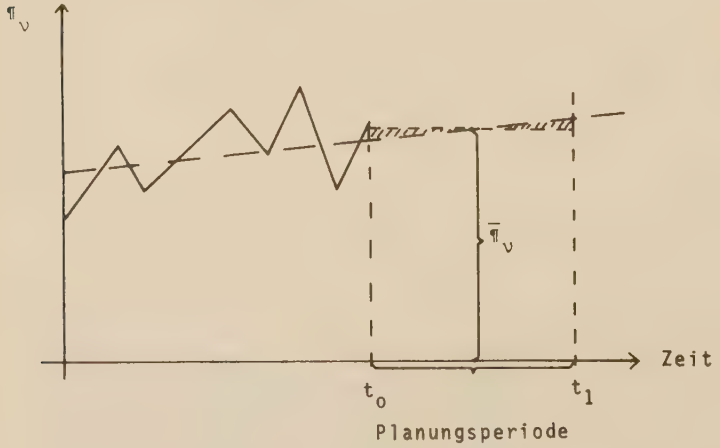


Abb. 6: Festlegung eines mittelfristigen Planpreises durch Trendextrapolation

1) Neben den marktbedingten Einflußgrößen schlagen sich in den Faktorpreisen die Unsicherheiten der externen und internen Beschaffungsnebenkosten nieder.
2) Eine Ausnahme bildet das Vorliegen fester Lieferverträge mit fest vereinbarten Preisen.
3) Zur Ermittlung von Verrechnungspreisen vgl. KILGER (Flexible 1974), S. 185 ff.

Die Festlegung des Planpreises $\bar{\pi}$ für die Faktorart ν beinhaltet letztlich eine explizite oder implizite Auswertung einer Faktorpreisverteilung, die bei Anwendung einer bestimmten Entscheidungsregel zur Fixierung des Festpreises $\bar{\pi}_\nu$ geführt hat.[1] So wird in Abb. 7 der Planpreis $\bar{\pi}_\nu$ beispielsweise als dichtester Wert[2] der Dichtefunktion $w(\pi_\nu)$ bestimmt.

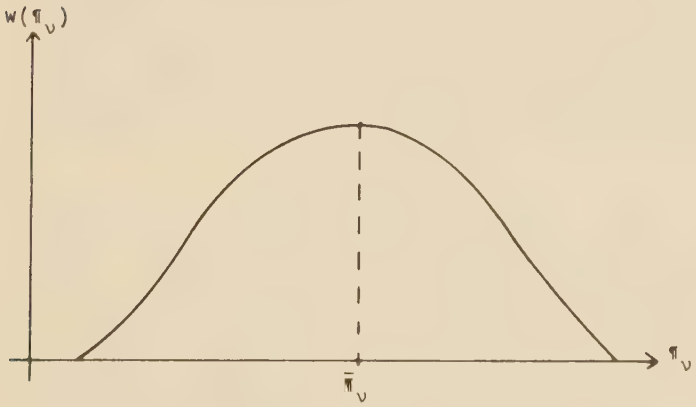


Abb. 7: Dichtester Wert als mittelfristiger Planpreis

Ähnliche Oberlegungen gelten für die Lohnsätze, die in relativ regelmäßigen Abständen im Zuge der Tarifverhandlungen verändert werden. Nur in dem seltenen Fall, daß die Tarifabkommen sich auf den gleichen Zeitraum beziehen wie die Planungsperiode, kann von deterministischen Lohnsätzen für die gesamte Planungsperiode ausgegangen werden. Im realistischeren Fall, daß innerhalb der Planungsperiode eine Tariferhöhung erfolgt, unterliegen auch die Lohnsätze unsicheren Einflüssen. Wenn auch das Ausmaß der Tariferhöhungen aufgrund Konjunktur- und Arbeitsmarktlage sowie

1) Dies gilt auch für den Fall, daß die Ableitung der Festpreise mit Hilfe computerunterstützter Prognosemodelle erfolgt. Vgl. den Oberblick und die Beschreibung der in Verbindung mit der EDV im betriebswirtschaftlichen Bereich verwendeten Prognosemodelle bei MERTENS (Prognoserechnung 1976).

2) Der dichteste Wert (Modus) ergibt sich als max $w(\pi_\nu)$. Vgl. MENGES/SKALA (Daten 1973), S. 349.

sonstiger Informationen[1] relativ gut abgeschätzt werden kann, so stellen die Lohnsätze doch ebenfalls eine unsichere Größe dar.

Die Obernahme deterministischer Planpreise in die Planungsmodelle der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung bedeutet letztlich eine Vorabreduktion stochastischer Daten auf einwertige Größen. Will man die für diesen Fall bereits aufgezeigten Nachteile[2] vermeiden und die Unsicherheit der Daten im Entscheidungsprozeß soweit als möglich erkennbar werden lassen, so wird eine explizite Obernahme der stochastischen Faktorpreise in die Planungsmodelle erforderlich.

Mit den Planpreisen π_ν ist nur eine Komponente der Faktorkosten k_ν erfaßt, da die Faktorkosten sich als Produkt aus Faktorverbrauchsmenge r_ν und Faktorpreis π_ν ergeben. Selbst wenn man davon ausgeht, daß die durch den Produktionsbereich determinierten Faktorverbrauchsmengen deterministisch sind, so werden die Selbstkosten der Erzeugnisse und damit die Deckungsbeiträge der Produktarten allein durch den stochastischen Charakter der Faktorpreise ebenfalls zu Zufallsvariablen.

Stochastische Faktorpreise werfen das Problem auf, die Verteilung der Grenzselbstkosten der einzelnen Produktarten zu bestimmen. Die Grenzselbstkosten der Produktarten ergeben sich als[3]

$$\tilde{k}_j = \sum_{\nu=1}^{z} r_{\nu j}\, \tilde{\pi}_\nu \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{2.3}$$

Gehen z.B. in eine Produktart 2 Materialien ein, deren Preise stochastische Größen sind und gelten außerdem folgende Daten:

---

1) Hierzu zählen insbesondere bereits vorliegende Abschlüsse in anderen Tarifteilbereichen, die in den meisten Fällen für die weiteren Tarifverhandlungen Orientierungsdaten darstellen.
2) Vgl. hierzu die Ausführungen in Kap. 22.
3) Zufallsvariablen werden im folgenden durch das Symbol ~ gekennzeichnet.

Faktorart	Bezeichnung	Faktorverbrauchsmenge [ME/Stck]	Faktorpreis[1]	
			w	[DM/ME]
1	Materialart A	2	0,2 0,5 0,3	3,- 3,50 3,80
2	Materialart B	3	0,6 0,4	10,- 12,-
3	Sonstiges	4	1,0	2,-

So nimmt die Zufallsvariable $\tilde{k}$ folgende Werte an

w(k)	k [DM/Stck]
0,12	44,-
0,30	46,-
0,18	46,60
0,08	50,-
0,20	51,-
0,12	51,60

Allgemein geht es also darum, die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung bzw. Dichtefunktion oder Verteilungsfunktion einer zusammengesetzten Zufallsvariablen z-ter Dimension zu bestimmen. Für die zusammengesetzte Zufallsvariable

$$Z_{(z)} = \{x_1, x_2, \ldots, x_z\} \tag{2.4}$$

erhält man als gemeinsame Verteilungsfunktion[2]

$$G(x_1, x_2, \ldots, x_z) = W(X_1 \leq x_1; X_2 \leq x_2, \ldots, X_z \leq x_z) \tag{2.5}$$

1) Die Zufallsvariablen werden als unabhängig angenommen.
2) Vgl. MENGES (Grundriß 1968), S. 192 f.

oder

$$(2.6)\quad G(x_1, x_2,\ldots,x_z) = \int_{-\infty}^{x_z} \ldots\overset{(z)}{\ldots} \int_{-\infty}^{x_1} f(x_1, x_2,\ldots,x_2)dx_1\, dx_2\ldots dx_z$$

Die mit der Bestimmung der gemeinsamen Verteilungsfunktion auftretenden rechnerischen Schwierigkeiten, sowohl analytischer als auch zeitlich vertretbarer Art, sind offensichtlich, sofern in die Grenzselbstkosten der Produktarten viele Faktorarten mit stochastischen Faktorpreisen eingehen. Selbst wenn man davon ausgeht, daß a l l e Faktorpreise diskret verteilt sind, so nimmt der erforderliche Rechenaufwand schnell einen Umfang an, der den Einsatz von Simulationsverfahren zur Erzeugung der gemeinsamen Verteilungsfunktion erforderlich macht.

Neben den Faktorpreisen muß bei manchen Produktionsfaktoren auch die mengenmäßige Verfügbarkeit als Zufallsvariable angesehen werden. Restriktive Beschränkungen der Beschaffungsmengen durch Verknappung bzw. Lieferschwierigkeiten[1] können dazu führen, daß die verfügbaren Faktormengen als stochastische Daten in den Modellen der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung berücksichtigt werden müssen.

Beim Einsatz von mineralischen Rohstoffen stellt die Qualität vielfach eine unsichere Größe dar. Der Metallgehalt von Erzen, der Reinheitsgrad sowie Beimengungen sind in großem Maße lagerstättenabhängig und selbst bei Bezug aus der gleichen Lagerstätte treten qualitative Schwankungen auf.[2] Qualitative Schwankungen dieser Produktionsfaktoren haben neben dem Einfluß auf die Faktorpreise Einfluß auf die Bearbeitungszeiten, auf die Auswahl der Bearbeitungsaggregate und evtl. auf die Betriebsmittelkosten (z.B. höherer Werkzeugverschleiß, höherer Maschinenverschleiß etc.).

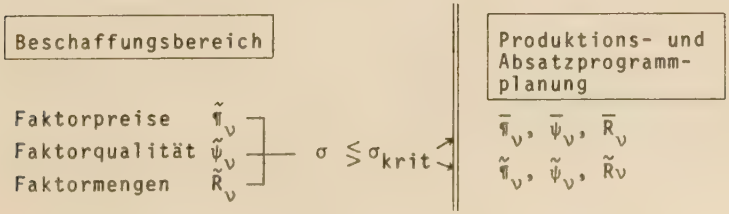
1) Diese können z.B. resultieren aus: unvorhergesehenen Transportschwierigkeiten oder auch infolge von Streiks.
2) Vgl. das Beispiel hierzu bei KALL (Produktionsoptimierung 1967), S. 427 ff.

Wenngleich mit diesen Ausführungen nicht der Anspruch erhoben werden kann, die aus dem Beschaffungsbereich relevanten unsicheren Daten vollständig aufgeführt zu haben, so stellen Faktorpreise, Faktorqualitäten und beschränkte Faktormengen dennoch die wichtigsten Daten dar. Mag man Faktormengen und Faktorqualitäten vielleicht nur in Sonderfällen als stochastische Daten ansehen, so ist der stochastische Charakter der Faktorpreise infolge der vielfältigen exogenen Einflußfaktoren kaum zu bestreiten. Deshalb wird man die Faktorpreise als stochastische Daten in die Produktions- und Absatzprogrammplanung übernehmen müssen, sofern ihre Unsicherheit ein bestimmtes Ausmaß überschreitet. Es liegt nahe, eine kritische Standardabweichung σ_{krit} anzugeben und dann daran zu messen, ob die Unsicherheit der Daten als vernachlässigbar eingestuft werden kann oder nicht. Für die Faktorpreise ergäbe sich damit z.B.

$\sigma(\tilde{\pi}_\nu) \leq \sigma_{krit} \longrightarrow$ Vernachlässigung der Unsicherheit, in die Planungsmodelle wird z.B. $E[\tilde{\pi}_\nu]$ als $\bar{\pi}_\nu$ übernommen.

$\sigma(\tilde{\pi}_\nu) > \sigma_{krit} \longrightarrow$ Obernahme von $\tilde{\pi}_\nu$ als Zufallsvariable in die Planungsmodelle.

Die Höhe der kritischen Standardabweichung kann dann als Maß dafür angesehen werden, welche Bedeutung die Unternehmung einer expliziten Einbeziehung der Zufallsvariablen in die Modellanalyse im Hinblick auf den vermehrten Aufwand beimißt. Für die Daten des Beschaffungsbereichs ergibt sich damit der folgende Zusammenhang zur Produktions- und Absatzprogrammplanung.



242. Unsichere Daten des Produktionsbereiches

Aus dem Produktionsbereich gehen als relevante Daten in die Modelle der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung vorwiegend Grenzkostensätze, Fertigungszeiten, Verbrauchsmengen und Kapazitäten ein.[1] Die häufig getroffene Annahme deterministischer Daten des Produktionsbereichs[2] ist insofern realistisch, als die Informationen aus dem internen Produktionsbereich weitaus besser verfügbar sind und die Einflußfaktoren auf die Daten des Produktionsbereiches eher bekannt sind bzw. sich eher quantifizieren lassen als das im allgemeinen bei externen Daten möglich ist. Dennoch ist die generelle Verneinung stochastischer Einflüsse im Bereich der Produktion nicht gerechtfertigt, wie die folgende Analyse zeigen wird.

Die Kapazitäten industrieller Fertigungsstellen lassen sich nach folgender Grundformel bestimmen:[3]

$$C_i = M_i \cdot T_i \cdot \lambda_i \tag{2.7}$$

C Kapazität der Fertigungsstelle
i Index zur Kennzeichnung der Fertigungsstellen ($i=1,\ldots,m$)
M Kapazitätsquerschnitt (Anzahl gleichartiger Maschinen pro Fertigungsstelle)
T Fertigungszeit
λ Produktionsgeschwindigkeit (Intensität)

Will man untersuchen, inwieweit die Kapazität stochastischen Einflüssen unterliegt, überprüft man zweckmäßigerweise, inwiefern aus den einzelnen Determinanten der Kapazität solche Einflüsse resultieren. Der Kapazitätsquerschnitt einer Fertigungsstelle kann durch den zufälligen Ausfall

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 11.
2) Vgl. ebenda, S. 11.
3) Vgl. ebenda, S. 47

von Maschinen schwanken. Man wird zwar davon ausgehen können, daß der Maschinenausfall einer Fertigungsstelle durch Anwendung entsprechender Instandhaltungsstrategien[1] auf kurze Zeitspannen beschränkt werden kann und damit nicht den Kapazitätsquerschnitt, sondern die Fertigungszeit beeinflußt, grundsätzlich jedoch ist ein zufallsabhängiger Kapazitätsquerschnitt nicht auszuschließen. So wäre es z.B. denkbar, daß in einer Fertigungsstelle eine Maschine eingesetzt wird, für die beim nächsten Ausfall aus Wirtschaftlichkeitsüberlegungen weder eine Reparatur noch ein Ersatz vorgesehen ist.

Die Fertigungszeit setzt sich zusammen aus

$$T_i = S_i \cdot h_i \cdot \eta_i \tag{2.8}$$

S Anzahl Schichten
h Zeit pro Schicht
η Laufzeitfaktor

Die Schichtzeit kann als konstant mit 8 Std./Schicht angesetzt werden.[2] Schichtzahl und Laufzeitfaktor sind hingegen nicht in dieser eindeutigen Weise fixiert. Die während einer Planungsperiode fahrbaren Schichten unterliegen vielen zufälligen Einflüssen. So macht z.B. schon der Ausfall von Arbeitskräften infolge Krankheit oder Streik die Schichtzahl zu einer unsicheren Größe.

Weitaus schwerwiegender wirkt sich der stochastische Charakter des Laufzeitfaktors auf die Produktionszeit aus. Der Laufzeitfaktor[3] gibt an, wieviel Prozent der Einsatzzeit der Betriebsmittel auf Fertigungszeiten entfallen.[4] Er

1) Vgl. z.B. SCHEER (Instandhaltungspolitik 1974).
2) Die Veränderung der Kapazität durch den Einsatz von Mehrarbeitszeiten sei an dieser Stelle ausgeklammert. Vgl. dazu KILGER (Mehrarbeitszeiten 1971), S. 776 ff.
3) Häufig findet man für den Laufzeitfaktor auch die Bezeichnung Fertigungszeitgrad.
4) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 47 f.

dient also zur Erfassung von Anlauf-, Störungs-, Wartungs-, Reparatur- und Instandhaltungszeiten sowie evtl. von Rüstzeiten.[1] Anlaufzeiten und Wartungszeiten sind häufig sichere Daten. Reparatur- und Instandhaltungszeiten, Störungszeiten infolge von Maschinenausfällen, Störungen im Materialfluß oder infolge von Betriebsunfällen sind dagegen stochastischer Natur. Sie bewirken, daß der Laufzeitfaktor und letztlich auch die verfügbare Produktionszeit eine stochastische Größe darstellt.

Als dritte Determinante der Kapazität gibt die Intensität die Produktionsgeschwindigkeit an. Bei der Bestimmung der Kapazität wird i.d.R. die kostenoptimale Intensität zugrunde gelegt. Selbst wenn man von intensitätserhöhenden Anpassungsprozessen absieht, kann in der Praxis ein Abweichen von der optimalen Intensität bei einzelnen Arbeitsgängen oder bei der Bearbeitung bestimmter Werkstücke notwendig werden. Unvorhergesehene Materialeigenschaften können z.B. ein Abweichen von der geplanten Intensität bewirken. So wird man beim Abspanen unplanmäßig harten Materials die Drehzahl und/oder die Spanstärke verringern müssen, um überhöhtem Verbrauch von Drehwerkzeugen entgegenzuwirken.

Damit wird deutlich, daß die Determinanten der Kapazität, und damit die Kapazitäten selbst,stochastische Größen sind.

Die zweite Gruppe relevanter Daten aus dem Produktionsbereich stellen die Produktionsfaktorverbrauchsmengen in den einzelnen Fertigungsstellen dar. Relevant sind insbesondere Materialverbrauchsmengen und Bearbeitungszeiten. Produktionsprozesse, deren Fertigungszeiten und Verbrauchsmengen anderer Produktionsfaktoren rein deterministisch sind, finden sich in der Realität nur in geringem Ausmaß.[2] In den meisten Fällen lassen sich die Verbrauchsmengen ex ante nicht mit Sicherheit angeben. Der von den Arbeitskräften

1) Rüstzeiten werden dann im Laufzeitfaktor erfaßt, wenn Entscheidungen über Seriengrößen und Rüstzeiten nicht Aktionsparameter der Planung sind.
2) Beispiele rein deterministischer Verbrauchsmengen finden sich bei vollautomatisierten Produktionsprozessen.

realisierte Leistungsgrad unterliegt zufälligen Schwankungen. Intensitätsmäßige Anpassungsmaßnahmen an besondere Werkstoff- oder Werkzeugqualitäten bilden eine weitere Zufallskomponente für die Bearbeitungszeiten. Ausschußmengen sowie schwankende Materialeigenschaften belasten Materialverbrauch und Betriebsmittelverbrauch in zufälliger Weise. Ohne auf weitere Zufallsabhängigkeiten einzugehen ist damit deutlich gemacht, daß auch die internen Produktionsfaktorverbrauchsmengen weitgehend unsicher sind.

Die Grenzkostensätze zur Bewertung der Faktorverbrauchsmengen stellen die dritte Gruppe relevanter Daten des Produktionsbereichs dar. Soweit es sich um die Kostensätze zur Bewertung extern bezogener Leistungen handelt, wurde deren Unsicherheit bereits im vorigen Kapitel diskutiert. Die Grenzkostensätze der intern erstellten Leistungen schwanken im Ist ständig infolge andauernd wechselnder innerbetrieblicher Unwirtschaftlichkeiten bzw. sich laufend verändernder Struktur der Kosteneinflußgrößen. Wenn in der Plankalkulation geplante Kalkulationssätze eingesetzt werden, so handelt es sich hier, wie bei der Vorgabe von Festpreisen für extern bezogene Produktionsfaktoren, letztlich ebenfalls um eine explizite oder implizite Auswertung einer Kostensatzverteilung, die durch Anwendung einer bestimmten Entscheidungsregel zur Festlegung eines Plankalkulationssatzes führt. Die Ausführungen über den stochastischen Charakter der Faktorpreise sowie die daraus resultierenden Probleme lassen sich demzufolge analog übertragen.

Für spezielle Probleme der Produktions- und Absatzplanung können neben den genannten, weitere mit Unsicherheiten behaftete Daten benötigt werden. Bei der Produktion von Kuppelprodukten unterliegen die Mengenrelationen der Kuppelprodukte z.B. häufig stochastischen Schwankungen.[1)] Ein anderes Beispiel liefert der Abbau von Erzen, der normaler-

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 343.

weise in verschiedenen Flözen gleichzeitig vorgenommen wird. Die Zusammensetzung der geförderten Erze (Metallgehalt, Beimengungen etc.) ist dann auch zufallsabhängig.[1)]

Gegenüber den Unsicherheiten des Beschaffungs- und auch des Absatzbereichs sind die Unsicherheiten des Produktionsbereichs dadurch gekennzeichnet, daß sie zum großen Teil auf einem, zumindest in seinen wesentlichen Faktoren, gleichbleibenden Ursachenkomplex basieren.[2)] Da andererseits die häufigen Realisationen der Daten des Produktionsbereichs die empirische Ermittlung von Häufigkeitsverteilungen ermöglicht, bietet sich hier die Möglichkeit, die unsicheren Daten auf quasi-sichere Daten zurückzuführen.[3)] Die Ableitung einer Häufigkeitsverteilung ermöglicht die Berechnung von Sicherheitsab- bzw. -zuschlägen, so daß die ursprünglich mehrwertigen Daten in einwertige "Sicherheitsäquivalente"[4)] umgeformt werden können.

---

1) Vgl. KALL (Produktionsoptimierung 1967), S. 428.
2) Von strukturellen Änderungen des Produktionsbereichs (neue Verfahren, neue Produkte etc.) soll abgesehen werden.
3) Vgl. ALBACH (Wirtschaftlichkeitsrechnung 1959), S. 75 ff., GUTENBERG (Der Absatz 1976), S. 17, SABEL (Grundlagen 1965), S. 48 f.
4) Vgl. ALBACH (Wirtschaftlichkeitsrechnung 1959), S. 75 f.

243. Unsichere Daten des Absatzbereiches

Für den Bereich der Leistungsverwertung stellt sich ebenfalls die Frage, welche Einflußgrößen bei der Planung des Einsatzes absatzpolitischer Instrumente wirksam werden und damit, inwieweit die relevanten Daten dieses Bereichs mit Unsicherheiten behaftet sind.

Bereits bei der Abgrenzung des Planungsfeldes wurde auf die Instrumentalvariablen zur Gestaltung des Absatzbereichs hingewiesen.[1] Aus dem Blickwinkel der Marketing-Konzeption ergibt sich in gewisser Weise eine Neuorientierung bei der Analyse absatzpolitischer Instrumente, da im Marketing "eine bestimmte Grundeinstellung zu den in den Unternehmungen gestellten absatzwirtschaftlichen Aufgaben gesehen wird, eine Denkweise, die in der Erarbeitung und Verwirklichung an den Bedürfnissen des Marktes orientierter, in umfassender Weise fundierter absatzwirtschaftlicher Strategien für Güter und Dienstleistungen ihren Ausdruck findet."[2] Der Marketing-Ansatz sieht die Einsatzmöglichkeiten absatzpolitischer Instrumente weniger isoliert als vielmehr als Maßnahmenbündel, das für eine Strategie zusammengefaßt wird. Auch bei dieser Konzeption werden zwar nur Teilbereiche geplant, die Maßnahmen umfassen jedoch jeweils ein Submix-Bündel.

Neben den Instrumentalvariablen gibt es weitere Einflußgrößen, die sich auf die Höhe des Absatzvolumens auswirken. GUTENBERG nennt als erstes die Trendvariablen[3] gesamtwirtschaftliche Entwicklung, Entwicklung der unternehmensspezifischen Branche sowie die allgemeine Entwicklung und Situation des Unternehmens selbst. Diese äußerst allgemeinen Einflußfaktoren lassen sich nur schwer quantifizieren.

1) Vgl. Kap. 122, wo in Anlehnung an GUTENBERG (Der Absatz 1976), S. 9, Absatzmethode, Produktdifferenzierung (Sortimentsgestaltung), Werbung und Preispolitik als Instrumentalvariable aufgezeigt wurden.
2) NIESCHLAG/DICHTL/HÖRSCHGEN (Marketing 1971), S. 46 f.; Vgl. auch die Abgrenzung des Marketing Begriffs bei TIETZ (Marketing-Politik 1975), S. 14 ff.
3) Vgl. GUTENBERG (Der Absatz 1976), S. 9 f.

Branchenentwicklung und mehr noch gesamtwirtschaftliche Entwicklung stellen zudem sehr unsichere Größen dar. Neben den mehr makroökonomischen Einflußgrößen sieht sich der Absatzbereich zusätzlich mikroökonomischen externen Einflußfaktoren ausgesetzt. Die Reaktionen der Käufer auf die vom Unternehmen durchgeführten Marketing-Aktivitäten sowie die Reaktionen der Konkurrenzunternehmen lassen sich ebenfalls nur schwer quantifizieren und nur mit großer Unsicherheit prognostizieren.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Absatzmengen der Unternehmung sich als das Ergebnis folgenden funktionalen Zusammenhangs darstellen lassen: [1)]

Absatzmengen = f (Trends, Einsatz des absatzpolitischen Instrumentariums, Konsumentenverhalten, Konkurrenzreaktionen).

Selbst wenn man auf eine simultane Planung der absatzpolitischen Entscheidungsparameter verzichtet und von einem gegebenen Einsatz des absatzpolitischen Instrumentariums ausgeht, so stellen die Absatzhöchstmengen, die den Modellen zur kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung als Restriktionen vorgegeben werden, äußerst unsichere Daten dar.[2)] Mangelnde Kenntnis der funktionalen Zusammenhänge sowie ständiger Wechsel der Wirkungsweise unternehmensexterner Einflußfaktoren, erschweren die Prognose zusätzlich. Infolge des ständig variierenden exogenen Ursachenkomplexes wird man bei der Prognose von Absatzhöchstmengen nur mit Vorsicht auf Vergangenheitsdaten zurückgreifen können. Mehr als bei allen bisher erörterten relevanten Daten wird man deshalb bei der Festlegung der Absatzmengen geeignete Verfahren zur Gewinnung von Glaubwürdigkeitsziffern einsetzen müssen, damit die Unsicherheit der relevanten Absatzhöchstmengen quantifiziert werden kann.

---

1) Vgl. GUTENBERG (Der Absatz 1976), S. 11.
2) Der stochastische Charakter der Nachfrage und die daraus folgenden Auswirkungen werden ausführlich behandelt bei SCHWARZE (Ansätze 1967), S. 73 ff.

Bei der Abgrenzung des Planungsfeldes haben wir zwar die absatzpolitischen Aktionsparameter ausgeklammert, wollen aber dennoch kurz auf die speziell mit diesen Aktionsparametern verknüpften Unsicherheiten eingehen, um die Ursachen der Unsicherheiten aufzuzeigen.

Die Planung optimaler Verkaufspreise setzt voraus, daß die Einflußgrößen auf die Preise sowie die Interdependenzen zwischen Preisen, Absatzmengen und übrigen Instrumentalvariablen quantifiziert werden können. Als mathematisches Erklärungsmodell lassen sich Preisabsatzfunktionen verwenden, die zumindest den funktionalen Zusammenhang zwischen Mengen und Preisen wiedergeben. Die empirische Ermittlung solcher Preisabsatzfunktionen ist bisher nicht gelöst, so daß diese Funktionen äußerst unsichere Größen darstellen.[1)]

Sieht man davon ab, Preisabsatzfunktionen in die Modellanalyse einbeziehen zu wollen und nimmt man die Preise als gegebene Daten an, darf nicht übersehen werden, daß ihre Planung von vielen unsicheren Parametern abhängt. Aber auch wenn die Preise als Listenpreise für eine Planungsperiode konstant vorgegeben werden und damit die Bruttoverkaufspreise eindeutig feststehen, lassen sich die Nettoerlöse nicht sicher prognostizieren, weil Rabatte und sonstige Erlösschmälerungen mit den Bezugsmengen und differenziert nach Kunden stark schwanken können. Infolge von Preisangleichungsmöglichkeiten und einer Vielzahl nicht exakt vorhersehbarer und den einzelnen Kostenträgern zurechenbarer positiver und negativer Erlösberichtigungen können für die Zukunft keine sicheren Aussagen über die Höhe der Nettostückerlöse gemacht werden.[2)]

---

1) Vgl. auch SCHWARZE (Ansätze 1967), S. 75, der betont, daß der Unternehmer keinen Kurvenverlauf erwartet, der eindeutigen Gesetzen unterliegt, sondern daß je nach der Unsicherheit der Daten allenfalls ein mehr oder weniger breites Preis-Absatz-Band erwartet werden kann.
2) Vgl. MAWICK (Konstanten 1965), S. 21.

"Für die modellanalytische Planung des Werbemitteleinsatzes ist die Quantifizierung der erwarteten Werbewirkung eine notwendige Voraussetzung."[1] Als Erklärungsmodell hierfür läßt sich die Konzeption der Werbewirkungsfunktion heranziehen. Eine solche Werbewirkungsfunktion gibt an, welche Absatzmengen einer bestimmten Werbemitteleinsatzmenge entsprechen.

Die Schwierigkeiten, solche Werbewirkungsfunktionen für die praktische Verwendung anzugeben, resultieren aus Substitutiv- und Komplementärbeziehungen der Werbemittel, zeitlichen Verzögerungen zwischen Werbeeinsatz und Werbewirkung sowie den Interdependenzen zu anderen absatzpolitischen Instrumenten.[2] Bezieht man Werbewirkungsfunktionen zur quantitativen Berücksichtigung der Werbewirkung in mathematische Entscheidungsmodelle der kurzfristigen Produktions- und Absatzplanung ein, darf die Unsicherheit, mit der diese Daten behaftet sind, nicht übersehen werden.

Die Produktdifferenzierung oder auch Sortimentspolitik hat eher einen langfristigen als kurzfristigen Charakter. Die kurzfristigen Entscheidungsparameter der Produktdifferenzierung sind lediglich Entscheidungen über die Sortimentstiefe bei einem bestehenden Programm der Grunderzeugnisse. "Die ökonomischen Wirkungen der Produktdifferenzierung lassen sich in Einflüsse auf die Kostenstruktur und in akquisitorische Wirkungen zerlegen".[3] Als relevante Kosten resultieren als erstes die für die einzelnen Ausführungsarten der Produkte unterschiedlichen Grenzselbstkosten. Für sie gelten die gleichen Aussagen hinsichtlich der Unsicherheit, die schon bei der Analyse des Produktionsbereiches gemacht worden sind. Daneben fallen "Einführungskosten"[4] für jede in das Produktionsprogramm aufgenommene Ausführungsart der Produkte an. Diese Einführungskosten bein-

1) KILGER (Optimale 1973), S. 554.
2) Vgl. TIETZ (Methoden 1969), S. 248 ff.
3) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 543.
4) Vgl. ebenda, S. 543.

halten Kosten für Probeläufe, Herstellung von Mustern und Proben. Sie sind also weitgehend unternehmensintern determiniert und somit als relativ sicher anzusehen, wenngleich auch hier die für den Produktionsbereich angestellten Oberlegungen relevant sind. Die akquisitorischen Wirkungen der Produktdifferenzierung äußern sich in einem Partizipations- und in einem Substitutionseffekt.[1] Die Quantifizierung dieser Auswirkungen auf die Absatzmengen stellt das entscheidende Problem für die Einbeziehung der Produktdifferenzierung dar. Hier ergeben sich ähnliche, vielleicht sogar größere Schwierigkeiten als bei der Quantifizierung der Werbewirkung und der Quantifizierung der Auswirkungen preispolitischer Maßnahmen.

Für die relevanten Kostendaten des Verwaltungs- und Vertriebsbereichs[2] gelten grundsätzlich die gleichen Oberlegungen wie für die Kostendaten des Produktionsbereichs. Gegenüber den Kosten des Produktionsbereichs weisen sie jedoch die Besonderheit auf, daß für sie in den meisten Fällen kein eindeutig fixiertes Mengengerüst gegeben ist und ihre Zurechnung auf die einzelnen Kostenträger mit Hilfsbezugsgrößen durchgeführt werden muß. Die Festlegung eines planmäßigen Verwaltungs- und Vertriebskostensatzes für die Kalkulation der relevanten Kosten pro Kostenträger unterscheidet sich jedoch im Hinblick auf die Behandlung der Unsicherheit nicht vom Vorgehen bei der Ableitung der Kostensätze des Produktionsbereichs. Die Bestimmung eines geplanten Verwaltungs- und Vertriebskostensatzes stellt ebenfalls eine Vorabreduktion unsicherer Daten auf eine einwertige Größe dar. Andererseits treffen auch für die relevanten Kosten des Verwaltungs- und Vertriebsbereichs

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 544.
2) Die relevanten Kostendaten des Verwaltungsbereichs werden zwar im allgemeinen von den Vertriebskosten abgegrenzt und als eigene Kostenkategorie angesehen, sollen aber im Hinblick auf ihre Unsicherheiten gemeinsam mit den Vertriebskosten analysiert werden, da sie bezüglich Bezugsgrößen- und Zurechnungsproblematik eine enge Verwandschaft zu den Vertriebskosten aufweisen.

die Voraussetzungen für das Rechnen mit Sicherheitsäquivalenten zu, wenngleich auch hier wie im Produktionsbereich gegen ein solches Vorgehen evtl. begründete Einwendungen erhoben werden können.[1)]

Wenn wir in diesem Kapitel die für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung wichtigsten relevanten Daten auf ihre Unsicherheit hin geprüft haben, so ist damit keineswegs ausgeschlossen, daß für spezielle Probleme und Fragestellungen der Produktions- und Absatzprogrammplanung weitere, evtl. deterministische oder aber auch stochastische Daten relevant sein können.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die relevanten Daten für die Modellanalyse fast ausschließlich mit mehr oder weniger großen Unsicherheiten belastet sind. Das Ausmaß und der Ursachenkomplex der Unsicherheiten wird im einzelnen Fall dafür maßgebend sein, ob man eine Vernachlässigung der Unsicherheit vertreten kann, eine Reduktion der unsicheren Daten auf einwertige Sicherheitsäquivalente möglich ist, oder eine explizite Einbeziehung des stochastischen Charakters der Daten in die Modellanalyse erforderlich wird.

---

1) Vgl. dazu die Ausführungen in Kap. 22.

25. Zuordnung der mit Unsicherheit belasteten Daten zu den Modellkomponenten der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung

In allgemeiner Schreibweise lassen sich die Modelle zur kurzfristigen Produktions- und Absatzplanung wie folgt wiedergeben:[1)]

Zielfunktion[2) 3)]

$$G = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \longrightarrow \text{Max!} \tag{2.9.0}$$

Nebenbedingungen

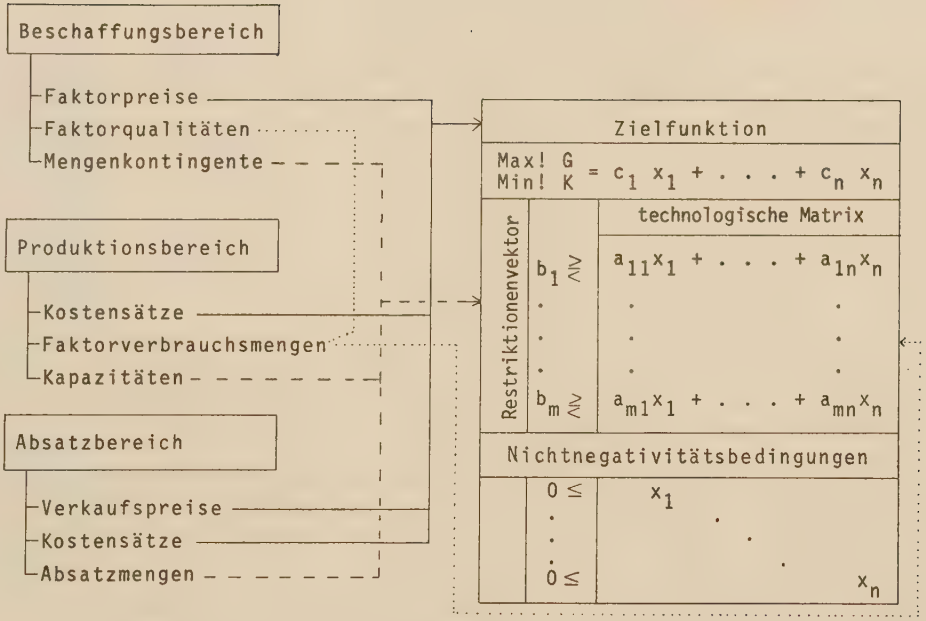
$$\begin{aligned} F_1 (x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \\ F_2 (x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ F_m (x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \end{aligned} \tag{2.9.1}$$

Hierbei bezeichnen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ die Aktionsvariablen und $F_1, F_2, \ldots, F_m$ die funktionalen Beziehungen zwischen den Aktionsvariablen. Die Auswahl der optimalen Lösungswerte der Aktionsvariablen soll unter Beachtung der funktionalen Beziehungen, d.h. mit integrierten Planungsmodellen durchgeführt werden.

Ordnet man die relevanten Daten der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung den Modellkomponenten Zielfunktion, Restriktionenvektor und technologische Matrix zu (Obersicht 1), so wird ersichtlich, daß prinzipiell in allen Modellkomponenten des linearen Programms stochastische Daten auftreten können.[4)]

---

1) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 18.
2) Bei den Zielfunktionen der im folgenden behandelten Modelle wollen wir von einfacher Zielsetzung ausgehen. Weiterhin wollen wir unterstellen, daß als Zielvorschrift die Extremierung von Deckungsbeiträgen oder Kosten - je nach betrachteter Abgrenzungsstufe des Absatzbereichs - vorgegeben ist.
3) In Zielfunktion und Restriktionen wird im folgenden von linearen Beziehungen der Aktionsvariablen ausgegangen.
4) In der Obersicht 1 haben wir die im Zusammenhang mit der linearen Programmierung übliche Symbolik verwendet. c_j = Zielfunktionskoeffizienten, b_i = Begrenzungsvektor, a^j_{ij} = Belastungsfaktoren.



Obersicht 1: Zuordnung der relevanten Daten zu den Modellkomponenten

Die Auswirkungen der Einbeziehung unsicherer Daten in Zielfunktion und Restriktionen der Planungsmodelle läßt sich an einem einfachen Beispiel verdeutlichen.[1] Ein Unternehmen produziert zwei Produktarten in einer Fertigungsstufe, deren Kapazität beschränkt ist. Es gelten folgende Daten:

Produktart	1	2
Deckungsbeiträge	3,-- DM/ME	4,-- DM/ME
Absatzhöchstmengen	70 ME	75 ME
Bearbeitungszeiten	6 ZE/ME	2 ZE/ME
Fertigungskapazität: 480 ZE		

Sind alle Daten deterministisch, so läßt sich das optimale Produktions- und Absatzprogramm mit Hilfe des folgenden linearen Planungsmodells finden.

(2.10.0) Zielfunktion: $G = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{Max!}$

Restriktionen: $480 \geq 6x_1 + 2x_2$

(2.10.1) $70 \geq x_1$

$75 \geq x_2$

Man erhält als optimale Lösung G = 465 DM

$x_1 = 55$ ME, $x_2 = 75$ ME.

Die schraffierte Fläche der Abb. 8 zeigt den Lösungsraum[2] für dieses Beispiel. Punkt A gibt die optimale Lösung an.

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 101 f., dessen Beispiel wir in einer vereinfachten Form übernommen haben. Die weiteren Prämissen des dem Beispiel zugrunde liegenden Standardproblems derProduktions- und Absatzprogrammplanung gelten. Eine Auflistung der Prämissen findet man bei KILGER (Einführung 1976), S. 404.

2) Der schraffiert gekennzeichnete Lösungsraum wird in den folgenden Beispielen als Vergleichsbasis herangezogen.

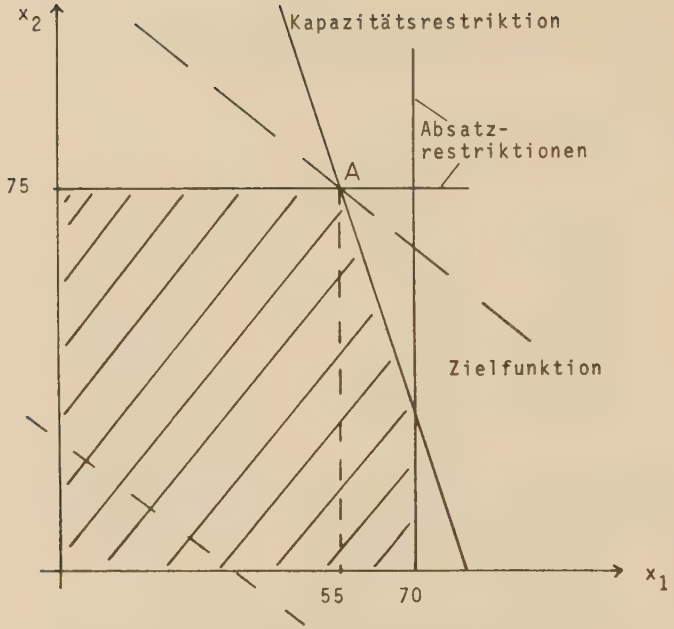


Abb. 8: Lösungsraum und optimale Lösung bei deterministischen Daten

Ausgehend von diesem Beispiel sollen nun stochastische Daten schrittweise in die einzelnen Modellkomponenten einbezogen werden. Als erstes sei der Fall betrachtet, daß n u r die Koeffizienten der Zielfunktionen, die Deckungsbeiträge der Produkte, zufallsbehaftet sind. Dies ist dann der Fall, wenn die Preise der Produkte und/oder die Grenzselbstkosten der Produkte Zufallsvariablen darstellen. Die Zielfunktion (2.10.0) nimmt dann die Form

$$G = \tilde{c}_1 x_1 + \tilde{c}_2 x_2 \longrightarrow \text{Max!} \tag{2.11}$$

an. Sind nur die Koeffizienten der Zielfunktion stochastische Größen, so bleibt der Lösungsraum konstant. Lediglich die Steigung der Zielfunktion ist zufallsbehaftet. In der

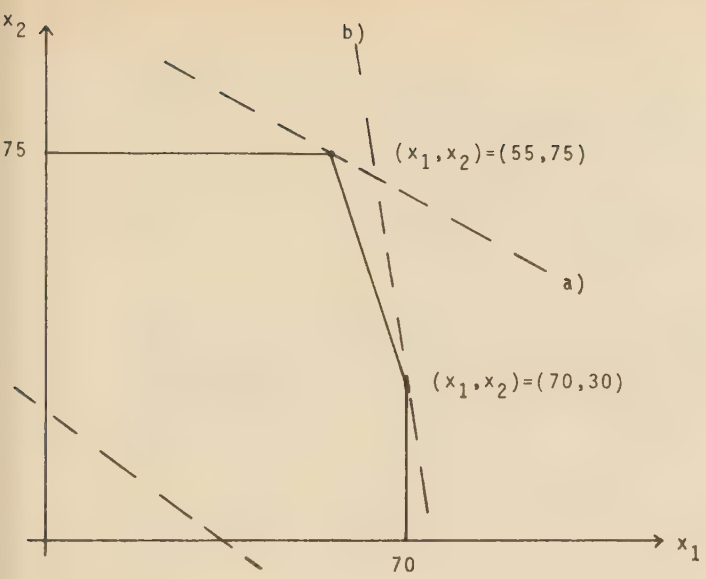


Abb.9: Verlauf der Zielfunktion bei stochastischen Zielfunktionskoeffizienten

Abb. 9 sind zwei Realisationen der Zielfunktionskoeffizienten durch die Linien a) und b) wiedergegeben. Bei der Realisation a) bleibt die ursprüngliche Lösung $(x_1, x_2)=(55, 75)$ optimal. Im Falle der Realisation b) ist die ursprüngliche Lösung nicht mehr optimal. Optimal ist jetzt $(x_1, x_2)=(70, 30)$. Da der Lösungsraum konstant bleibt, ist die ursprüngliche Lösung des deterministischen Modells nach wie vor zulässig, jedoch nicht notwendigerweise optimal.

Als nächstes sei angenommen, daß nur die Elemente des Restriktionenvektors zufallsbehaftet sind. Bezogen auf das Beispiel bedeutet das, Absatzhöchstmengen und/oder die

Kapazität der Fertigungsstelle sind unsicher. Die Restriktionen (2.10.1) nehmen dann die Form

$$(2.12) \qquad \begin{array}{lcl} \tilde{T} & \geq & 6x_1 + 2x_2 \\ \tilde{x}_{H1} & \geq & x_1 \\ \tilde{x}_{H2} & \geq & x_2 \end{array}$$

an. In diesem Fall bleibt der Lösungsraum nicht konstant, sondern stellt selbst eine Zufallsvariable dar. Die Restriktionsgeraden können sich innerhalb des durch die Zufallsvariablen $\tilde{T}$, $\tilde{x}_{H1}$, $\tilde{x}_{H2}$ festgelegten Bereichs parallel zur Ausgangssituation verschieben. Die schraffierte Fläche in Abb. 10 zeigt einen möglichen Variationsbereich des Lösungsraums. Nehmen die Restriktionen bei Realisation der Zufallsvariablen die durch die stark ausgezogenen Geraden wiedergegebenen Werte an, so ist die optimale Lösung zwar

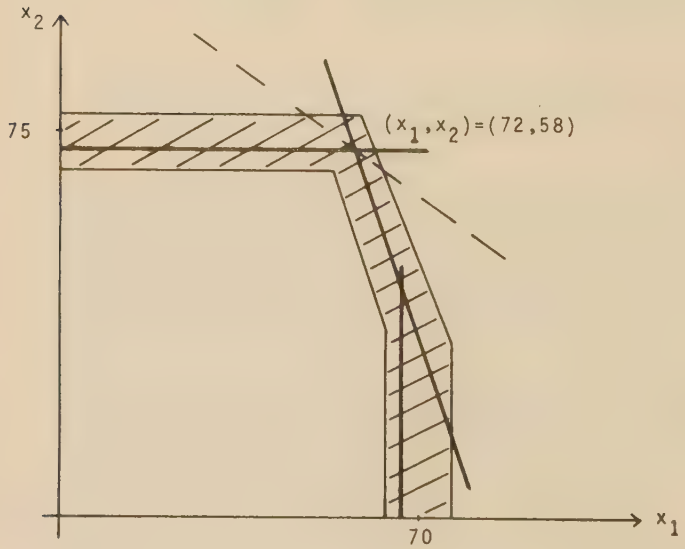


Abb. 10: Variationsbereich des Lösungsraums und optimale Lösung bei stochastischem Begrenzungsvektor

durch den gleichen Restriktionenschnittpunkt wie in der Ausgangssituation gekennzeichnet, die ursprünglich optimale Lösung ist jetzt allerdings nicht mehr zulässig. Bei anderer Realisation der Zufallsvariablen ist es durchaus denkbar, daß die ursprünglich optimale Lösung zwar weiterhin zulässig ist, jedoch ihre Optimalität verloren hat.

Sind nur die Belastungsfaktoren[1] (Elemente der technologischen Matrix) zufallsbehaftet, wird der Lösungsraum ebenfalls zufallsabhängig. Die Restriktionen (2.10.1) nehmen dann die Form

(2.13)
$$\begin{aligned} 480 &\geq \tilde{t}_1 x_1 + \tilde{t}_2 x_2 \\ 70 &\geq x_1 \\ 75 &\geq x_2 \end{aligned}$$

an. Stochastische Bearbeitungszeiten der Produktarten können beispielsweise aus unterschiedlicher Qualität der eingesetzten Werk- und Betriebsstoffe oder schwankender Arbeitsintensität resultieren. Unsichere Belastungsfaktoren bewirken, daß der Anstieg der Restriktionsgeraden innerhalb eines durch die Zufallsvariablen festgelegten Bereichs schwanken kann. Abb. 11 zeigt einen möglichen Variationsbereich des Lösungsraumes infolge stochastischer Belastungsfaktoren. Außerdem wird deutlich, daß, wie im vorhergehenden Fall, Optimalität und Zulässigkeit der Ausgangslösung nicht mehr gewährleistet sind.

---

1) In unserem Beispiel stellen die Belastungsfaktoren die Bearbeitungszeiten [ZE/ME] dar.

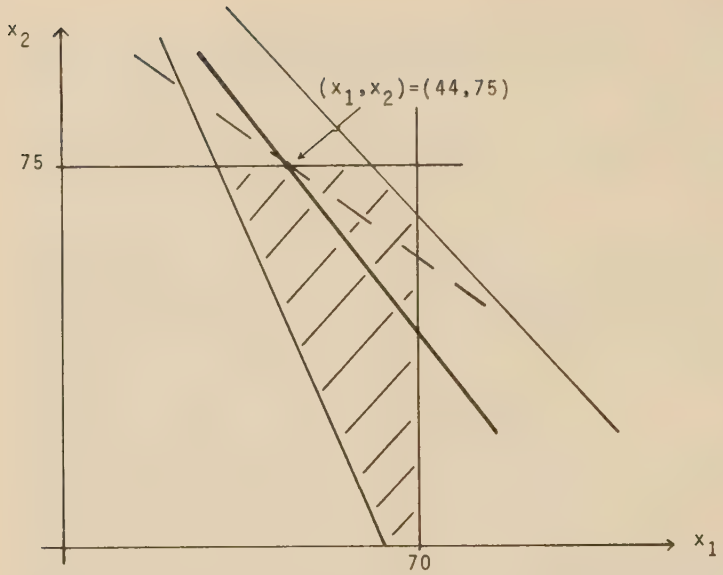


Abb. 11: Variationsbereich des Lösungsraums und optimale Lösung bei stochastischen Belastungsfaktoren

Sind die Daten mehrerer oder aller Modellkomponenten zufallsbehaftet, so treten die aufgezeigten Wirkungen in kombinierter Form auf. Das Problem (2.10) läßt sich dann darstellen als

(2.14.0) $$G = \tilde{c}_1 x_1 + \tilde{c}_2 x_2 \longrightarrow \text{Max!}$$

$$\tilde{T} \geq \tilde{t}_1 x_1 + \tilde{t}_2 x_2$$

(2.14.1) $$\tilde{x}_{H1} \geq x_1$$

$$\tilde{x}_{H2} \geq x_2$$

Abb. 12 zeigt, daß in diesem Fall Lösungsraum und Zielfunktion nicht mehr eindeutig festgelegt sind.

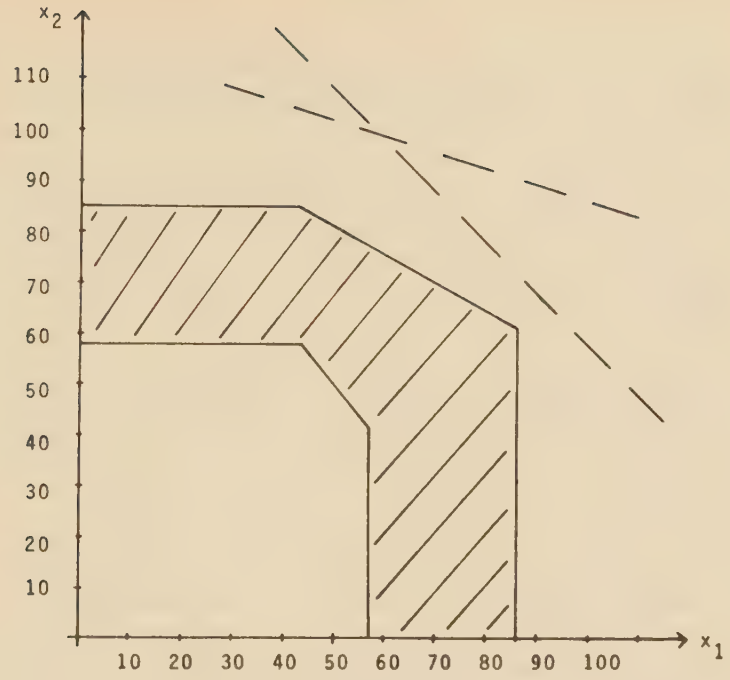


Abb. 12: Lösungsraum und Zielfunktion bei stochastischen Daten in allen Modellkomponenten

Bereits dieses einfache Beispiel zur Produktions- und Absatzprogrammplanung zeigt, daß die Integration der Unsicherheit relevanter Daten zwei Problemkreise aufwirft. Stochastische Daten in den Nebenbedingungen der Planungsmodelle bedingen eine Auseinandersetzung mit der Zulässigkeit gewählter Lösungen. Stochastische Zielfunktionskoeffizienten haben zur Folge, daß die nicht mehr in eindeutiger Weise festgelegte Zielfunktion in irgendeiner Weise modifiziert werden muß. Beide Problemkreise werden deshalb im folgenden aufgegriffen werden müssen.

3. Entscheidungsprinzip und Entscheidungskriterien bei Integration unsicherer Daten in die Modellanalyse

Das Zielsystem der Unternehmung umfaßt Zielgrößen und Präferenzrelationen. Die Präferenzrelationen sind bezüglich der Ausprägungen aller Ergebnismerkmale erforderlich. Daraus läßt sich herleiten, daß eine Höhen-, Arten-, Zeit- sowie Risiko- und Unsicherheitspräferenzrelation gegeben sein muß.[1)]

Die Höhenpräferenzrelation beinhaltet eine Vorschrift über die gewünschte Höhe der Zielgröße (z.B. Maximierungs- oder Minimierungsvorschriften). Die Artenpräferenzrelation ist notwendig bei Vorliegen mehrerer Zielgrößen, sofern konfliktäre Beziehungen zwischen den Zielgrößen bestehen (z.B. Zielgewichtung). Die Zeitpräferenz schreibt vor, wie Aktionen mit Ergebnissen unterschiedlicher Zeitdimensionen zu behandeln sind. (Die in der Investitionstheorie angewendete Diskontierung von Ergebnissen ist ein Beispiel hierfür). Die Risiko- bzw. Unsicherheitspräferenzrelation wird dann notwendig, wenn infolge mangelnder Informationen die Handlungskonsequenzen nur stochastisch festgelegt sind.

Stochastische Elemente in den Zielfunktionen der Modelle zur kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung bewirken, daß der Zielfunktionswert[2)] selbst zu einer zufälligen Variablen wird. Die Entscheidungssituation ist also dadurch gekennzeichnet, daß jedem Produktions- und Absatzprogramm eine bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilung des Zielfunktionswertes entspricht.[3)] Die üblicherweise

---

1) Vgl. BAMBERG/COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S. 26 f.
2) Entsprechend der gewählten Abgrenzungsstufe des Absatzbereiches stellt der Zielfunktionswert den Deckungsbeitrag oder die Kosten der Planungsperiode dar.
3) Wir unterstellen dabei und auch im folgenden, daß die Unsicherheit der relevanten Daten in Form von Wahrscheinlichkeiten quantifiziert ist. Entscheidungstheoretisch haben wir es dann mit Risikosituationen zu tun. Vgl. hierzu SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 31.

verwendeten traditionellen Extremierungsregeln zur Ableitung der optimalen Alternative werden in diesem Fall problematisch.[1] Eine Auswahl optimaler Produktions- und Absatzprogramme kann nur durch den Vergleich der zu den alternativen Programmen gehörenden Verteilungen der Zielfunktionswerte erfolgen. Es ist also notwendig, auf der Menge der Verteilungen der Zielfunktionswerte eine Ordnung zu errichten, die die Auswahl des optimalen Programms erlaubt.[2] Die Notwendigkeit der Festlegung einer solchen Auswahlregel wird deutlich, wenn man sich vergegenwärtigt, daß die Vergleichbarkeit alternativer Programme infolge der Kompliziertheit der Verteilungen äußerst schwierig sein kann.

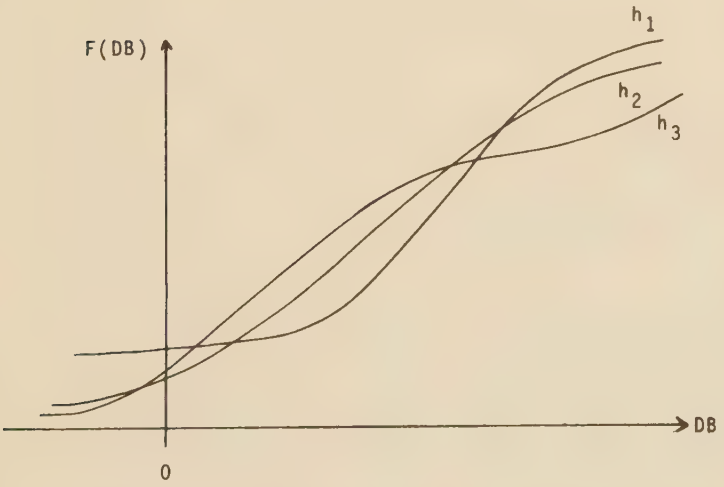


Abb. 13: Verteilungsfunktionen der Deckungsbeiträge alternativer Programme

1) Vgl. HEINEN (Zielsystem 1976), S. 165.
2) BORCH (Verhalten 1969), S. 42, stellt fest, daß eine rationale Theorie der Entscheidungen unter Unsicherheit auf Präferenzordnungen über Mengen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen basieren muß.

Die Abb. 13 zeigt den Verlauf der Verteilungsfunktionen der Deckungsbeiträge die den Programmen (Handlungsalternativen) h_1, h_2 und h_3 entsprechen. Wie man sieht, dominiert keine der Handlungsalternativen eindeutig. Ohne die Angabe einer Auswahlregel ist deshalb die Bestimmung des optimalen Programms nicht möglich.

31. Bemerkungen zur Rationalität

Bei der Formulierung von Entscheidungskriterien[1] wird gemeinhin verlangt, daß ihre Anwendung auf Entscheidungsprobleme zu rationalen Lösungen führt.[2] Mit dem Begriff der Rationalität bezeichnet man eine Verhaltensweise, die für die Erreichung gegebener Ziele innerhalb des durch bestimmte Bedingungen und Beschränkungen abgegrenzten Entscheidungsfeldes geeignet ist.[3] Dabei bietet sich die Möglichkeit an, den Rationaltätsbegriff empirisch-deskriptiv oder praktisch-normativ zu fassen.[4] Da wir in dieser Arbeit einen praktisch-normativen Standpunkt vertreten, wollen wir auf den Begriff der empirisch-deskriptiven Rationalität nicht weiter eingehen.[5]

Um den Begriff der praktisch-normativen Rationalität genauer zu fassen, müssen jedoch einige weitere Unterscheidungen dargelegt werden.

Wenn man ursprünglich an ein rationales Entscheidungsverhalten die Forderung geknüpft hat, daß es mit einem vorgegebenen Ziel- oder Wertsystem korrespondieren muß (substantielle Rationalität), so steht dem heute die Interpretation der Rationalität als eine formale, d.h. nicht

---

1) Als Entscheidungskriterien werden Richtlinien verstanden, die der Entscheidende beim Auswählen der optimalen Aktion befolgt. Sie stellen in ihrer stärksten Form Entscheidungsregeln dar, wenn sie geeignet sind, zu einem Entscheidungsproblem die optimale Aktion anzugeben. Sie stellen Entscheidungsprinzipien dar, wenn sie keine Optimallösung bieten, aber die Willkür in der Auswahl der Lösungen einschränken. Vgl. dazu BOHLMANN/LOEFFEL/NIEVERGELT (Einführung 1967), S. 29; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 17.
2) Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 24 ff., SCHNEIDER (Investition 1974), S. 56.
3) Vgl. KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 62.
4) Vgl. HEINEN (Wissenschaftsprogramm 1969), S. 209.
5) Zum Rationalitätsbegriff in der deskriptiven Entscheidungstheorie vgl. KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 66 ff.

am materiellen Inhalt der Ziele ausgerichtete, Beurteilung des Entscheidungsverhaltens gegenüber. Des weiteren wird heute davon ausgegangen, daß der Entscheidungsträger sein Verhalten an sozialen Rollenerwartungen oder Normen orientiert (soziale Rationalität). Ein in diesem Sinne soziales Verhalten steht nicht im Widerspruch zur Rationalität.[1)]

Entscheidungsverhalten, das einer rationalen Norm entspricht, bedeutet, daß ein zusätzlicher Aufwand an alytischer Arbeit zu leisten ist. Bei einer rational begründeten Entscheidung entstehen im Hinblick auf vorbereitende erforderliche Maßnahmen, wie Erfassung aller Handlungsmöglichkeiten, Aufstellung der Ergebnisfunktion sowie auch bei der logisch analytischen Durchdringung des Problems Mühen und Kosten, die der Entscheidungsträger in seine Verhaltensweise einbezieht. Nicht selten bewertet der Entscheidungsträger diese Mühen höher als den mit diesem Vorgehen erzielbaren Vorteil in Form einer Ergebnisverbesserung.[2)] Unter Einbeziehung der Kosten und Mühen handelt der Entscheidungsträger keineswegs unrational, wenn er sich mit einer Entscheidungsfindung begnügt, die vom objektiven Standpunkt aus unrational ist. Vom subjektiven Standpunkt aus liegt eine rationale Verhaltensweise vor, die man als subjektive Rationalität bezeichnen kann.[3)]

---

1) Vgl. KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 63.
2) Vgl. dazu BORCH (Verhalten 1969), S. 122, in der "Betriebswirtschaftslehre tendiert man dazu, normativ vorzugehen und versucht, die bestmögliche Entscheidung zu finden - jene Entscheidung, die von intelligenten Leuten getroffen wird. Es erweist sich jedoch bald, daß das Auffinden der besten Entscheidung oft mit mehr Mühe und Arbeit verbunden ist, als diese Entscheidung wirklich wert ist. Man begnügt sich daher mit etwas weniger und trifft Entscheidungen, die gerade gut genug sind und die gewisse Mindesterfordernisse erfüllen."
3) Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 32 ff.; KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 63 f., SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 81.

Im Gegensatz zur traditionellen Entscheidungstheorie basieren die Arbeiten von SIMON[1] und SAUERMANN/SELTEN[2] auf einer den tatsächlichen Fähigkeiten des handelnden Menschen angemessenen Rationalität. Die Kritik dieser Autoren an ökonomischen Modellen beruht letztlich darauf, daß in diesen Modellen Informationskosten und Informationsnutzen vernachlässigt werden.[3]

In unseren weiteren Ausführungen wollen wir die heute in der Entscheidungstheorie übliche Auffassung einer subjektiven Formalrationalität zugrunde legen.[4] Damit wird nicht ausgeschlossen, daß bei der praktischen Anwendung der Entscheidungsmodelle ein Kompromiß zwischen subjektiver und eingeschränkterRationalität zur Anwendung kommen kann, sofern die Operationalität dies verlangt.[5]

---

1) Vgl. SIMON (Theories 1959); SIMON (Models 1967).
2) Vgl. SAUERMANN/SELTEN (Anspruchsanpassungstheorie 1962).
3) Nach Meinung dieser Autoren werden zu umfassende Kenntnisse und ein zu hoher Rationalitätsgrad der Wirtschaftssubjekte vorausgesetzt. Sie unterstellen in ihrer Theorie, daß der Entscheidende nicht Informationen über sämtliche Handlungsmöglichkeiten sammelt, um dann die beste Lösung zu wählen, sondern daß ein Suchprozeß angestrengt wird, bis eine Lösung gefunden ist, die dem Anspruchsniveau des Entscheidenden genügt. Die Suche nach besseren Aktionen wird solange fortgesetzt, bis ein bestimmtes Befriedigungsniveau erreicht ist. Es wird also keine optimale,sondern nur eine zufriedenstellende Lösung angestrebt. Der Entscheidende ist in diesem Fall also kein Maximizer sondern verhält sich als Satisfizer. Dabei ist die Nähe der gewählten Lösung zum Optimum nicht bekannt und unter anderem auch von der Suchreihenfolge abhängig. Vgl. SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 83; Zur Theorie einer den menschlichen Fähigkeiten angemessenen eingeschränkten Rationalität vgl. die Zusammenfassung bei KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 64 ff.
4) Vgl. GÄFGEN (Theorie 1974), S. 35; KIRSCH (Entscheidungsprozesse I, 1970), S. 63.
5) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 27, der einen Verzicht auf Optimierung im Rahmen des Modells in Kauf nehmen will, wenn die Optimumbestimmung infolge der Komplexität oder des Fehlens geeigneter Algorithmen nur mit großem Zeit- und Kosteneinsatz oder überhaupt nicht erzielt werden kann. Vgl. auch HEINEN (Zielsystem 1976), S. 165, der auf den Konflikt zwischen rationaler, eindeutiger Entscheidungsfindung und Operationalität hinweist.

32. Das Bernoulli-Prinzip als Rationalprinzip

Als geschlossenste theoretische Konzeption zur Ableitung von Entscheidungen bei unsicheren Erwartungen und expliziter Berücksichtigung von Wahrscheinlichkeiten, die dem Rationalprinzip entspricht, kann das sogenannte Bernoulli-Prinzip angesehen werden.[1] Es läßt sich wie folgt formulieren:[2]
Es gibt für den Entscheidenden eine Funktion N(k), seine subjektive Nutzenfunktion, so daß sein Präferenzfunktional[3] die Gestalt

$$\Omega(W) = E_W \left[N(k) \right] \tag{3.1}$$

annimmt.

W	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Ergebnisse einer Handlungsalternative
N	Nutzen (Bernoulli-Nutzen, Neumann-Morgenstern Nutzen)
E	Erwartungswert

Nach dem Bernoulli-Prinzip kann man also die Präferenzrelation zwischen den Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Ergebnisse verschiedener Aktionen durch eine Nutzenfunktion zum Ausdruck bringen. Diese Nutzenfunktion ordnet jedem möglichen Ergebnis einen Nutzenwert zu. Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung von Ergebnissen wird einer anderen genau dann vorgezogen, wenn der Erwartungswert der zugeord-

---

1) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 58.
2) Vgl. SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 61.
3) Ein Funktional ist eine Zurordnungsvorschrift, die einer Funktion-als Ganzes- eine Zahl zuordnet. Das Präferenzfunktional $\Omega(W)$ ordnet der Wahrscheinlichkeitsverteilung W der Ergebnisse einer Handlungsalternative eine Zahl zu. Vgl. SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 36.

neten Nutzenwerte größer ist.[1)2)] Der Erwartungswert des Nutzens ist allgemein bestimmt durch

$$E_W\left[N(k)\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} N(k)\, d\, F_W(k) \tag{3.2}$$

Für den Fall diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen gilt

$$E_W\left[N(k)\right] = \sum_{u=1}^{r} N(k_u)\, w_u(k_u) \tag{3.3}$$

Die Besonderheit der Anwendungsmöglichkeiten[3)] des Bernoulli-Prinzips liegt darin, daß es auch auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Ergebnissen angewendet werden kann, die nicht zwingend quantitativ meßbare Größen sein müssen. Dann ist k irgendein (nicht numerisches)Ergebnis, das aus einer Handlungsalternative bei Zusammentreffen mit einer bestimmten Umweltsituation resultiert.[4)]

---

1) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 58.
2) DANIEL BERNOULLI zog aufgrund seiner Beobachtungen beim St. Petersburger Spiel den Schluß, daß der Erwartungswert der Auszahlungen bei einem Glücksspiel durch eine andere Größe ersetzt werden müsse, wenn man das Verhalten der Spieler erklären wolle. D. Bernoulli, Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis, in: Commentari Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae, V, 1738, S. 175-192, aus dem Lateinischen übersetzt von L. Sommer, Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk, in: Econometrica, Vol. 22, 1954, S. 23-36, zitiert nach SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967). Die Überlegungen Bernoullis wurden jedoch erst 200 Jahre später von J. VON NEUMANN und O.MORGENSTERN aufgegriffen und auf eine axiomatische Grundlage gestellt. NEUMANN/MORGENSTERN (Theory 1944).
3) Seit der Veröffentlichung von von Neumann und Morgenstern wird in der Literatur eine lebhafte Diskussion um die Bedeutung und Anwendung des Bernoulli-Prinzips geführt. Literaturübersichten finden sich bei FISHBURN (Utility 1968); MENGES (Entscheidungstheorie 1969), S. 73 ff. Vgl. auch BORCH (Verhalten 1969), S. 42 ff.; BOHLMANN/LOEFFEL/NIEVERGELT (Einführung 1967), S. 34 ff.; GÄFGEN (Theorie 1974), S. 399 ff.; KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S. 138 ff.
4) Vgl. HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 58; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 61 f.

In der Literatur zum Bernoulli-Prinzip finden sich eine Vielzahl von Axiomensystemen, auf denen die Theorie des Risikonutzens aufgebaut ist.[1] Im Prinzip sind diese Axiomensysteme jedoch einander äquivalent und lassen sich in folgenden Grundannahmen zusammenfassen:[2]

- Ordinales Prinzip (Prinzip der Rangordnung)
- Unabhängigkeitsprinzip (Substitutionsaxiom)[3]
- Dominanzprinzip
- Stetigkeitsprinzip
- Prinzip der Beschränkung der Risikonutzenfunktion[4]

Mit einer Reihe von Entscheidungsexperimenten[5] hat man versucht, nachzuweisen, daß das tatsächliche Entscheidungsverhalten von Individuen den Axiomen des Bernoulli-Prinzips

---

1) Vgl. z.B. KRELLE (Entscheidungstheorie 1968), S.125-170; LUCE/RAIFFA (Games 1957), S. 25-31; NEUMANN/MORGENSTERN (Spieltheorie 1967), S. 15-30; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S.73-77; SCHNEIDER (Investition 1974), S.108 ff.

2) Die Zusammenfassung erfolgt in Anlehnung an SCHNEIDER (Investition 1974), S. 108 ff.; ähnlich bei ALBACH (Ungewißheit 1976), Sp. 4038.

3) Das Substitutionsaxiom ist das am stärksten umstrittene Axiom des Bernoulli-Prinzips. Vgl. dazu die Beiträge, zum Teil kontroverser Art, zur Rationalität des Bernoulli-Prinzips. BITZ (Risikoeinstellung 1975); BITZ/ROGUSCH (Risiko-Nutzen 1976), S. 853 ff.; COENENBERG/KLEINE DOEPKE (Risikopräferenz 1975), S. 663 ff.; JACOB (Unsicherheit 1974), S. 313 ff.; JACOB/LEBER (Bernoulli-Prinzip 1976), S. 177 ff.; JACOB/LEBER (Erwiderung 1976), S. 831 ff.; KRELLE (Bemerkungen 1976), S. 522 f.; LEBER (Rationalität 1975), S. 493 ff.

4) SCHNEIDER (Investition 1974), S. 116 ff., schlägt vor, die Risikonutzenfunktion in der Weise zu beschränken, daß sie erst ab einem subjektiven Existenzminimum und nur bis zu einem endlichen Nutzenmaximum definiert ist. Mit diesem zusätzlichen Axiom soll die empirische Gültigkeit der Entscheidungsfindung nach dem Bernoulli-Prinzip sichergestellt werden, da "Grenzentscheidungen" ausgeklammert werden.

5) Zum Aufbau und zur Kritik dieser Experimente vgl. z.B. BORCH (Verhalten 1969), S. 102 ff., Kap. 6; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 79 ff.

widerspricht.[1] Folgende Beobachtungen MAC CRIMMONS[2] lassen jedoch den Wert der normativ aufgebauten kardinalen Nutzentheorie erkennen:[3]

- Die meisten getesteten Manager erkannten bei der Diskussion ihrer Test-Antworten ihre Fehler und revidierten ihre Antworten.
- Im Laufe der Interviews bestand die Tendenz zur stärkeren Obereinstimmung mit den Axiomen.
- Antworten des Top-Managements wiesen eine höhere Konsistenz zu den Axiomen auf, als Antworten von Testpersonen aus dem mittleren Management.

Daraus läßt sich der Schluß ziehen, daß normative Rationalität als Verhaltenshypothese zumindest approximativ das empirische Entscheidungsverhalten beschreiben und erklären kann.[4][5] Umfangreiche experimentelle Untersuchungen von MOSTELLER und NOGEE [6] bestätigen diese Aussagen.[7]

---

1) Vgl. ALLAIS (Comportement 1953), S. 503 ff.; ELLSBERG (Risk 1961), S. 643f.; MAC CRIMMON (Implications 1968), S. 3 ff.
2) Vgl. MAC CRIMMON (Implications 1968).
3) Vgl. HÜLSCHER (Eigenfertigung 1971), S. 67.
4) Vgl. SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 81.
5) BORCH (Verhalten 1969), S. 122, weist darauf hin, daß Beobachtungen über ökonomisches Verhalten in der Realität nicht immer verläßliche Informationen über die Intentionen der Entscheidungsträger liefern. Die Experimente zeigen, daß "irrtümlich" falsch entschieden wird, wenn die Situation sehr komplex ist und nicht genügend Zeit für eine sorgfältige Analyse zur Verfügung steht.
6) Vgl. MOSTELLER/NOGEE (Measurement 1951), S. 371 ff.
7) Empirische Untersuchungen von SWALM (Utility 1966), S. 123 ff., führen zu ähnlichen Ergebnissen. Bei der Untersuchung des Entscheidungsverhaltens wurden dabei Fragen an Manager verwendet, die dem tatsächlichen Entscheidungsspielraum und Planungshorizont der Testpersonen entsprechen. SWALM betont, daß es für Entscheidungen unter Risiko keine bessere Theorie gibt.

Die Autoren kommen zu dem Ergebnis, "daß

1. experimentelle Nutzenmessungen möglich sind,
2. die Maximierung des Nutzenerwartungswertes eine sinnvolle Verhaltensannahme sein kann und
3. sich künftiges Verhalten aufgrund einer empirischen Nutzenkurve prognostizieren läßt.[1)]

Einschränkend stellen sie jedoch fest, daß die Präferenzen der Testpersonen keineswegs vollkommen konsistent bleiben."[2)]

Da die Axiome des Bernoulli-Prinzips als Basis rationalen Handelns anerkannt werden, wollen wir für die Entscheidungsfindung bei unsicheren Erwartungen das Bernoulli-Prinzip als Rationalprinzip zugrundelegen.[3)] "Das mag eine sehr unrealistische Annahme sein, es ist aber nicht leicht, sie durch eine bessere zu ersetzen. Die Feststellung, daß im Wirtschaftsleben nicht immer rational vorgegangen wird, nützt uns nicht viel."[4)]

---

1) Voraussetzung ist die Konstanz der Nutzenfunktion im Zeitablauf.
2) HÜLSCHER (Eigenfertigung 1971), S. 68.
3) Das Verhalten gemäß den Axiomen des Bernoulli-Prinzips wird in der Literatur vielfach definitorisch mit rationalem Verhalten gleichgesetzt. Vgl. ALBACH (Ungewißheit 1976), Sp. 4038; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 77 f.
4) BORCH (Verhalten 1969), S. 123.

33. Entscheidungsregeln zur Ableitung optimaler Handlungsalternativen

Für die Ableitung der optimalen Handlungsalternativen sind die Erwartungswerte des Nutzens der einzelnen Alternativen zu bestimmen. Die Entscheidung erfolgt nach dem Kriterium

$$\text{(3.4)} \qquad \max_{h} \left\{ \sum_{u=1}^{r} w_{hu}\,(k_{hu}) \cdot N(k_{hu}) \right\}$$

Um auf diese Weise die optimale Alternative abzuleiten, muß man die Nutzenfunktion kennen. Die direkte Anwendung des Bernoulli-Prinzips wirft deshalb zunächst die Frage auf, ob es möglich ist, die Nutzenfunktion eines Entscheidungsträgers zu bestimmen.

Zur Ableitung der subjektiven Nutzenfunktion des Entscheidungsträgers wird die bereits in Kap. 232 beschriebene Konzeption der hypothetischen Wetten vorgeschlagen.[1] Dem Entscheidungsträger werden eine Reihe von mit unterschiedlichen Risiken behafteten Entscheidungssituationen zur Bewertung vorgelegt. Aus den geäußerten Präferenz- bzw. Indifferenzurteilen werden Nutzenwerte festgelegt und zu einer Nutzenfunktion approximiert. Durch (0,1)-Normierung kann dann die Nutzenfunktion eindeutig bestimmt werden. Für die Anwendung auf diese Weise approximierter subjektiver Nutzenfunktionen ist die Konsistenz des abzubildenden Präferenzsystems, der Zeitbezug des Präferenzsystems und die strenge Bindung an denselben Entscheidungsträger wesentliche Voraussetzung.[2]

---

1) Vgl. z.B. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 122 ff.; SZYPERSKI/WIENAND (Entscheidungstheorie 1974), S. 82 ff.
2) Vgl. SZYPERSKI/WIENEND (Entscheidungstheorie 1974), S. 85.

Als charakteristisch lassen sich lineare, konvexe, konkave sowie konkav-konvexe Verläufe von Nutzenfunktionen unterscheiden. Bei linearem Verlauf der Nutzenfunktion ist der Erwartungswert des Nutzens eine lineare Funktion des Erwartungswertes der Zielgröße. Die Maximierung des Erwartungswertes des Nutzens ist deshalb in diesem Falle identisch mit der Maximierung des Erwartungswertes der Zielgröße selbst. Für die lineare Nutzenfunktion gilt weiterhin, daß der Erwartungswert des Nutzens gleich dem Nutzen des Erwartungswertes ist. Ist das Entscheidungsverhalten eines Entscheidungsträgers durch eine lineare Nutzenfunktion gekennzeichnet, so wird sein Verhalten als risikoindifferent bezeichnet. (Abb. 14 a). Bei konvexer Nutzenfunktion liegt der Erwartungswert des Nutzens immer über dem Nutzen des Erwartungswertes (Abb. 14 b). Das Entscheidungsverhalten eines Entscheidungsträgers mit konvexer Nutzenfunktion wird als Risikosympathie bezeichnet. Ist der Verlauf der Nutzenfunktion konkav, so liegt der Erwartungswert des Nutzens immer unterhalb des Nutzens des Erwartungswertes (Abb. 14 c). Das Entscheidungsverhalten eines Entscheidungsträgers, dessen Entscheidungsverhalten durch eine konkave Nutzenfunktion gekennzeichnet ist, wird als Risikoaversion bezeichnet.

Empirische Untersuchungen über den Verlauf von Nutzenfunktionen[1] haben gezeigt, daß stückweise konkave und konvexe Bereiche als typisch angesehen werden können.

Der in Abb. 15 dargestellte teilweise risikofreundliche und risikofeindliche Verlauf der Nutzenfunktion ist in der Lage, zwei Verhaltensweisen der Realität zu erklären. Im Verlustbereich, $k < o$, verhält sich der Entscheidungsträger risikofeindlich. Bei mittleren und kleineren Gewinnchancen, $o \leq k < k^*$, verhält sich der Entscheidungsträger risiko-

1) Vgl. dazu BIERMAN/BONINI/FOURAKER/JAEDICKE (Analysis 1965), S. 204; CHERNOFF/MOSES (Decision 1959), S. 88; FRIEDMAN/SAVAGE (Utility 1948), S. 279-304; GRAYSON (Decisions 1960); MARKOWITZ (Portfolio 1959), S. 218; MOSTELLER/NOGEE (Measurement 1951), S. 387f.; SWALM (Utility 1966), S. 132 f.

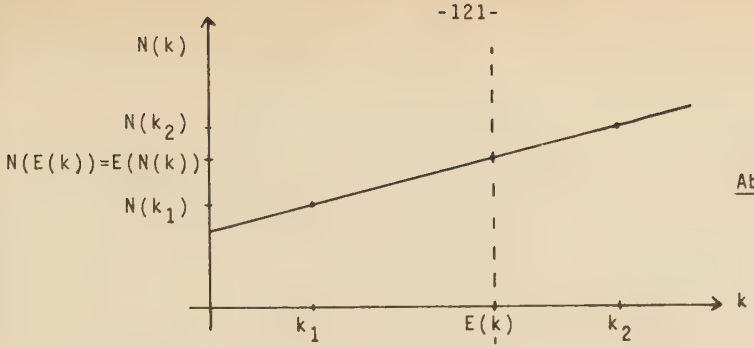


Abb. 14a

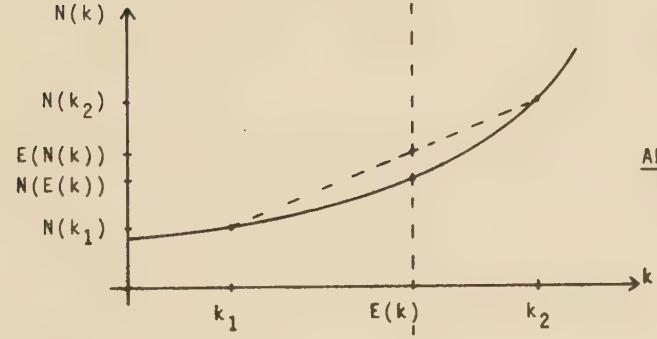


Abb. 14b

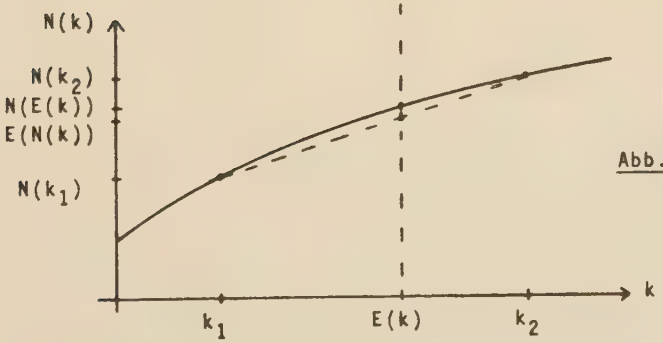
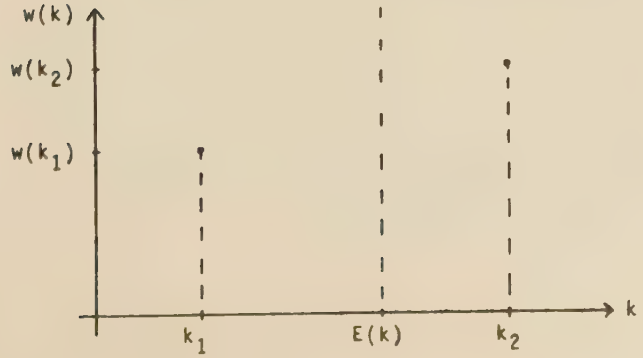


Abb. 14c



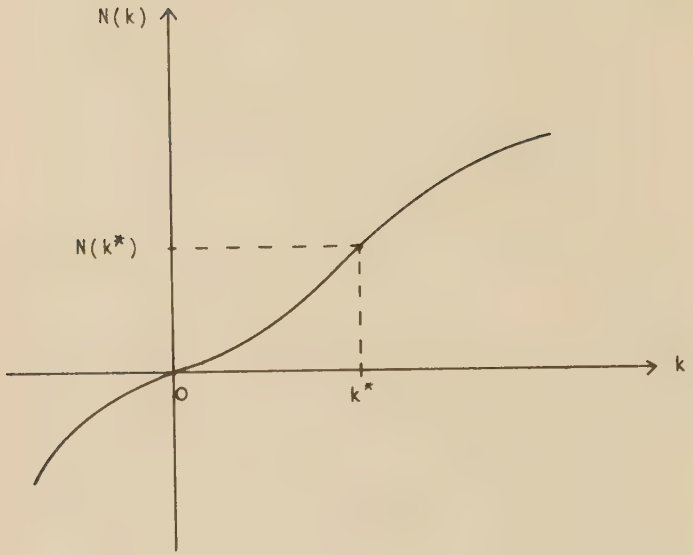


Abb.15: Nutzenfunktion mit Risikoaversion und Risikosympathie

freudig und bei großen Gewinnmöglichkeiten, $k^* \leq k$, wieder risikofeindlich.[1)2)]

1) Der Wendepunkt der Nutzenkurve kann als Anspruchsniveau (level of aspiration) gedeutet werden. Vgl. BIERMAN/BONINI/FOURAKER/JAEDICKE (Analysis 1965), S. 203 f.

2) Das risikofeindliche Verhalten bei Verlustmöglichkeiten kann durch die in der Praxis an Verlustausweisen gekoppelten Sanktionen für den Entscheidungsträger oder auch durch die Existenzgefährdung der Unternehmung begründet werden. Die risikofreundliche Verhaltensweise im Bereich $o \leq k < k^*$ begründet die Teilnahme an Glücksspielen wie Roulette, Lotto, Toto, Spielautomaten usw. Das erneut risikofeindliche Verhalten bei Einkommenschancen im Bereich $k^* \leq k$, läßt sich als Verhalten gegenüber riskanten Geschäften interpretieren. Der Abschluß von Versicherungen, deren Prämie (=Sicherheitsäquivalent) immer über dem Erwartungswert des versicherten Risikos liegt, deutet auf dieses Verhalten hin.

Die Bestimmung der Risikonutzenfunktion für die praktische Ableitung von Entscheidungen stößt auf erhebliche Schwierigkeiten. Mangelnde Bereitschaft des Managements, sich einer mühseligen Testprozedur zur Ableitung der Nutzenfunktion zu unterziehen, die laufende Veränderung einer einmal festgelegten Nutzenfunktion im Zeitablauf, die eventuelle Situationsabhängigkeit sowie mögliche Inkonsistenzen des Entscheidungsverhaltens bei hypothetischen Entscheidungssituationen und den in der Realität anfallenden Entscheidungen lassen die direkte Anwendung des Bernoulli-Prinzips unter dem Gesichtspunkt der praktischen Operabilität problematisch erscheinen. Für die praktische Entscheidungsfindung werden Entscheidungsregeln notwendig. Will man das Postulat einer rationalen Entscheidungsfindung aufrechterhalten, so dürfen nur solche Entscheidungsregeln zur Anwendung kommen, die dem Bernoulli-Prinzip nicht widersprechen.[1] Als Entscheidungsregeln haben in der traditionellen Entscheidungstheorie das μ-Prinzip [2] und das μ,σ -Prinzip[3] eine gewisse Beliebtheit erlangt.

Die Untersuchung der klassischen Entscheidungsregeln[4]

1) Vgl. dazu die Untersuchung von SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), der die Verträglichkeit der klassischen Entscheidungsregeln mit dem Bernoulli-Prinzip untersucht und zu dem Ergebnis kommt, daß die klassischen Entscheidungsregeln nicht oder nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen mit dem Bernoulli-Prinzip in Einklang stehen.

2) Bei linearer Nutzenfunktion steht die Anwendung des μ-Prinzips in Einklang mit dem Bernoulli-Prinzip. Die Anwendung des μ-Prinzips impliziert, daß die Möglichkeit der Abweichung der tatsächlichen Zielgröße k vom Erwartungswert nicht berücksichtigt wird. Diese Vernachlässigung des "Risikos" ist zu rechtfertigen, wenn der mögliche Streubereich der Zielgröße klein ist. Für den Fall der häufigen Wiederholung der gleichen Entscheidung beinhaltet die Entscheidung nach dem μ-Prinzip eine Orientierung am auf lange Sicht erwarteten durchschnittlichen Zielbeitrag. Eine für die praktische Operabilität positive Eigenschaft des μ-Prinzips ist in seiner Einfachheit zu sehen, die die Beliebtheit dieses Prinzips in der Praxis erklärt.

auf ihre Verträglichkeit mit dem Bernoulli-Prinzip hat gezeigt[1], daß viele dem Bernoulli-Prinzip widersprechen, andere nur unter bestimmten Voraussetzungen mit dem Bernoulli-Prinzip in Einklang stehen. Für die Verwendung klassischer Entscheidungsprinzipien ergeben sich damit folgende Alternativen

a) Man beschränkt sich auf einfache - möglicherweise unvernünftige - Präferenzfunktionale, die mit dem Bernoulli-Prinzip in Einklang stehen.

b) Man verwendet beliebige Präferenzfunktionale und nimmt eine Verletzung der Rationalitätspostulate in Kauf.[2]

"Für die praktische Anwendung von Entscheidungsmodellen muß heute festgestellt werden, daß es keine allgemeingültige Entscheidungsregel gibt. Die Festlegung einer Entscheidungsregel muß vor und außerhalb der Modellanalyse erfolgen. Ob der Entscheidende das Bernoulli-Prinzip akzeptiert oder nicht und welche der damit zu vereinbarenden oder dazu in Widerspruch stehenden Entscheidungsregeln er wählt, ist letztlich eine rein subjektive Vorentscheidung."[3]

Fortsetzung der Fußnoten von S. 123

3) Beim μ,σ-Prinzip wird das Risiko durch die Standardabweichung berücksichtigt. Widerspruchsfreiheit zu den Axiomen des Bernoulli-Prinzips gewährt die Anwendung des μ,σ - Prinzips nur, wenn die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Handlungsalternative eine Normalverteilung ist, oder die Risikonutzenfunktion eine quadratische Funktion der Zielgröße ist. Vgl. SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 113 ff.

4) Als klassische Entscheidungsregeln bezeichnet man solche Auswahlregeln, die eine Handlungsmöglichkeit nach Erwartungswert und einem zugehörigen Streuungsmaß der Wahrscheinlichkeitsverteilung bewerten.

1) Vgl. die Untersuchung von SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 89 ff.

2) Vgl. BAMBERG/COENENBERG (Entscheidungslehre 1974), S.82.

3) HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 69; ähnlich auch DINKELBACH (Zielsetzungen 1973), S. 49; HEINEN (Zielsystem 1976), S. 165, unterscheidet zwei Gruppen von Entscheidungsregeln. Bei der ersten Gruppe steht der Gesichtspunkt der Operationalität im Vordergrund (Sicherheitsäquivalente, Risikozu- oder -Abschläge etc.), die zweite Gruppe verwendet statistische Maßgrößen.

4. Möglichkeiten zur Behandlung unsicherer Daten bei der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung

Während in den bisherigen Ausführungen die grundlegenden Probleme der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung bei unsicheren Daten behandelt wurden und eine Analyse der relevanten Unsicherheitsfaktoren erfolgte, sollen nun die Möglichkeiten aufgezeigt werden, wie unsichere relevante Daten in den Modellen der Produktions- und Absatzplanung berücksichtigt werden können. Dabei wird davon ausgegangen, daß die Informationssysteme der Unternehmung in der Lage sind, die benötigten Daten zu liefern und daß die Unsicherheit der relevanten Daten durch Angabe von objektiven oder subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilungen quantifiziert worden ist.

41. Konzeptionen zur Offenlegung der Unsicherheiten des Entscheidungsproblems

411. Offenlegung der Unsicherheiten ohne Berücksichtigung der Informationen über die Unsicherheit der Daten

4111. Das Chancen-Risiko-Konzept

Die Berücksichtigung unsicherer Daten bei der Produktions- und Absatzprogrammplanung durch das Chancen-Risiko-Konzept[1)] führt zu einer Offenlegung der mit einer Handlungsalternative verbundenen Risiken und Chancen. Die mit alternativen Produktions- und Absatzprogrammen verbundenen Chancen und Risiken, die infolge unterschiedlicher Daten-

1) Das Chancen-Risiko - Konzept geht zurück auf H. JACOB, der eine Offenlegung der Chancen und Risiken alternativer Investitionsentscheidungen vorschlägt, vgl. JACOB (Problem 1967), S. 153 ff., und wurde von B. RIEPER in analoger Anwendung für die Produktions- und Absatzprogrammplanung vorgeschlagen, vgl. RIEPER (Entscheidungsmodelle 1973), S. 240 ff.

konstellationen[1] entstehen können, werden quantifiziert.

Die Grundkonzeption des Chancen-Risiko-Konzeptes geht von den Prämissen aus[2], daß

- die Zahl der möglichen Ausprägungen der Modellkoeffizienten begrenzt ist und
- das Erwartungsspektrum[3] der mit Unsicherheit behafteten Modellkoeffizienten sich durch Angabe eines Variationsbereiches kennzeichnen läßt, innerhalb dessen sich die Erwartungen bezüglich der Realisation der Koeffizienten bewegen.

Die unteren und oberen Grenzen des Variationsbereiches der unsicheren Modellkoeffizienten können herangezogen werden um "Grenzstrategien"[4] zu bestimmen. Als untere Grenzstrategie wird dabei die optimale Strategie bezeichnet, die sich ergibt, wenn die im Hinblick auf die Zielsetzung ungünstigste Umweltsituation eintritt. Analog kann die obere Grenzstrategie bestimmt werden, indem die optimale Strategie bei im Hinblick auf die Zielsetzung günstigster Umweltsituation ermittelt wird. Durch untere und obere Grenzstrategie ist dann der Operationsbereich[5] des Unternehmens bestimmt.

---

1) Als Datenkonstellation wird die Gesamtheit der für eine Planungsperiode charakteristischen Werte der entscheidungsrelevanten Daten bezeichnet. Vgl. JACOB (Unsicherheit 1974), S. 301.
2) Vgl. RIEPER (Entscheidungsmodelle 1973), S. 242.
3) Vgl. JACOB (Problem 1967), S. 155, der davon ausgeht, daß die Unsicherheit der relevanten Daten durch subjektive Wahrscheinlichkeiten quantifiziert ist und damit einen höheren Informationsstand unterstellt.
4) Vgl. RIEPER (Entscheidungsmodelle 1973), S. 245. Die Strategien der Produktions- und Absatzprogrammplanung sind dann alternative Produktions- und Absatzprogramme.
5) RIEPER (Entscheidungsmodelle 1973), S. 245, der den von WITTMANN (Unternehmung 1959), S. 146, geprägten Begriff des Handlungsraumes bzw. Freiheitsraumes für die Aktionen eines Unternehmens als Operationsbereich bezeichnet. Vgl. hierzu auch die Darstellung des Lösungsraumes bei stochastischen Modellkoeffizienten in Kapitel 25.

Die untere Grenzstrategie wird von RIEPER als "Basisstrategie" bezeichnet[1]. Die Basisstrategie stellt die optimale Strategie bei "Basisdatenkonstellation" dar, wobei die Basisdatenkonstellation[2] als die im Sinne der Zielsetzung schlechtest mögliche Zukunftslage bezeichnet wird. Basisdatenkonstellation und daraus abgeleitete Basisstrategie führen zu einem bestimmten Zielfunktionswert, der als "Basiszielgröße" bezeichnet wird. Diese Basiszielgröße dient als Grundlage für die Messung von Risiken und Chancen. Ist die Differenz zwischen Basiszielgröße und anderen Zielerreichungsgraden positiv, so wird der Differenzbetrag als Risiko bezeichnet. Ist der Zielfunktionswert einer anderen Strategie größer als die Basiszielgröße, so stellt die Differenz eine Chance dar.[3]

Legen wir zur Veranschaulichung von Vorgehensweise und Ergebnis des Chancen-Risiko-Konzeptes das Standardproblem der Produktions- und Absatzprogrammplanung zugrunde und nehmen wir der Einfachheit halber an, daß nur die Absatzhöchstmengen als unsicher angesehen werden, so läßt sich das Ausgangsproblem wie folgt beschreiben:

$$(4.1.0) \qquad DB = \sum_{j=1}^{n} (p_j - k_{vj}) x_j \longrightarrow \text{Max!}$$

$$(4.1.1) \qquad T_i \geq \sum_{j=1}^{n} t_{ij}\, x_j \qquad (i = 1,\ldots,m)$$

$$(4.1.2) \qquad \tilde{x}_{Hj} \geq x_j \qquad (j = 1,\ldots,n)$$

---

1) Vgl. RIEPER (Entscheidungsmodelle 1973), S. 243.
2) Vgl. JACOB (Problem) 1967), S. 166, verwendet den Begriff "Absatzsituation Null".
3) Vgl. zu dieser Definition der Begriffe Risiko und Chance JACOB (Problem 1967), S. 166 ff; RIEPER (Entscheidungsmodelle 1973), S. 243 f.

(4.1.3) $x_j \geq 0 \qquad (j = 1,\ldots,n)$

Der Variationsbereich der Absatzhöchstmengen ist mit

(4.2) $x_{HjMin} \leq \tilde{x}_{Hj} \leq x_{HjMax} \qquad (j = 1,\ldots,n)$

angegeben.
In die Basisdatenkonstellation gehen die Absatzhöchstmengen

(4.3) $x_{HjMin} \qquad (j = 1,\ldots,n)$

ein. Basisstrategie und Basiszielgröße erhält man durch Lösung des Modells (4.1), wenn die Restriktionen (4.1.2) durch

(4.4) $x_{HjMin} \geq x_j \qquad (j = 1,\ldots,n)$

ersetzt werden.

Als Basisstrategie erhält man den Lösungsvektor $(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$ und den zugehörigen Zielfunktionswert DB^* als Basiszielgröße. Risiken und Chancen ergeben sich nun dadurch, daß einmal die gewählte Basisstrategie $(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$ auf eine andere Absatzhöchstmengenkonstellation treffen kann als die zugrundegelegte Basisdatenkonstellation; zum anderen lassen sich innerhalb des Operationsbereiches andere Strategien als die Basisstrategie wählen, die ihrerseits wieder auf verschiedene Datenkonstellationen treffen können.

Unterstellt man, daß keine Fehlmengenkosten anfallen und kurzfristige Anpassungsmaßnahmen nicht durchgeführt werden können, so ergeben sich folgende Risiken und Chancen. Wird eine Strategie $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n)$ gewählt, die bei der Datenkonstellation u zu einem Deckungsbeitrag von $\hat{DB}_u$ führt, so stellt der Differenzbetrag $(DB^* - \hat{DB}_u) < 0$ das Risiko dieser Strategie bei Datenkonstellation u dar. Ist der Differenzbetrag $(DB^* - \hat{DB}_u) > 0$, so stellt er die

Chance dieser Strategie bei Datenkonstellation u dar. In Tabelle 3 haben wir die Ausgangsmatrix zur Ableitung der Chancen und Risiken wiedergegeben. Tabelle 4 faßt die Chancen und Risiken in einer Ergebnismatrix zusammen. Diese Chancen-Risiken-Matrix charakterisiert die verschiedenen Strategien durch die mit diesen Strategien verbundenen möglichen Abweichungen von der Basiszielgröße bei alternativen Datenkonstellationen.

	Nachfrage → / Produktionsmengen ↓	Datenkonstellationen				
		$x_{H\,Min}$	...	x_{Hu}	...	x_{HMax}
Strategien h = 1,...,n	$(x_1,x_2,...,x_n)_1$	DB^*	...	DB_{1u}	...	$DB_{1,Max}$
	$(x_1,x_2,...,x_n)_2$	$DB_{2,Min}$	...	DB_{2u}	...	$DB_{2,Max}$
	.	.	...	.	...	.
	.	.	...	.	...	.
	.	.	...	.	...	.
	$(x_1,x_2,...,x_n)_h$	$DB_{h,Min}$	...	DB_{hu}	...	$DB_{h,Max}$
	.	.	...	.	...	.
	.	.	...	.	...	.
	.	.	...	.	...	.
	$(x_1,x_2,...,x_n)_n$	$DB_{n,Min}$	...	DB_{nu}	...	$DB_{n,Max}$

Tab. 3: Ausgangsmatrix zur Ableitung der Chancen und Risiken

Nachfrage → / Produktionsmengen ↓		Datenkonstellationen				
		x_{HMin}	...	x_{Hu}	...	x_{HMax}
Strategien h = 1,...,n	$(x_1,x_2,...,x_n)_1$	$DB^* - DB^*$	...	$DB^* - DB_{1u}$	...	$DB^* - DB_{1,Max}$
	$(x_1,x_2,...,x_n)_2$	$DB^* - DB_{2,Min}$	...	$DB^* - DB_{2u}$	...	$DB^* - DB_{2,Max}$
	.	.	...	.	...	.
	.	.	...	.	...	.
	.	.	...	.	...	.
	$(x_1,x_2,...,x_n)_h$	$DB^* - DB_{h,Min}$	...	$DB^* - DB_{hu}$	...	$DB^* - DB_{h,Max}$
	.	.	...	.	...	.
	.	.	...	.	...	.
	.	.	...	.	...	.
	$(x_1,x_2,...,x_n)_n$	$DB^* - DB_{n,Min}$	...	$DB^* - DB_{nu}$	...	$DB^* - DB_{n,Max}$

Tab. 4: Chancen-Risiken-Matrix

Es stellt sich die Frage, inwieweit die Offenlegung der mit alternativen Produktions- und Absatzprogrammen verknüpften Risiken und Chancen die Entscheidung der Unternehmensleitung für einen bestimmten Produktions- und Absatzprogrammplan erleichtert. Insbesondere ist zu fragen, welche zusätzlichen Informationen die Chancen-Risiken-Matrix gegenüber der Ausgangsmatrix, die für die Ermittlung der Chancen und Risiken zunächst einmal aufgestellt werden muß, liefert. Chancen-Risiken-Matrix und Ausgangsmatrix unterscheiden sich nur dadurch, daß alle Elemente der Chancen-Risiken-Matrix um den Betrag DB^* verringert sind. Die quantifizierten Chancen und Risiken sind demnach durch eine Nullpunkt-Transformation um den Betrag DB^* abgeleitet. Ein Mehr an Informationen liefert die Matrix der Chancen und Risiken also nicht. Der Vorteil,

alternative Produktions- und Absatzprogramme durch eine Chancen-Risiken-Matrix zu charakterisieren dürfte allenfalls darin gesehen werden, daß die explizite Ausweisung der Abweichungen von einer Basiszielgröße auf den ersten Blick übersichtlicher als die Interpretation der Ausgangsmatrix erscheint.

Da der Basisdeckungsbeitrag DB^* den maximal erzielbaren Zielfunktionswert bei der ungünstigsten Datenkonstellation darstellt, kann man diesen Zielfunktionswert als Gewinn bei pessimistisch eingeschätzter Zukunftsentwicklung interpretieren. Es erscheint willkürlich, gerade diesen Zielbeitrag als Vergleichsbasis auszuwählen. Ebensogut ließe sich ein beliebiger Zielbeitrag als Vergleichsbasis heranziehen.[1)] Daß die optimale Strategie bei ungünstigster Datenkonstellation und der sich daraus ergebende Zielfunktionswert als Vergleichsgrundlage genommen werden, läßt sich nur rechtfertigen, wenn eine ganz bestimmte Risikoeinstellung zur Interpretation der Basiszielgröße unterstellt wird. Eine explizite Wertung von Chancen und Risiken wird bei der Chancen-Risiken-Konzeption zwar nicht vorgenommen, die Auswahl der Vergleichsgrundlage stellt jedoch eine implizite Wertung dar.

Für die Quantifizierung der Unsicherheit setzt das Chancen-Risiken-Konzept nur voraus, daß der Variationsbereich der unsicheren relevanten Daten angegeben werden kann. H. JACOB legt in seinem Aufsatz jedoch einen höheren Informationsstand zugrunde. Die verschiedenen Absatzdatenkonstellationen sind dort durch subjektive Wahrscheinlichkeiten gekennzeichnet. Dieser höhere Informationsstand wird nicht ausgeschöpft. Das Chancen-Risiken-Konzept verarbeitet in diesem Falle also weniger Information als

---

1)Vgl. dazu auch das Beispiel von JACOB (Problem 1967), S. 171, der unterschiedliche Handlungsalternativen als Basisalternativen für die Ermittlung von Chancen und Risiken verwendet.

vorhanden ist, da die subjektiven Wahrscheinlichkeiten nicht ins Kalkül einbezogen werden.

Ein weiterer Einwand gegen die dargestellte Konzeption besteht darin, daß lediglich eine Offenlegung von Chancen und Risiken erfolgt und keine Lösung des eigentlichen Unsicherheitsproblems geboten wird. Da die Matrix der Chancen und Risiken nichts anderes als eine Entscheidungsmatrix darstellt, steht der Anwendung einer Entscheidungsregel zur Lösung des Problems nichts entgegen. Der Verzicht auf die Formulierung oder die Anwendung einer der bekannten, in der Entscheidungstheorie verwendeten Entscheidungsregeln kann unseres Erachtens nicht damit begründet werden, daß die Erfassung aller entscheidungsbildenden Faktoren und somit die Formulierung einer gültigen Entscheidungsregel nicht möglich erscheint.[1)]

Die Anwendung des Chancen-Risiken-Konzeptes auf die Produktions- und Absatzprogrammplanung ist aus einem weiteren Grunde problematisch. Bei gegebenen (wenigen) Handlungsalternativen ist der Aufbau einer vollständigen Chancen-Risiken-Matrix ohne weiteres möglich.[2)] Die Handlungsalternativen der Produktions- und Absatzprogrammplanung sind jedoch nicht explizit gegeben, sondern, wie in Abb. 16 dargestellt, durch den Lösungsraum bzw. den Operationsbereich abgesteckt.

---

1) Vgl. JACOB (Problem 1967), S. 172 f., der nur darauf hinweist, daß die Risiken und Chancen der Alternativen zu einer Gesamtgröße zusammengefaßt werden müssen, die Art der Zusammenfassung aber völlig offen läßt.
2) Vgl. JACOB (Problem 1967), S. 170 f., der gegebene, sich gegenseitig ausschließende Investitionsprogramme unterstellt.

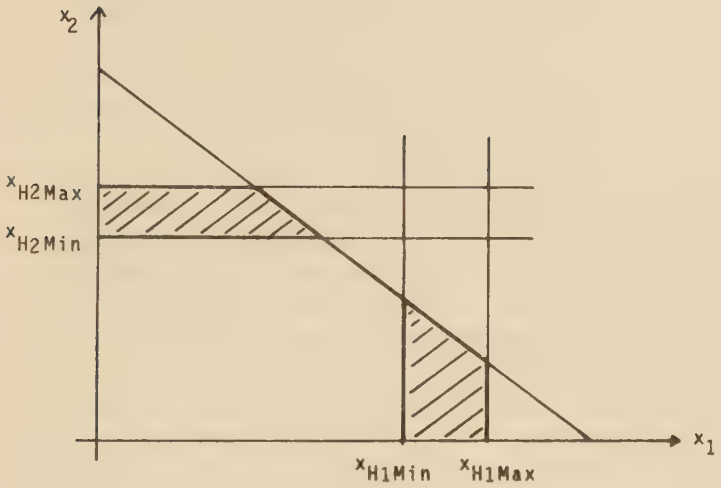


Abb. 16: Darstellung des Operationsbereichs

Eine explizite Angabe aller Handlungsalternativen ist in diesem Falle nicht möglich. Vielmehr soll das Lösungsverfahren optimale Strategie und optimalen Zielfunktionswert gleichzeitig liefern. Das Chancen-Risiken-Konzept erfordert praktisch eine vollständige Enumeration der Strategien. Selbst wenn man sich darauf beschränkt, nur die für unterschiedliche Datenkonstellationen optimalen Strategien einzubeziehen, so nimmt infolge der möglicherweise großen Anzahl von Datenkonstellationen die Chancen-Risiken-Matrix sehr schnell einen Umfang an, der einer praktischen Operabilität entgegensteht. RIEPER schlägt deshalb vor, die Chancen-Risiken-Matrix durch das Ziehen von Stichproben in einer operablen Größenordnung zu halten.[1)] Die Auswahl

1) Vgl. RIEPER (Entscheidungsmodelle 1973), S. 253.

derjenigen Handlungsalternativen, die in die Chancen-Risiken-Matrix einbezogen werden, wird damit zu einem gesonderten Problem[1], da das Auffinden der optimalen Strategie zusätzlich dadurch erschwert wird, daß diese Strategie evtl. gar nicht in die Entscheidungsgrundlagen eingeht.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß das Chancen-Risiko-Konzept keine Lösung des Unsicherheitsproblems liefert. Seine Vorteile liegen allenfalls in der Informationsaufbereitung. Eine Anwendung auf die Probleme der Produktions- und Absatzprogrammplanung halten wir aus den dargelegten Gründen für wenig sinnvoll.

1) Die zufällige Auswahl von Datenkonstellationen mit Hilfe der Simulation erscheint grundsätzlich als möglich.

4112. Sensitivitätsanalyse und parametrische Programmierung

Die Ableitung optimaler Lösungen von Entscheidungsmodellen erfordert erheblichen Aufwand, wenn man den stochastischen Charakter der relevanten Daten explizit im Entscheidungsmodell berücksichtigen will. Deshalb kann man versuchen, das schwierige Problem der analytischen Lösung stochastischer Entscheidungsmodelle zu umgehen und stattdessen der Analyse zunächst deterministische Modelle zugrunde zu legen. Diesen Weg gehen Sensitivitätsanalyse[1)2)] und parametrische Programmierung[3)]. Der stochastische Charakter der Daten wird zunächst vernachlässigt und erst nach Lösung des Modells in einem zweiten Schritt wieder in die Oberlegungen einbezogen. Durch Variation der Modellparameter sowie durch Einführung von Parametern in das Entscheidungsmodell sollen die Auswirkungen unsicherer Daten offengelegt werden.

Die Einführung von Parametern in die Planungsmodelle der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung stellt somit eine Möglichkeit dar, den Einfluß quantitativer Veränderlichkeit[4)] der Modelldaten in Form einer kontrollierten Variation[5)] zu analysieren.

---

1) Zum Begriff der Sensitivitätsanalyse vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969)S. 1, der Sensitivitätsanalyse als die Analyse der Beziehungen zwischen den Parametern eines Entscheidungsmodells und deren Auswirkungen auf die Lösung eines Entscheidungsproblems definiert. Vgl. auch DANTZIG (Programmierung 1966), S. 305.
2) Vgl. auch das Verfahren der kritischen Werte, das eine Sensitivitätsanalyse bezüglich eines Koeffizienten darstellt. KILGER (Kritische Werte 1965), S. 338 ff.
3) Die parametrische Programmierung wird in der Literatur vielfach als Sonderfall der Sensitivitätsanalyse aufgefaßt. Zum Begriffsunterschied und zum Begriff der Sensitivitätsanalyse im engeren Sinne vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 25 ff.
4) Vgl. GAL (Entscheidungsprobleme 1973), S. 22.
5) Vgl. BRUSBERG (Entwicklungsstand 1965), S. 81.

Grundsätzlich ergeben sich für die Einführung von Parametern zwei Möglichkeiten[1]:

- Einführung von Parametern in die optimale Lösung
- Einführung von Parametern in das Modell selbst.

Im ersten Fall basiert die Sensitivitätsanalyse auf der Oberlegung, daß sich aus dem optimalen Simplextableau eines LP-Problems nicht nur die optimale Lösung, d.h. der maximale Deckungsbeitrag und die zugehörigen optimalen Aktionen, ablesen lassen. Mit Hilfe der Sensitivitätsanalyse können weitere Informationen abgeleitet werden, deren Wert eventuell genauso hoch einzuschätzen ist, wie die Kenntnis der optimalen Lösung selbst.[2] Da die Sensitivitätsanalyse erst nach Lösung des Planungsmodells und Kenntnis des optimalen Tableaus einsetzt, liegt in diesem Fall eine postoptimale Analyse[3] vor.

Die Fähigkeiten der Sensitivitätsanalyse erschöpfen sich jedoch nicht allein in der postoptimalen Rechnung. Erfolgt die Einführung eines Parameters in das Planungsmodell, so kann man diese Form der Sensitivitätsanalyse als a-priori-Analyse[4] bezeichnen.

Jede Form der Sensitivitätsanalyse ist durch die Unsicherheit der relevanten Daten eines Entscheidungsmodells bedingt.[5] Dennoch lassen sich verschiedene Fragestellungen und Gründe für die Bedeutung der Sensitivitätsanalyse aufzeigen.[6]

---

1) Vgl. GAL (Entscheidungsprobleme 1973), S. 23.
2) Vgl. DANTZIG (Programmierung 1966), S. 306.
3) Vgl. GAL (Entscheidungsprobleme 1973), S. 23. In der Literatur wird die Sensitivitätsanalyse und die parametrische Programmierung häufig generell als a-posteriori oder postoptimale Analyse bezeichnet. Vgl. z.B. MÖLLER-MERBACH (Operations Research 1971), S. 149 ff.; WAGNER (Principles 1972), S. 129 ff.
4) Vgl. GAL (Entscheidungsprobleme 1973), S. 23.
5) Vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 1.
6) Vgl. BRUSBERG (Entwicklungsstand 1965), S. 81; DANTZIG (Programmierung 1966), S. 306 f.; DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 2f.; GAL (Entscheidungsprobleme 1973), S. 23.

(1) Die Prüfung der Stabilität einer optimalen Lösung kann aus verschiedenen Gründen interessant sein. "The experienced user of a linear programming model rarely confines his interest to the numerical value of an optimal solution, ..., he wants to know how far the input parameter values can vary without causing violent changes in a computed optimal solution or the composition of a basis set."[1] Immer dann, wenn mit einer Veränderung der Modellkoeffizienten gerechnet wird, sind die Auswirkungen dieser Änderungen von Interesse. Ebenso kann es sein, daß ein Teil der Daten des Modells für die Unternehmung kontrollierbar ist. In diesem Falle möchte man die Wirkungen kennen, die sich aus einer Veränderung dieser Parameter ergeben.
(2) Mit Hilfe der Sensitivitätsanalyse lassen sich die Auswirkungen der Unsicherheit auf die Planung abschätzen. Hierbei steht der Gesichtspunkt im Vordergrund, daß die Unsicherheit oder auch die Ungenauigkeit der in das Modell eingehenden Daten bekannt ist und den Schwierigkeiten der Quantifizierung dieser Daten Rechnung getragen werden soll.
(3) Die Sensitivitätsanalyse bietet Anhaltspunkte für die Informationsbeschaffung. Gehen in die Planungsmodelle unsichere Daten ein, so läßt sich die Unsicherheit der relevanten Daten vielfach durch zusätzliche Informationsbeschaffung reduzieren. Die Sensitivitätsanalyse kann in diesem Fall untersuchen, für welche der unsicheren Daten eine zusätzliche Informationsbeschaffung sinnvoll ist und damit die Effizienz der Informationsbeschaffung erhöhen.
(4) Als Instrumentarium zur Korrektur von berechneten Lösungen kann die Sensitivitätsanalyse eingesetzt werden, wenn sich nach Lösung des Modells einige Koeffizienten als falsch erwiesen haben.[2]

---

1) WAGNER (Principles 1972), S. 129.
2) Vgl. auch BLOECH (Problem 1966), S. 186 ff., der zeigt, daß die nachträgliche Änderung von Produktionsprogrammen möglich ist, ohne daß eine erneute Durchrechnung des Modells erforderlich wird.

(5) Letztlich kann die Sensitivitätsanalyse herangezogen werden, wenn die Daten von einem oder mehreren Parametern abhängig sind und die optimalen Lösungen für den gesamten Parameterraum berechnet werden sollen. In ähnlicher Weise läßt sich die Sensitivitätsanalyse einsetzen, wenn noch keine genauen Vorstellungen über einige Parameter des Modells vorliegen.

Nach diesen grundsätzlichen Überlegungen zu Bedeutung und Anwendungsbereich von Sensitivitätsanalyse und parametrischer Programmierung ist zu überlegen, welche für die Produktions- und Absatzprogrammplanung wichtigen Fragen mit diesem Instrumentarium beantwortet werden können.

Die Sensitivitätsanalyse im engeren Sinne untersucht, in welchen Grenzen jeder einzelne Koeffizient eines Planungsmodells zur Produktions- und Absatzplanung bei Konstanz der übrigen Daten schwanken kann, ohne daß die ursprüngliche Lösung ihre Optimalität verliert. Die sich infolge von Schwankungen der Daten ergebenden Änderungen der Lösung dürfen bei dieser Fragestellung nur quantitativen, nicht aber qualitativen Charakter haben.[1)] Bezogen auf das Standardproblem der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung würde man den möglichen Schwankungsbereich von Stückdeckungsbeiträgen, Kapazitätsrestriktionen, Absatzhöchstmengen und technischen Koeffizienten untersuchen, innerhalb dessen die ursprüngliche Lösung optimal bleibt.

Davon zu unterscheiden ist die Analyse suboptimaler Lösungen. Darunter versteht man die Ableitung zulässiger Lösungen aus der optimalen Lösung von Planungsmodellen,

---

1) Quantitative Änderungen sind dadurch gekennzeichnet, daß die Lösungsstruktur erhalten bleibt, d.h. es kommt keine neue Variable in die Basis. Qualitative Änderungen hingegen sind durch mindestens eine Simplex-Iteration gekennzeichnet, infolge derer ein Basiswechsel erfolgt. Vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 71; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 108.

die aber keine Basislösungen sind.[1] Ausgehend von der vorliegenden optimalen Lösung eines Planungsmodells wird dabei untersucht, welche Auswirkungen die Produktion eines oder mehrerer Produkte hat, die nicht in der optimalen Lösung enthalten sind. Nachträglich nach Modellaufbau und Kenntnis der optimalen Lösung eingegangene Informationen können diese Analyse sinnvoll erscheinen lassen.

Die Fragestellung der parametrischen Programmierung geht über die der Sensitivitätsanalyse im engeren Sinne hinaus.[2] Einmal werden die Auswirkungen einer gleichzeitigen Variation mehrerer Koeffizienten untersucht, d.h. die strenge ceteris paribus Bedingung der Sensitivitätsanalyse wird aufgehoben. Außerdem wird eine Ausweitung der Fragestellung in der Weise vorgenommen, daß die optimalen Lösungen für den gesamten Parameterbereich oder zumindest für interessante Parameterbereiche gesucht werden. Stückdeckungsbeiträge, Kapazitätsrestriktionen, Absatzhöchstmengen und technische Koeffizienten werden durch Einführung eines oder mehrerer voneinander unabhängiger Parameter erweitert. Zu bestimmen sind dann die für bestimmte Bereiche der eingeführten Parameter optimalen Lösungen.

Verfahrensweise von Sensitivitätsanalyse und parametrischer Programmierung soll an einem einfachen Beispiel demonstriert werden. Tabelle 5 enthält die Ausgangsdaten, in Tabelle 6 ist das Ausgangstableau[3] des entsprechenden LP-Modells wiedergegeben. Tabelle 7 zeigt das optimale Tableau,aus dem sich die folgende optimale Lösung ableiten läßt:

---

1) Vgl. GAL (Entscheidungsprobleme 1973), S. 55 f., der auch darauf hinweist, daß unter suboptimalen Lösungen grundsätzlich beliebige zulässige Lösungen aufgefaßt werden können, bei denen der Zielfunktionswert ungleich dem optimalen Wert der Zielfunktion ist.
2) Vgl. DINKELBACH (Sensititivitätsanalysen 1969), S. 25 ff.
3) Als Absatzhöchstmengen sind die Erwartungswerte der unsicheren Absatzmengen eingesetzt worden. In den Tableaus (Tab. 6 und 7) sind die Aktionsvariablen mit x und die Schlupfvariablen mit s gekennzeichnet.

maximaler Deckungsbeitrag 5.259,20 DM

Produktions- und Absatzmengen

Produktart 1 : 155,0 ME
Produktart 2 : 244,0 ME
Produktart 4 : 130,2 ME.

Eine Sensitivitätsanalyse soll nun die Schwankungsintervalle der Koeffizienten dieses Planungsmodells untersuchen, innerhalb derer die optimale Basis ihre Optimalitätseigenschaft nicht verliert.

Produkt-art	Preis [DM/ME]	Grenzselbst-kosten [DM/ME]	Deckungs-beitrag [DM/ME]	Kapazitätsinanspruchnahme [ZE/ME]		Absatzhöchstmengen [ME]			
				Stelle I	Stelle II	w_1=0,2	w_2=0,5	w_3=0,3	$E(x_H)$
1	20	10	10	5	7	100	150	200	155
2	25	13	12	4	6	200	240	280	244
3	14	6	8	8	10	300	400	500	410
4	10	4	6	1,5	5	150	170	190	172
Kapazitäten [ZE]				3 000	3 200				

Tab. 5: Ausgangsdaten des Beispiels zur Sensitivitätsanalyse und parametrischen Programmierung

	Variablen ⟶		x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
Basis	s_1	3000	5	4	8	1,5	1					
	s_2	3200	7	6	10	5		1				
	s_3	155	1						1			
	s_4	244		1						1		
	s_5	410			1						1	
	s_6	172				1						1
DB		0	- 10	- 12	- 8	- 6						

Tab. 6: Ausgangstableau

Variablen ⟶			x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
Basis	s_1	1053,7	0	0	5	0	1	-0,3	-2,9	-2,2	0	0
	x_4	130,2	0	0	2	1	0	0,2	-1,4	-1,2	0	0
	x_1	155	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	x_2	244	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
	s_5	410	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
	s_6	41,8	0	0	-2	0	0	-0,2	1,4	1,2	0	1
DB		5259,2	0	0	4	0	0	1,2	1,6	4,8	0	0

Tab. 7: Tableau der optimalen Lösung

a) Schwankungsbreite der Deckungsbeiträge pro Stück (Zielfunktionskoeffizienten)

Die Schwankungsintervalle der Zielfunktionskoeffizienten können mit folgenden Kriterien abgeleitet werden:[1)]

Für die Koeffizienten der Nichtbasisvariablen erhält man

$$(4.5) \qquad -\infty < \Delta c_j \leq c_j^*$$

Für die Koeffizienten der Basisvariablen gilt

$$(4.6) \qquad \max_{j \atop a^*_{(i)j} > 0} \left\{ \frac{-c_j^*}{a^*_{(i)j}}, -\infty \right\} \leq \Delta c_{(i)} \leq \min_{j \atop a^*_{(i)j} < 0} \left\{ \frac{-c_j^*}{a^*_{(i)j}}, \infty \right\}$$

Der Variationsbereich der Stückdeckungsbeiträge läßt sich für das zugrunde gelegte Beispiel (jeweils bei Konstanz der übrigen Daten) wie folgt bestimmen:

---

1) Zur Ableitung der Kriterien vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 71 ff.; GAL (Entscheidungsprobleme 1973), S. 70 ff.; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 109 ff. Die zur Darstellung der Kriterien verwendeten Kurzzeichen lehnen sich an die übliche zur linearen Programmierung verwendete Schreibweise an:

$$\begin{aligned} &\text{Max!} && DB = c'x \\ &A\,x && \leq b \\ &x && \geq 0 \end{aligned}$$

j Spaltenindex
i Zeilenindex
a_{ij} Elemente der (m x n) Matrix A
c_j^* Koeffizienten der Gewinnzeile im optimalen Simplextableau
$a^*_{(i)j}$ Koeffizienten der Matrix A im optimalen Simplextableau
$c_{(i)}$ Koeffizient der Zielfunktion, welcher der Basisvariablen in Zeile (i) des optimalen Simplextableaus entspricht.

Produktart	1	2	3	4
Untergrenze [DM/ME]	8,40	7,20	$-\infty$	4,00
Obergrenze [DM/ME]	∞	∞	12,00	7,14

Bei Variation eines Koeffizienten innerhalb dieser Grenzen läßt sich die Veränderung des Zielfunktionswertes ermitteln als

$$\Delta DB = \Delta c_{(i)} \; x_{(i)} \tag{4.7}$$

b) Schwankungsbereich von Kapazitätsrestriktionen und Absatzhöchstmengen (Konstanten)

Das Kriterium zur Bestimmung der Schwankungsintervalle für die Konstanten des Begrenzungsvektors läßt sich wie folgt formulieren:[1)]

$$\max_{\substack{i \\ b_{ik}>0}} \left\{ \frac{-x_{(i)}}{b_{ik}} , -\infty \right\} \leq \Delta b_k \leq \min_{\substack{i \\ b_{ik}<0}} \left\{ \frac{-x_{(i)}}{b_{ik}} , \infty \right\} \tag{4.8}$$

Bei Variation der Restriktionen innerhalb der durch dieses Kriterium abgesteckten Grenzen ändert sich die gefundene optimale Basislösung nicht. Verändert werden die Lösungswerte der Variablen um

$$\Delta x_{(i)} = b_{ik} \, \Delta b_k \tag{4.9}$$

und der Zielfunktionswert entsprechend um den Betrag

$$\Delta DB = \Delta x_{(i)} \; c_{(i)} \tag{4.10}$$

1) In (4.8) entspricht b_{ik} dem Koeffizienten in der i-ten Zeile und der k-ten Spalte. Die k-te Spalte gibt dabei die Spalte an, die zur k-ten Nebenbedingung als Schlupfvariable hinzugefügt wurde.

Damit ergeben sich für das Beispiel folgende Schwankungsintervalle der Kapazitätsrestriktionen und Absatzhöchstmengen[1]:

Restriktion	Schwankungsintervall
Kapazität Stelle 1	$-1053{,}7 \leq \Delta T_1 \leq \infty$ $1946{,}3 \leq T_1 \leq \infty$
Kapazität Stelle 2	$-651 \leq \Delta T_2 \leq 209$ $2549 \leq T_2 \leq 3409$
Absatzhöchstmenge Produktart 1	$-29{,}8571 \leq \Delta x_{H1} \leq 93$ $125{,}1429 \leq x_{H1} \leq 248$
Absatzhöchstmenge Produktart 2	$-34{,}8333 \leq \Delta x_{H2} \leq 108{,}5$ $209{,}167 \leq x_{H2} \leq 352{,}5$
Absatzhöchstmenge Produktart 3	$-410 \leq \Delta x_{H3} \leq \infty$ $0 \leq x_{H3} \leq \infty$
Absatzhöchstmenge Produktart 4	$-41{,}8 \leq \Delta x_{H4} \leq \infty$ $130{,}2 \leq x_{H4} \leq \infty$

1) Für das Absatzhöchstmengenintervall der Produktart 1 erhält man z.B.

$$\text{Max}\left\{\frac{-155}{1}, \frac{-41{,}8}{1{,}4}, -\infty\right\} \leq \Delta x_{H1} \leq \text{Min}\left\{\frac{-1053{,}7}{-2{,}9}, \frac{-130{,}2}{-1{,}4}, \infty\right\}$$

$$-29{,}8571 \leq \Delta x_{H1} \leq 93$$

Damit ergibt sich für x_{H1} das Intervall

$125{,}1429 \leq x_{H1} \leq 248$.

Die Sensitivitätsanalyse der Absatzhöchstmengen zeigt, daß die Unsicherheit der Absatzmengen der Produktarten 3 und 4 bei isolierter Betrachtung die optimale Lösung nicht beeinflußt.

c) Schwankungsbereich der Bearbeitungszeiten (Koeffizienten der technologischen Matrix A)

In analoger Weise läßt sich für jeden der technologischen Koeffizienten ein Schwankungsintervall bestimmen. Darauf soll an dieser Stelle verzichtet werden, da wir davon ausgehen, daß die Koeffizienten der technologischen Matrix nur mit geringen Unsicherheiten behaftet sind.

Der Haupteinwand gegen die dargestellte Sensitivitätsanalyse richtet sich gegen die isolierte Betrachtung der Schwankungsintervalle von nur jeweils einem Element in Zielfunktion, Begrenzungsvektor oder technologischer Matrix bei Konstanz aller übrigen Koeffizienten. Diese ceteris paribus Prämisse verstößt in so starkem Maße gegen die Gegebenheiten der Realität, daß die Anwendbarkeit einer solchen Sensitivitätsanalyse nur bei ganz speziellen Fragestellungen bzw. Datenkonstellationen möglich erscheint. In der Realität schwanken mehrere oder vielleicht sogar alle Koeffizienten gleichzeitig. Die Einführung von Parametern in das Modell oder in die optimale Lösung bietet eine Möglichkeit, diesen Gegebenheiten Rechnung zu tragen.[1)]

Infolge der rechentechnischen Schwierigkeiten ist es notwendig zu unterscheiden, ob die Beschreibung der Veränderlichkeit der Modelldaten in Abhängigkeit von nur einem Parameter möglich ist, oder ob zur Beschreibung dieser Abhängigkeiten mehrere Parameter erforderlich werden. Die

1) Die Abhängigkeit der Koeffizienten von einem Parameter wird auf den Fall der linearen Abhängigkeit beschränkt.

Einführung eines Parameters in ein lineares Programm bewirkt, daß eine zunächst optimale Lösung des Programms bei bestimmten Werten des Parameters nicht mehr optimal ist oder sogar unzulässig wird.[1] Analog läßt sich bei der Einführung mehrerer Parameter feststellen, daß sich optimale Lösungen nur für bestimmte Parameterräume angeben lassen. Die einzelnen Intervalle der Parameter, für die eine Lösung optimal bleibt, lassen sich aber in der Regel nicht mehr unabhängig von den anderen Parametern angeben. Der kritische Parameterraum ist dann durch ein Ungleichungssystem beschrieben.[2]

a) Einführung eines Parameters in die Zielfunktion (Abhängigkeit der Deckungsbeiträge von einem Parameter)

Unsichere Deckungsbeiträge der Produktarten können aus den Verkaufspreisen und/oder den Grenzselbstkosten resultieren. Nehmen wir an, daß in den Kosten der Produktarten unsichere Materialkosten enthalten sind, und die Veränderung der Materialkosten bei allen Produktarten auf die gleichen Einflußgrößen zurückzuführen ist, so lassen sich die Deckungsbeiträge der Produktarten in parametrischer Schreibweise wie folgt darstellen:

$$(4.11) \quad c_j = \hat{c}_j - k_{Mj} \cdot \lambda \qquad (j = 1,\ldots,n)$$

c Stückdeckungsbeitrag
$\hat{c}$ Stückdeckungsbeitrag ohne Berücksichtigung der Materialkosten
k_M Materialkostenanteil.

---

1) Vgl. BRUSBERG (Entwicklungsstand 1965), S. 82.
2) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 132.

Der Parameter λ drückt in diesem Beispiel die Preisänderungen der Materialpreise aus, welche die Materialkosten k_M beeinflussen. Gehen wir von folgenden Deckungsbeiträgen und Materialkostenanteilen aus:

Produktart	Deckungsbeitrag [DM/ME]	unsicherer Materialkostenanteil [DM/ME]
1	10,--	3,--
2	12,--	5,--
3	8,--	2,--
4	6,--	-

so erhalten wir bei Einführung eines Parameters als Zielfunktion des Planungsmodells:

$$(4.12)\quad DB = (10 - 3\lambda)x_1 + (12 - 5\lambda)x_2 + (8 - 2\lambda)x_3 + 6x_4 \rightarrow \text{Max!}$$

Die Lösung des Planungsmodells erfolgt in der Weise, daß dem ursprünglichen Simplextableau eine Zeile hinzugefügt wird, in der die Parameterabhängigkeit der Zielfunktionskoeffizienten wiedergegeben ist. Läßt sich die ursprüngliche Zielfunktion als

$$(4.13)\quad c'x \rightarrow \text{Max!}$$

angeben, so nimmt die neue Zielfunktion die Form

$$(4.14)\quad (c' - k_M'\lambda)\, x \rightarrow \text{Max!}$$

an. Die dem ursprünglichen Simplextableau hinzugefügte Zeile beinhaltet den Vektor $k_M'\lambda$.

Die erweiterte Zielfunktionszeile nimmt dann im optimalen Tableau[1)] die folgenden Werte an:

---

1) Vgl. Tabelle 7.

	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
C^*	0	0	4	0	0	1,2	1,6	4,8	0	0
k_M^*	0	0	$+2\lambda$	0	0	0	-3λ	-5λ	0	0

Daraus läßt sich der Variationsbereich, innerhalb dessen die Lösung optimal bleibt, für den Parameter λ ableiten als[1)]

$$(4.15)\quad \max_{\substack{j \\ k^*_{Mj}>0}} \left\{ \frac{-c_j^*}{k_{Mj}^*}, -\infty \right\} \leq \lambda \leq \min_{\substack{j \\ k^*_{Mj}<0}} \left\{ \frac{-c_j^*}{k_{Mj}^*}, \infty \right\}$$

Der Geltungsbereich der optimalen Lösung des Beispiels ist damit durch folgenden Bereich des Parameters λ begrenzt:

$$\text{Max}\left\{ \frac{-4}{2}, -\infty \right\} \leq \lambda \leq \text{Min}\left\{ \frac{-1,6}{-3}, \frac{-4,8}{-5}, \infty \right\}$$

$$-2 \leq \lambda \leq 0,5333$$

Eine Verringerung der Materialkosten bis zu 200 % und eine Erhöhung der Materialkosten bis zu 53,33 % führt zu keiner Basisänderung, da λ innerhalb dieses Bereichs variiert werden kann. Wird λ über den durch das Kriterium (4.15) definierten Bereich hinaus verändert, so verliert die bisherige Lösung ihre Optimalität. Deshalb ist es interessant zu wissen, welche charakteristischen Bereiche sich für den Parameter λ angeben lassen und welche Lösungen für diese Bereiche jeweils optimal sind. Durch geeignete Auswahl des Pivotelementes ist es möglich, den gesamten Bereich des Para-

1) Vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 100 ff.; GAL (Entscheidungsprobleme 1973), S. 169; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 117.

meters λ in Teilintervalle aufzuteilen und für jedes dieser Intervalle die zugehörige optimale Lösung anzugeben.[1)]

Gelingt es der Unternehmensleitung, die Schwankungsbreite der Parameter festzulegen, so können die optimalen Lösungen für den relevanten Parameterbereich abgeleitet werden. Ist es möglich, die Schwankungen des Parameters mit Wahrscheinlichkeiten zu quantifizieren, so läßt sich angeben, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine bisher optimale Lösung ihre Optimalität verliert.[2)]

Es sei angenommen, daß die Abhängigkeit der Zielfunktionskoeffizienten von einer Lohnerhöhung durch die Einführung e i n e s Parameters λ in die Zielfunktion wiedergegeben werden kann. Für den relevanten Parameterbereich $[\underline{\lambda}, \overline{\lambda}]$ wird die in Abb. 17 wiedergegebene Schätzung vorgelegt.

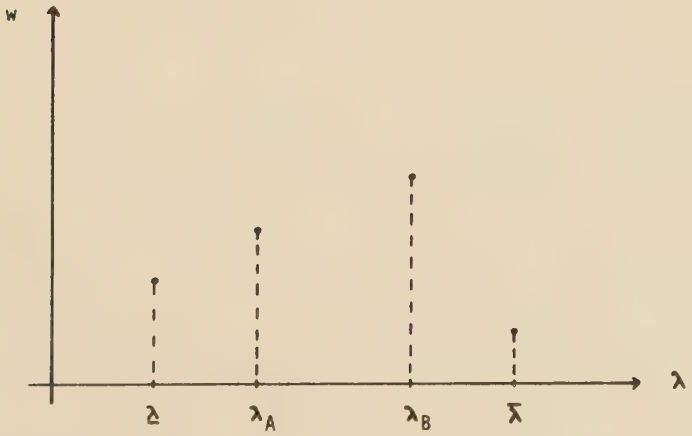


Abb. 17: Geschätzter relevanter Parameterbereich

1) Zur Ableitung der geschlossenen Parameterbereiche und zur Auswahl des geeigneten Pivotelementes vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 93 ff.
2) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 119.

Als optimale Lösungen der charakteristischen Parameterbereiche innerhalb des Intervalls $[\underline{\lambda},\bar{\lambda}]$ erhält man

Parameterbereich	Lösung
$\underline{\lambda} \leq \lambda \leq \lambda_A$	$(x_1, x_2, \ldots, x_n)_I$
$\lambda_A \leq \lambda \leq \lambda_B$	$(x_1, x_2, \ldots, x_n)_{II}$
$\lambda_B \leq \lambda \leq \bar{\lambda}$	$(x_1, x_2, \ldots, x_n)_{III}$

Die Wahrscheinlichkeit der Optimalität dieser Lösungen ergibt sich als

$$w(x_1,x_2,\ldots,x_n)_I = w(\underline{\lambda} \leq \lambda \leq \lambda_A) = F(\lambda_A) - F(0)$$

$$w(x_1,x_2,\ldots,x_n)_{II} = w(\lambda_A \leq \lambda \leq \lambda_B) = F(\lambda_B) - F(\lambda_A)$$

$$w(x_1,x_2,\ldots,x_n)_{III} = w(\lambda_B \leq \lambda \leq \bar{\lambda}) = F(\bar{\lambda}) - F(\lambda_B)$$

Die Abb. 18 verdeutlicht diesen Zusammenhang.

b) Einführung eines Parameters in den Begrenzungsvektor (Abhängigkeit der Kapazitäten und/oder der Absatzhöchstmengen von einem Parameter)

Analog läßt sich durch die Einführung eines Parameters in den Begrenzungsvektor z.B. die Unsicherheit der Absatzhöchstmengen berücksichtigen. Nehmen wir an, daß die Absatzmengen der Produktarten 1 bis 4 in der Weise miteinander korreliert sind, daß eine Zunahme der Absatzhöchstmenge von Produktart 1 um die Menge λ bei der Produktart 2 eine Erhöhung um das 0,3-fache und bei Produktart 3 um das 0,5-fache der Menge λ bewirkt, so ergibt sich für das Beispiel der Begrenzungsvektor

$$\hat{b} = \begin{bmatrix} 3000 \\ 3200 \\ 155 + 1{,}0\ \lambda \\ 244 + 0{,}3\ \lambda \\ 410 + 0{,}5\ \lambda \\ 172 \end{bmatrix}$$

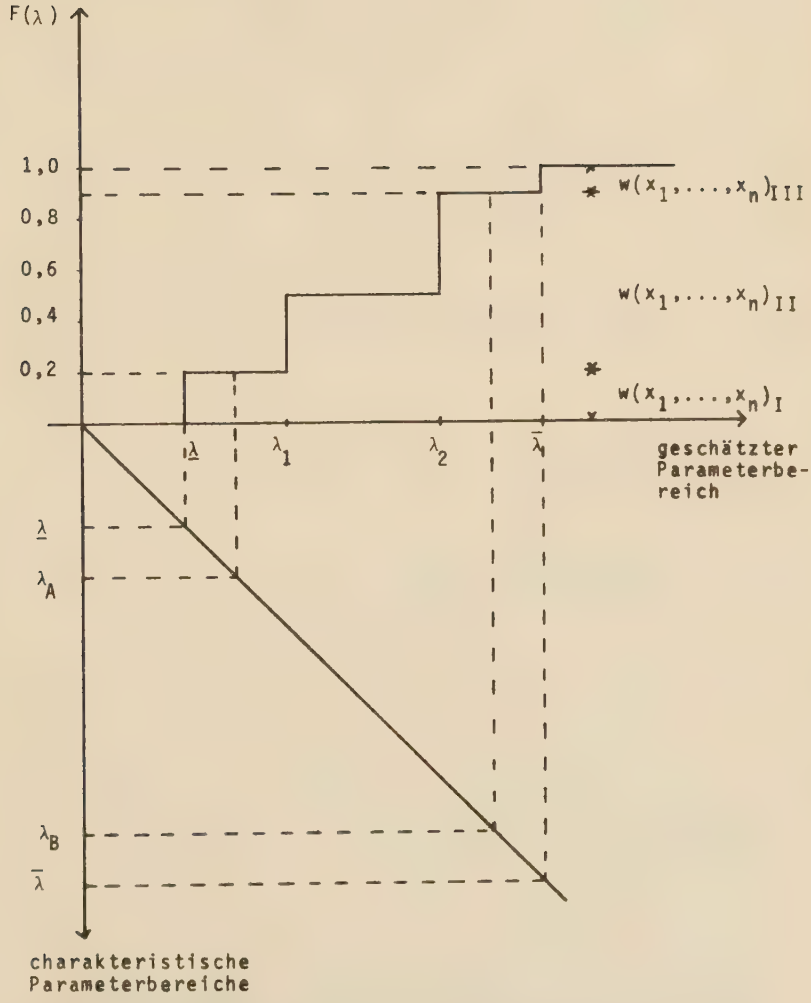


Abb. 18: Wahrscheinlichkeit der Optimalität der Lösungen in den charakteristischen Parameterbereichen

Die optimale Lösung bei Einbeziehung dieses Begrenzungsvektors erhält man durch Multiplikation der Koeffizientenmatrix in den Spalten s_1 bis s_6 des optimalen Tableaus (Tab. 7) mit dem Vektor $\hat{b}$. Der Lösungsvektor ist dann

$$\begin{bmatrix} 1053 - 3{,}56\ \lambda \\ 130{,}2 - 1{,}76\ \lambda \\ 155 + 1{,}00\ \lambda \\ 244 + 0{,}30\ \lambda \\ 410 + 0{,}50\ \lambda \\ 41{,}8 + 1{,}76\ \lambda \end{bmatrix}$$

Für die Ableitung des Zulässigkeitsbereichs dieser Lösung ist das folgende Kriterium heranzuziehen:[1)]

$$(4.16) \qquad \max_{\substack{i \\ b^*_{(i)}>0}} \left\{ \frac{-b_{(i)}}{b^*_{(i)}}, -\infty \right\} \leq \lambda \leq \min_{\substack{i \\ b^*_{(i)}<0}} \left\{ \frac{-b_{(i)}}{b^*_{(i)}}, \infty \right\} \quad [2)]$$

Für das Beispiel erhält man:

$$\max\left\{ \frac{-155}{1}, \frac{-244}{0{,}3}, \frac{-410}{0{,}5}, \frac{-41{,}8}{1{,}76}, -\infty \right\} \leq \lambda \leq \min\left\{ \frac{-1053{,}7}{-3{,}56}, \frac{-130{,}2}{-1{,}76}, \infty \right\}$$

$$-23{,}75 \leq \lambda \leq 73{,}9773$$

Variiert λ über dieses Intervall hinaus, verliert die bisherige Lösung ihre Optimalitätseigenschaft, da die Basis verändert werden muß. Die Aufdeckung der geschlossenen charakteristischen Parameterbereiche kann durch geeignete

---

1) Vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S.105.; GAL (Entscheidungsprobleme 1973), S.79; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S.122.

2) b^* entspricht dabei dem Vektor der Koeffizienten von λ in der optimalen Lösung.

Wahl der Pivotelemente analog zum vorherigen Abschnitt durchgeführt werden.[1)]

c) Einführung eines Parameters in Zielfunktion und Begrenzungsvektor

Gelingt es, die Veränderlichkeit von Deckungsbeiträgen und Absatzhöchstmengen durch Einführung e i n e s Parameters in Zielfunktion und Begrenzungsvektor zu erfassen, so lassen sich die zuvor isoliert angestellten Überlegungen auf diesen Fall übertragen. Zusätzliche rechentechnische Schwierigkeiten ergeben sich nicht.[2)] Die Schwierigkeiten liegen eher in der Erfassung der Abhängigkeit der Koeffizienten von nur e i n e m Parameter.

d) Einführung von m e h r e r e n voneinander unabhängigen Parametern in das Planungsmodell

In der Realität wird es nur selten möglich sein, die Veränderlichkeit aller Koeffizienten in Abhängigkeit von nur einem Parameter darzustellen. Diese Darstellungsweise wird sich allenfalls für Produktgruppen eines Sortiments verwirklichen lassen. Mit der Einführung mehrerer Parameter in die Planungsmodelle zur Produktions- und Absatzplanung lassen sich diese Schwierigkeiten umgehen. Führt man r voneinander unabhängige Parameter λ_τ

1) Zur Auswahl des Pivotelementes bzw. zur Bestimmung der Lösungsfunktion vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969),S.106; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969),S.123.

2) Es ist zu beachten, daß nicht von vornherein feststeht, ob es in diesem Falle überhaupt einen Wert für den Parameter λ gibt, für den eine zulässige optimale Lösung existiert. Vgl. GAL (Entscheidungsprobleme 1973),S.217; DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969),S.119 ff. gibt ein Verfahren an, das es ermöglicht, einen ersten Wert für den Parameter λ zu finden, für den eine optimale Lösung existiert und darauf aufbauend die charakteristischen Intervalle mit den zugehörigen optimalen Lösungen zu bestimmen, so daß der vollständige Intervallbereich mit den zugehörigen Lösungen angegeben werden kann.

in das Modell ein, so nimmt dieses folgende Form an:

$$(4.17.0) \quad DB = \sum_{j=1}^{n} \sum_{\tau=1}^{r} \left[(p_j - k_{vj}) + (p_j - k_{vj})^*_\tau \cdot \lambda_\tau \right] x_j \longrightarrow \text{Max!}$$

$$(4.17.1) \quad T_i + \sum_{\tau=1}^{r} T^*_{i\tau} \lambda_\tau \geq \sum_{j=1}^{n} t_{ij} x_j \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(4.17.2) \quad x_{Hj} + \sum_{\tau=1}^{r} x^*_{Hj\tau} \lambda_\tau \geq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

$$(4.17.3) \quad x_j \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Sieht man von der Umständlichkeit der Rechnung ab[1], so bereitet die Mitführung der r Parameter im Simplextableau keine zusätzlichen Schwierigkeiten. Die Zerlegung des gesamten Parameterbereichs in charakteristische Bereiche mit den zugehörigen optimalen Lösungen ist in diesem Falle jedoch durch erhebliche Schwierigkeiten gekennzeichnet. Bei r Parametern sind jeweils kritische Räume aus den Elementen des $(\lambda_1,\ldots,\lambda_r)$-Raumes mit ihren optimalen Lösungen zu bestimmen.[2] Die Parameterbereiche sind nicht mehr durch feste Intervalle bestimmt, sondern durch ein Ungleichungssystem für die r Parameter gegeben. Ist eine bestimmte Parameterkonstellation bekannt, so ist zunächst zu prüfen, ob diese Parameterkonstellation überhaupt in einen charakteristischen Bereich hineinfällt. Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich, wenn man ausgehend von einem bestimmten charakteristi-

---

1) Bei r Parametern in der technologischen Matrix können darüber hinaus Polynome in r Variablen im Zähler oder auch im Nenner der Koeffizienten auftreten, wodurch der Rechenaufwand erheblich erhöht wird. Vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 137.

2) Vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969), S. 137.

schen Parameterraum einen weiteren λ_τ-Raum bestimmen will. Für die Nachbarsuche bieten sich mehrere Variablen an, die in die Basis genommen werden können, da das Verlassen einer Hyperebene in den meisten Fällen an mehreren Punkten möglich ist.[1] Wenngleich es also möglich ist, durch Einbeziehung mehrerer Parameter die Veränderlichkeit der Daten der Realität entsprechend wiederzugeben, so ergeben sich doch vom operationalen Gesichtspunkt bedeutsame Einschränkungen für die Vorteilhaftigkeit des Verfahrens. Schon bei mehr als drei Parametern wird das Verfahren so kompliziert, daß es sich im Hinblick auf den Aufwand, den es verursacht, kaum noch vertreten läßt.[2]

Es ist zu fragen, inwieweit Sensitivitätsanalyse und parametrische Programmierung in der Lage sind, die Probleme der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung bei unsicheren Daten zu lösen. Es muß festgestellt werden, daß weder Sensitivitätsanalyse noch parametrische Programmierung d i e optimale Lösung unter Berücksichtigung der Unsicherheit angeben können. Durch systematische Variation der Koeffizienten des Modells können lediglich Datenbereiche bzw. Datenbereichskonstellationen bestimmt werden, für die bestimmte Lösungen optimal sind. Damit läßt sich dann aber feststellen, ob überhaupt ein Unsicherheitsproblem vorliegt.[3] Zeigt sich nämlich, daß das Unsicherheitsintervall der relevanten Daten die Opti-

---

1) Vgl. DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1969),S. 138; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969),S.132; GAL (Entscheidungsprobleme 1973),S.114 ff., entwickelt ein Verfahren zur systematischen Nachbarsuche mit dem Ziel, kritische λ_τ-Räume und die zugehörigen optimalen Lösungen aufzuzeigen, wobei nicht notwendigerweise eine Ermittlung aller existierenden Basen erfolgen muß.

2) Vgl. KERN (Empfindlichkeit 1963),S.69; GAL (Entscheidungsprobleme 1973),S.114,weist allerdings auf die Entwicklung eines Computerprogramms für den von ihm entwickelten Algorithmus zur multiparametrischen Programmierung hin, durch welches der Einwand der zu großen Kompliziertheit des Verfahrens für die praktische Anwendung eingeschränkt wird. Die Wirtschaftlichkeit des multiparametrischen Verfahrens bleibt jedoch weiterhin offen.

3) Vgl. HAX (Investitionsentscheidungen 1970),S.131; KRÜSKE (Integrierte Unternehmensplanung 1970),S.276.

malität der Lösung nicht verändert, so liegt kein eigentliches Unsicherheitsproblem vor. Im anderen Falle wird sichtbar, welche Auswirkungen die Variation der Daten auf Lösung und Zielfunktion hat. Beinhaltet der Lösungsvektor die Entscheidungen über Produktion und Absatz, so vermögen Sensitivitätsanalyse und parametrische Programmierung die Auswirkungen einer Variation der unsicheren Daten auf die Entscheidungen über das Produktions- und Absatzprogramm deutlich zu machen. Deshalb geht es zu weit, wenn man der Sensitivitätsanalyse jeden Beitrag zur Bewältigung des Unsicherheitsproblems abspricht.[1)2)]

Geht man davon aus, daß die Unsicherheit der relevanten Daten durch die Angabe von Glaubwürdigkeitsziffern quantifiziert worden ist, so können Sensitivitätsanalyse und parametrische Programmierung[3)] diese Informationen nicht verwerten. Allenfalls lassen sich nach der Ermittlung von Lösungen Wahrscheinlichkeiten für die Zulässigkeit oder Optimalität dieser Lösungen bestimmen.[4)]

Die Sensitivitätsanalyse im engeren Sinne stellt eine Partialanalyse unter einer in den meisten Fällen unrealistischen ceteris-paribus-Bedingung dar. Ihre Anwendbarkeit ist allein deshalb für praktische Fälle begrenzt.[5)] Die Einführung nur e i n e s Parameters bedingt eine vollständige Korrelation der Koeffizienten und dürfte des-

1) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 425, der die Sensitivitätsanalyse hinsichtlich der Berücksichtigung der Unsicherheit auf die theoretisch gleiche Stufe stellt, wie die praktischen Faustformeln, die durch Sicherheitsabschläge oder -zuschläge eine Lösung des Ungewißheitsproblems zu finden hoffen.
2) Vgl. auch DINKELBACH (Sensitivitätsanalysen 1976), Sp. 3536, der betont, daß die Bedeutung von Sensitivitätsanalysen für die betriebswirtschaftliche Entscheidungsfindung außer Frage steht.
3) Vgl. dazu die Ausführungen zur stochastischen Sensitivitätsanalyse in Kap. 412.
4) Eine Einbeziehung dieser Informationen gelingt der stochastischen Sensitivitätsanalyse, vgl. Kap. 412.
5) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 143; ähnlich auch HAX (Entscheidungsmodelle 1974), S. 37.

halb nur selten von praktischer Relevanz sein. Die Einführung mehrerer Parameter bringt von der operationalen Seite Schwierigkeiten mit sich, welche die Anwendung dieses Verfahrens als für die Praxis ungeeignet erscheinen lassen.

Ein gewichtiger Einwand gegen Sensitivitätsanalyse und parametrische Programmierung als Instrument zur Bewältigung des Unsicherheitsproblems resultiert aus der Formulierung der Zielfunktion. [1] Da mit einwertigen Zielbeiträgen gerechnet wird, können als Koeffizienten der Zielfunktion sinnvollerweise nur die Erwartungswerte der unsicheren Zielbeiträge eingesetzt werden. Eine Extremierung des Erwartungswertes kann jedoch nicht als allgemeingültig betrachtet werden, da sie Risikoneutralität unterstellt.

Verwendung finden können Sensitivitätsanalyse und parametrische Programmierung als ein Instrument zur Erhöhung des Integrationsgrades der Planung.[2] Gerade aus Gründen der Operationalität erscheint es vielfach angebracht, einen Teil der Aktionsvariablen nicht im Modell zu berücksichtigen. Ohne Beeinträchtigung der Rechenbarkeit kann mit Hilfe einer postoptimalen Sensitivitätsanalyse bzw. parametrischer Programmierung untersucht werden, welches Aktivitätsniveau die vorerst nicht berücksichtigten Variablen annehmen. Weiterhin kann insbesondere in großen simultanen Planungsmodellen aufgezeigt werden, welche Aktionen relativ invariant bezüglich Koeffizientenänderungen sind und welche schon bei kleinen Änderungen empfindlich reagieren und ihre Optimalität verlieren.[3] Damit wird ein Einblick in die Problemstruktur gewonnen, aus dem sich Aussagen über die Zweckmäßigkeit der Informationsbeschaffung ableiten lassen. Gleicher-

---

1) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 425.
2) Vgl. KRÖSKE (Integrierte Unternehmensplanung 1970), S. 279.
3) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 141.

maßen sind Oberlegungen anzustellen, ob neue Handlungsmöglichkeiten mit geringerer Sensitivität in die Planungsüberlegungen einbezogen werden können.[1)]

Wie wir in Kapitel 25 gezeigt haben, bedingen unsichere Daten in den Modellen zur kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung eine Modifizierung der Zielfunktion und eine neue Definition des Lösungsraumes. Weder Chancen-Risiken-Konzept noch Sensitivitätsanalyse gehen auf diese Problematik ein. Insbesondere wird von beiden Verfahren keinerlei Aussage darüber gemacht, welche Maßnahmen und Konsequenzen die Auswahl einer Lösung hat, die sich nach Realisation der Zufallsvariablen als unzulässig herausstellen kann.

---

1) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 425.

412. Offenlegung der Unsicherheiten des Entscheidungsproblems bei Verarbeitung der Informationen über die Unsicherheit der Daten

Sensitivitätsanalyse und parametrische Programmierung untersuchen die Auswirkungen vorgegebener Koeffizientenänderungen der Planungsmodelle. Die Änderung der Daten erfolgt dabei nicht gemäß deren stochastischem Charakter zufällig, sondern besteht in einer kontrollierten Variation.[1] Die bekannten Verteilungen der stochastischen Daten werden dabei nicht verwertet.

Im Gegensatz dazu baut die stochastische Sensitivitätsanalyse auf der Wahrscheinlichkeitstheorie auf.[2] Ausgangspunkt bildet ein als lineares Programm formuliertes Planungsproblem, dessen Daten wie einwertige Daten behandelt werden, obgleich die Koeffizienten in der Realität alle oder zum Teil Zufallsvariablen darstellen. Optimale Lösung und zugehöriger Zielfunktionswert werden ermittelt, in die Lösung und in die Zielfunktion werden statt der zuvor eingesetzten Erwartungswerte die Zufallsvariablen eingesetzt. Anstelle des Zielfunktionswertes erhält man dann eine Verteilung einer zufälligen Veränderlichen. Für diese Verteilung werden Erwartungswert und Varianz bestimmt. Da die Lösung sich nach Realisation der Zufallsvariablen als nicht mehr optimal und auch als nicht mehr zulässig erweisen kann, ist es zweckmäßig, die Wahrscheinlichkeit der Optimalität und die Wahrscheinlichkeit der Zulässigkeit zu berechnen.

Für ein Demonstrationsbeispiel[3] wollen wir folgende Daten zugrunde legen:

---

1) Vgl. BRUSBERG (Entwicklungsstand 1965), S. 81.
2) Vgl. FABER (Programmieren 1970), S. 22 f.
3) Als Demonstrationsbeispiel legen wir das bereits in Kap. 25 in abgeänderter Form verwendete Beispiel aus KILGER (Optimale 1973), S. 101, zugrunde.

Produktart	1	2	Kapazitäten
Deckungsbeiträge	3 DM/ME	$\tilde{c}_2$ DM/ME	
Fertigungsstelle 1	6 ZE/ME	2 ZE/ME	480 ZE
Fertigungsstelle 2	4 ZE/ME	4 ZE/ME	400 ZE
Fertigungsstelle 3	3 ZE/ME	6 ZE/ME	480 ZE
Absatzhöchstmengen	70 ME	75 ME	

Für den zufallsabhängigen Stückdeckungsbeitrag der Produktart 2 gilt

w	c_2
0,15	2
0,2	3
0,3	4
0,2	5
0,15	6

$E(\tilde{c}_2)=4,0$

Formuliert man das Planungsproblem als lineares Programm und ersetzt in der Zielfunktion die Zufallsvariable $\tilde{c}_2$ durch ihren Erwartungswert, so daß die Zielfunktion die Form

$$G = 3x_1 + E(\tilde{c}_2)\, x_2 \longrightarrow \text{Max!}$$

$$G = 3x_1 + 4x_2 \longrightarrow \text{Max!}$$

annimmt, so erhält man als optimale Lösung:

$$G = 360 \text{ DM}$$
$$x_1 = 40 \text{ ME}$$
$$x_2 = 60 \text{ ME}$$

Bei Einsetzen der Zufallsvariablen $\tilde{c}_2$ in die ermittelte optimale Lösung nimmt die Zielfunktion die Form

$$\tilde{G} = 3 \cdot 40 + \tilde{c}_2 \cdot 60$$

an. Es ergibt sich

$$E(\tilde{G}) = 360 \text{ DM}$$
$$V(\tilde{G}) = 5760 \text{ DM}$$
$$\sigma(\tilde{G}) = 75{,}895 \text{ DM}$$

Die Wahrscheinlichkeit der Optimalität der Lösung läßt sich aus einer Zusammenstellung der Eckpunkte des Lösungspolyeders ableiten. Man erhält

Bereich der Zufallsvariablen	$\hat{x}_1$	$\hat{x}_2$	G	$w(x=x_{opt})$
$-\infty < c_2 \leq 0$	70	0	$210 + 0\, c_2$	0
$0 < c_2 \leq 1{,}0$	70	30	$210 + 30\, c_2$	0
$1{,}0 < c_2 \leq 3{,}0$	40	60	$120 + 60\, c_2$	0,35
$3{,}0 < c_2 \leq 6{,}0$	10	75	$30 + 75\, c_2$	0,65
$6{,}0 < c_2 \leq \infty$	0	75	$0 + 75\, c_2$	0

Hieraus ist ersichtlich, daß die Lösung $\hat{x}_1=40$, $\hat{x}_2=60$ nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 35 % optimal ist.

Es zeigt sich, daß insbesondere die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten von Optimalität und Zulässigkeit einer Lösung mit erheblichen mathematischen Schwierigkeiten verbunden ist.[1] Eine analytische Bewältigung dieses Problems ist in der Regel nicht möglich, wenn man von ganz einfach gelagerten Fällen absieht.[2] Da die Bestimmung von Optimalität und Zulässigkeit einer Lösung prinzipiell darauf hinausläuft, die gemeinsame Verteilung einer zusammenge-

1) Vgl. FABER (Programmieren 1970), S. 25 ff.
2) Vgl. ebenda, wo auf S. 29 die Wahrscheinlichkeit der Optimalität einer zulässigen Lösung für den Fall bestimmt wird, daß nur die Zielfunktionskoeffizienten Zufallsvariablen sind. Faber weist darauf hin, daß die Lösung des n-fachen Integrals die Anwendung der Simulation erfordert.

setzten Zufallsvariablen zu bestimmen, lassen sich Ergebnisse nur mit Hilfe der Simulation erzielen.

Der stochastischen Sensitivitätsanalyse gelingt es somit unter Verarbeitung der Informationen über die stochastischen Daten, die Unsicherheiten des Entscheidungsproblems offenzulegen. Die in praktischen Fällen auftretenden rechentechnischen Schwierigkeiten lassen jedoch auch dieses Verfahren für die praktische Anwendung als wenig geeignet erscheinen, zumal eine Lösung des Unsicherheitsproblems nicht erreicht wird.

42. Konzeptionen zur Bewältigung der Unsicherheiten des Entscheidungsproblems

421. Bewältigung des Unsicherheitsproblems durch Vernachlässigung von Information über die Unsicherheit der Daten

Die einfachste Konzeption zur Behandlung des Datenunsicherheitsproblems besteht in der Vernachlässigung des stochastischen Charakters der Daten. Die Reduktion mehrwertiger Daten auf einwertige Größen, die Korrektur der Daten um Risikoabschläge (-Zuschläge) aber auch die völlige Vernachlässigung der Unsicherheit ermöglichen, daß die Modellanalyse mit deterministischen Daten durchgeführt werden kann. Da wir uns für eine explizite Abbildung der Unsicherheit in den Planungsmodellen entschieden haben, soll auf die Vor- und Nachteile einer anderen Vorgehensweise nicht erneut eingegangen werden.[1] Die Problematik des Rechnens mit Erwartungswerten, in dem viele Autoren eine Möglichkeit sehen, eine stochastische Modellanalyse zu umgehen[2], wollen wir an folgendem Planungsmodell demonstrieren:

$$(4.18.0) \qquad DB = c_1 x_1 + c_2 x_2 \longrightarrow \text{Max!}$$

$$(4.18.1) \qquad T_E > t_1 x_1 + t_2 x_2$$

$$(4.18.2) \qquad \tilde{x}_{H1} \geq x_1$$

$$(4.19.3) \qquad \tilde{x}_{H2} \geq x_2$$

$$(4.19.4) \qquad x_1, x_2 \geq 0$$

Die Koeffizienten c geben die Stückdeckungsbeiträge, die Koeffizienten t die Bearbeitungszeiten der Produktarten

---

1) Vgl. Kap. 22.
2) Vgl. z.B. KILGER (Optimale 1973), S. 11.

auf der Maschine E an, deren Kapazität durch T_E begrenzt ist. Die Absatzhöchstmengen der Produktarten sind unsicher und können in den Intervallen $\left[\underline{x}_{Hj}, \overline{x}_{Hj}\right]$ Werte annehmen. Die schraffierte Fläche in Abb. 19 zeigt den Schwankungsbereich des Lösungsraumes. Ersetzt man in (4.18) die Zufallsvariablen $\tilde{x}_{Hj}$ durch ihre Erwartungswerte $E(\tilde{x}_{Hj})$, so gibt der Punkt A die optimale Lösung des Entscheidungsproblems an. Für das stochastische Planungsmodell (4.18) muß die Lösung A weder optimal noch zulässig sein. Nimmt die Zufallsvariable $\tilde{x}_{H1}$ den Wert $\underline{x}_{H1}$ an, dann ist die Lösung A weder optimal noch zulässig. Nimmt die Zufallsvariable $\tilde{x}_{H1}$ den Wert $\overline{x}_{H1}$ an, so ist die Lösung A zwar nach wie vor zulässig, aber nicht mehr optimal.

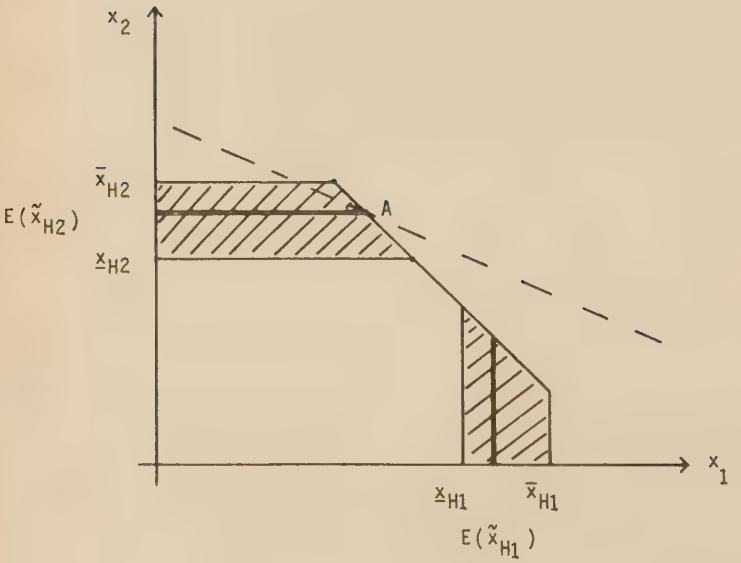


Abb. 19: Zulässigkeits- und Optimalitätsproblematik bei Erwartungswertproblemen

Das Rechnen mit den Erwartungswerten der Zufallsvariablen hat auf der einen Seite den Vorteil, daß die Lösungen des Planungsproblems einfach zu bestimmen sind, andererseits kann aber nicht garantiert werden, daß Optimalität und Zulässigkeit der Lösung des Erwartungswertproblems erhalten bleiben. Weiterhin fehlt jede Aussage darüber, in welcher Weise eine als unzulässig festgestellte Lösung zu behandeln ist.

422. Bewältigung des Unsicherheitsproblems durch explizite Einbeziehung der Informationen über die Unsicherheit in den Modellansatz

4221. Die Lösungsvorschläge der stochastischen linearen Programmierung

42211. Grundkonzeption der stochastischen linearen Programmierung

Ausgangsbasis für das stochastische Programmieren ist ein analog zur Problemstellung der linearen Programmierung formuliertes Planungsmodell, dessen Eingangsdaten alle oder zum Teil Zufallsvariablen sind:

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \longrightarrow \text{Max!} \tag{4.19.0}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i \qquad (i=1,\ldots,m) \tag{4.19.1}$$

$$x_j \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{4.19.2}$$

In diesem Falle liegt ein stochastisches Programmierungsproblem vor, das dadurch gekennzeichnet ist, daß neben den Entscheidungen über die Verwendung der Ressourcen nichtkontrollierbare Zufallsgrößen die zu planende Situation beeinflussen.[1)2)]

Die in dieser Weise formulierte stochastische Programmierungsaufgabe (Optimierungsaufgabe) ist jedoch nicht sinnvoll definiert.

Sofern die Koeffizienten der Zielfunktion zufallsbehaftet sind, wird der Wert der Zielfunktion ebenfalls zu einer

---

1) Vgl. SCHNEEWEISS (Schema 1962), S. 131.
2) Einen umfassenden Oberblick über die Veröffentlichungen zur linearen stochastischen Programmierung gibt BOHLER (Kombiniertes Modell 1971), S. 128 ff., der auch auf die Bibliographie über Optimierungsprobleme unter Ungewißheit von WEINERT (Bibliographie 1968), S. 137 ff. hinweist.

Zufallsvariablen. Für jede Lösung $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n)$ erhält man demnach eine Zielfunktionswertverteilung, so daß die Formulierung der Zielfunktion in der Form (4.19.0) ihren Sinn verliert. Für jede Lösung $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n)$ kann nur ein Zielfunktionswertintervall angegeben werden. Da es nicht möglich ist, die zu verschiedenen Lösungen $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n)$ gehörenden Zielfunktionswertintervalle in eine Rangordnung zu bringen, kann auch keine Rangordnung der zugehörigen Lösungen ermittelt werden, so daß die Suche nach einer optimalen Lösung im obigen Sinne sinnlos wird.[1)]

Sind die Daten der Restriktionen (4.19.1) zufallsbehaftet, so liegt nicht eindeutig fest, welche Lösungen zulässig sind, da der Lösungsraum schwanken kann.

Sollen die Entscheidungsvariablen bestimmt werden bevor die Realisationen der zufallsabhängigen Daten bekannt sind, "ist der Entscheidungsträger gezwungen unter Einbeziehung seiner Risikopräferenzen für sein stochastisches Programm ein Ersatzprogramm zu definieren, das

(1) keine Zufallsvariablen mehr enthält
(2) einer numerischen Lösung zugänglich ist und
(3) die Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers in geeigneter Weise berücksichtigt."[2)]

Damit wird deutlich, daß beim Auftreten von Zufallsvariablen in den Modellkomponenten der Planungsmodelle zur Produktions- und Absatzplanung als erstes eine der Problemstruktur adäquate Modellformulierung und Modellinterpretation erarbeitet werden muß. Als Kernproblem ergibt sich einmal die Notwendigkeit, eine problemadäquate Zielfunktion aufzustellen, zum anderen muß eine problemadäquate Definition für die Zulässigkeit einer Lösung gefunden werden. Dabei

1) Vgl. BOHLER/DICK (Verteilungsproblem 1972), S. 678 f.
2) DINKELBACH (Programmierung 1975), Sp. 3242 f.

bleibt es dem Entscheidungsträger vorbehalten, welches Ersatzprogramm er aufgrund seiner Risikopräferenzen als geeignet ansieht. "Die stochastische Programmierung kann dem Entscheidungsträger hierbei insofern eine Hilfestellung geben, als sie ihm verschiedene Klassen von Ersatzprogrammen zusammen mit den jeweiligen Implikationen in bezug auf eine Risikobeurteilung anbietet."[1)]

Die Verfahren zur Lösung stochastischer Programmierungsprobleme lassen sich wie folgt gliedern:[2)]

1. Einstufiges stochastisches Programmieren
   11. Passives stochastisches Programmieren
       (Die Entscheidung wird nach Bekanntwerden der Realisationen der Zufallsvariablen gefällt.)

   12. Aktives stochastisches Programmieren
       (Die Entscheidung erfolgt bevor die Realisationen der Zufallsvariablen bekannt sind.)

       121. Zufallsvariablen nur in der Zielfunktion
       122. Zufallsvariablen auch in den Restriktionen

2. Mehrstufiges (dynamisches) stochastisches Programmieren[3)]
   21. Zufallsvariablen nur in der Zielfunktion
   22. Zufallsvariablen auch in den Restriktionen

Sind die stochastischen Koeffizienten auf die Zielfunktion beschränkt, so ist der Lösungsraum konstant und das stochastische Programmieren unterscheidet sich nur durch die Formulierung der Zielfunktion von der linearen Programmie-

---

1) DINKELBACH (Programmierung 1975), Sp.3234.
2) Vgl. SCHNEEWEISS (Schema 1962), S. 131 ff.
3) Im Rahmen dieser Arbeit kann keine Untersuchung aller Verfahren zur Lösung stochastischer Programmierungsprobleme erfolgen. Wir beschränken uns auf die einstufigen Probleme und werden nur die wichtigsten in der Literatur behandelten Interpretationen und Lösungsversuche auf ihre Tauglichkeit für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung untersuchen.

rung. Sind die Koeffizienten der Restriktionen zufallsbehaftet, so kann man die Bedingungen für die Zulässigkeit einer Lösung wie folgt unterscheiden:[1)]

a) der Lösungsraum darf nicht verletzt werden

b) der Lösungsraum darf nur in einem kalkulierten Ausmaß verletzt werden

c) Verletzungen des Lösungsraumes werden bewertet und in das Modell einbezogen.

Die Problematik der Formulierung einer geeigneten Zielfunktion ist für den Fall des konstanten Lösungsraums und den Fall, daß die Zulässigkeit einer Lösung wie unter a) und b) definiert wird, die gleiche. Erst im Falle c) beinhaltet die Formulierung der Zielfunktion zusätzliche Probleme, da die "Kosten" einer Verletzung des Lösungsraumes in die Zielfunktion einbezogen werden müssen.

---

1) Vgl. FABER (Programmieren 1970), S. 76, der die Vorteilhaftigkeit einer Systematisierung der Verfahren der stochastischen linearen Programmierung nach diesen Kriterien hervorhebt.

42212. Ersatzzielfunktionen der stochastischen linearen Programmierung

Die Auswahl alternativer Produktions- und Absatzprogramme, deren Ergebnisse durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen gekennzeichnet sind, soll dem Rationalprinzip genügen. Es ist somit zu prüfen, welche Ersatzzielfunktionen für die Lösung stochastischer Produktions- und Absatzplanungsprobleme herangezogen werden können, und ob, bzw. unter welchen Bedingungen, diese Ersatzzielfunktionen mit dem Rationalprinzip in Einklang stehen.[1)]

a) Maximierung des Erwartungswertes[2)]

Geht man von der stochastischen Zielfunktion des Entscheidungsproblems

$$\tilde{DB} = \sum_{j=1}^{n} (\tilde{p}_j - \tilde{k}_{vj})\, x_j \longrightarrow \text{Max!} \tag{4.20}$$

aus, so ist die Zufallsvariable $\tilde{DB}$ abhängig von den Zufallsvariablen $(\tilde{p}_j - \tilde{k}_{vj}) = \tilde{c}_j$ und den Entscheidungsvariablen x_j.[3)] Es gilt demnach

$$\tilde{DB} = f(\tilde{c}\,,\, x) = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \tag{4.21}$$

Bei Anwendung des μ-Prinzips erhält man als Ersatzzielfunktion

---

1) Vgl. FABER (Programmieren 1970), S. 76, der Zielfunktionen, die dem Rationalprinzip entsprechen als Meta-Strategien bezeichnet und die mit Hilfe einer Meta-Strategie als beste erkannte Lösung "optimale Strategie" nennt.

2) Wir wollen die Ableitung von Ersatzzielfunktionen und die Überprüfung auf deren Verträglichkeit mit dem Rationalprinzip an Deckungsbeitragszielfunktionen demonstrieren. Eine analoge Übertragung auf Kostenminimierungszielfunktionen ist ohne Schwierigkeiten möglich.

3) Es wird unterstellt, daß $x_j < \infty$ ist.

$$(4.22)\quad E[\tilde{DB}] = E\left[f(\tilde{c}\ ,\ x\ )\right] = E\left[\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_j x_j\right] \longrightarrow \text{Max!}$$

Da der Erwartungswert einer Summe von Zufallsvariablen gleich der Summe der Erwartungswerte der Zufallsvariablen ist[1], erhält man als Ersatzzielfunktion:

$$(4.23)\qquad E\left[\tilde{DB}\right] = \sum_{j=1}^{n} E_j\left[\tilde{c}_j\right]x_j \longrightarrow \text{Max!}$$

Die Komponenten $E_j[\tilde{c}_j]$ sind konstante Größen. Die Zielfunktion (4.23) ist linear und unterscheidet sich formal nicht von einer linearen Zielfunktion mit deterministischen Koeffizienten.

Vereinbar mit dem Rationalprinzip ist die Maximierung des Erwartungswertes des Deckungsbeitrages nur, wenn sie gleichzeitig die Maximierung des erwarteten Nutzens beinhaltet. Dies ist nur bei linearer Nutzenfunktion, d.h. risikoindifferentem Entscheidungsverhalten des Entscheidungsträgers gewährleistet.[2] Trotz dieser Einschränkungen wird das μ-Prinzip zur Formulierung von Ersatzzielfunktionen stochastischer Programmierungsprobleme gerne herangezogen.[3] Einmal kann auch bei nicht linearem Nutzenverlauf mit Hilfe des μ-Kriteriums eine Auswahl der Entscheidungsalternativen erfolgen, wenn sich die nichtlineare Nutzenfunktion im relevanten Intervall durch eine lineare Funktion hinreichend genau approximieren läßt, und zum anderen sind die operationalen Vorteile des μ-Kriteriums

---

1) Vgl. MENGES (Grundriß 1968), S. 217. Es ist dabei gleichgültig, ob die Zufallsgrößen unabhängig oder stochastisch verbunden sind.
2) Vgl. SCHWEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S.64 ff.
3) Vgl. CHARNES/COOPER (Equivalents 1963), S. 25, die die Zielfunktion (4.23) auf ein stochastisches Programmierungsproblem mit Wahrscheinlichkeitsrestriktionen anwenden und hierfür die Bezeichnung E-Modell wählen.

so groß, daß schon aus wirtschaftlichen Überlegungen seine Anwendung gerechtfertigt erscheint.[1)]

b) Minimierung der Varianz bei vorgegebener Mindesthöhe des Erwartungswertes

Eine ausschließliche Orientierung der Entscheidung am Erwartungswert berücksichtigt die Schwankungen der Deckungsbeiträge um den Erwartungswert nicht. Soll das mit einer Deckungsbeitragsverteilung verknüpfte Risiko bei der Beurteilung der Produktions- und Absatzprogramme zugrunde gelegt werden, kann die Varianz als Risikomaß der Zielgröße verwendet werden. Die Minimierung der Varianz unter der Nebenbedingung, daß der Erwartungswert des Deckungsbeitrages als Konstante vorgegeben wird, beinhaltet eine Möglichkeit, Varianz und Erwartungswert als Entscheidungskriterium zu kombinieren. Bezeichnet man die Varianz mit V und den vorgegebenen erwarteten Mindestdeckungsbeitrag mit DB_{Min}, so erhält man

$$(4.24.0) \qquad V(\tilde{DB}) = V\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j\right) \longrightarrow \text{Min!}$$

unter der Nebenbedingung

$$(4.24.1) \qquad DB_{Min} \leq \sum_{j=1}^{n} E_j\left[\tilde{c}_j\right] x_j$$

1) Vgl. MADANSKY (Solution 1968), S. 468, weist darauf hin, daß bei allen anderen Ersatzzielfunktionen meist ein sehr beträchtlicher, evtl. sogar ein unüberwindlicher Rechenaufwand zu bewältigen ist. Ähnlich äußert sich GEOFFRION (Aspiration 1967), S. 672, der die Linearität der Zielfunktion als einen erheblichen Vorteil gegenüber dem Aspirations- und Fraktil-Kriterium hervorhebt.

Für die Varianz der Summe von n Zufallsvariablen gilt[1)]

$$(4.25)\quad V_n = \sum_{j=1}^{n} V(\tilde{c}_j x_j) + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} \mathrm{Cov}(\tilde{c}_j x_j, \tilde{c}_i x_i)$$

Nehmen wir der Einfachheit halber an, daß die Zufallsvariablen $\tilde{c}_j$ stochastisch unabhängig sind, so entfällt in (4.25) der zweite Summand und die Ersatzzielfunktion nimmt die Form

$$(4.26.0)\quad V(\tilde{DB}) = \sum_{j=1}^{n} \sigma^2{}_j \, x^2{}_j \longrightarrow \text{Min!}$$

unter der Nebenbedingung

$$(4.26.1)\quad DB_{Min} \leq \sum_{j=1}^{n} E\left[\tilde{c}_j\right] x_j$$

an.[2)] Die quadratische Zielfunktion (4.26.0) kann durch Anwendung der quadratischen Programmierung oder aber auch durch lineare Approximation gelöst werden.

Bei parametrischer Abwandlung des Mindestdeckungsbeitrages DB_{Min} erhält man jeweils optimale Programme mit unterschiedlichen Varianzen. Aus dieser Menge effizienter Lösungen

---

1) Vgl. MENGES (Grundriß 1968), S. 218.

2) $\sigma^2{}_j$ bezeichnet dabei die Varianz der Zufallsvariablen $\tilde{c}_j$ und ergibt sich bei diskreter Verteilung der Zufallsvariablen als $\sum_{u=1}^{r} w_{uj}\left[c_{uj} - E\left[\tilde{c}_j\right]\right]^2$. Für den Ausdruck $V(\tilde{c}\,x)$ erhält man $\sum_{u=1}^{r} w_u \left[c_u x - E\left[\tilde{c}x\right]\right]^2$ oder nach einigen Umformungen $\sigma^2 x^2$.

müßte dann wiederum diejenige Lösung ausgewählt werden, die den höchsten Nutzenindex aufweist, so daß entweder die explizite Kenntnis der Nutzenfunktion erforderlich ist oder ein Ersatzkriterium angewendet werden muß.[1)]

Die Zielfunktion (4.26) kann analog auch formuliert werden als

$$(4.27.0) \qquad E[\tilde{DB}] = \sum_{j=1}^{n} E_j\left[\tilde{c}_j\right] x_j \longrightarrow \text{Max!}$$

unter der Nebenbedingung

$$(4.27.1) \qquad \sigma^2_{Max} \geq \sum_{j=1}^{n} \sigma^2_j x^2_j$$

Die Maximierung des Erwartungswertes des Deckungsbeitrages unter der Nebenbedingung, daß das Risiko eine bestimmte Grenze nicht überschreiten darf, führt zwar zu einer linearen Zielfunktion, ist aber der Formulierung (4.26) infolge der quadratischen Restriktion (4.27.1) nicht vorzuziehen.[2)]

Die Minimierung der Varianz unter der Nebenbedingung einer Deckungsbeitragsuntergrenze verstößt im allgemeinen gegen das Rationalprinzip.[3)] Soll zwischen den Verteilungen

---

1) Das gleiche Problem stellt sich bei der Auswahl effizienter und optimaler Wertpapierfortefeulles. Vgl. SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 196 f.
2) Die Approximation nichtlinearer Nebenbedingungen durch einfache Linearisierungsverfahren findet man z.B. bei ALBACH (Planning 1967), S. 558 ff.; HILLIER (Chance - Constrained 1967), S. 37 ff.; NÄSLUND (Modell 1966), S. 268 ff.
3) Zur Beweisführung vgl. FABER (Programmieren 1970), S. 80; vgl. auch SCHNEEWEISS (Unverträglichkeit 1968), S. 180 f.

F_1:F_1 (DB_{Min} - 1) = 0,5; F_1 (DB_{Min} + 1) = 1,0 und

F_2:F_2 (DB_{Min} + 2) = 0,5; F_2 (DB_{Min} + 6) = 1,0

gewählt werden, so ist F_2 vorzuziehen, da F_2 eindeutig die Verteilung F_1 dominiert (vgl. Abb. 20).

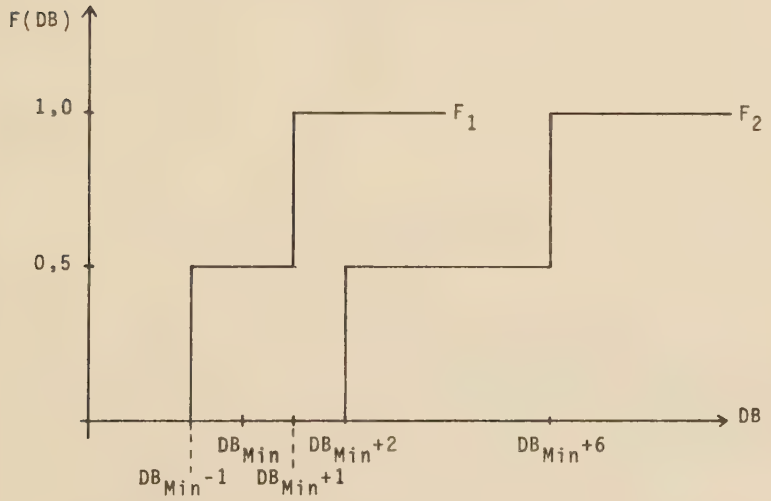


Abb. 20: Eindeutige Dominanz einer Verteilungsfunktion

Die Erwartungswerte der beiden Verteilungsfunktionen sind

$$E[F_1] = DB_{Min}$$

$$E[F_2] = DB_{Min} + 4.$$

Für die Varianzen erhält man

$$V(F_1) = 1$$

$$V(F_2) = 4.$$

Bei Anwendung des Entscheidungskriteriums (4.26) wird F_1 vorgezogen, was einen Widerspruch zum Dominanzprinzip bedeutet.

c) Maximierung einer Linearkombination von Erwartungswert und Varianz

Eine weitere Ersatzzielfunktion nach dem μ,σ-Prinzip läßt sich durch eine Linearkombination von Erwartungswert und Varianz formulieren. Man erhält

$$E[\tilde{DB}] - aV(\tilde{DB}) \longrightarrow \text{Max!} \tag{4.28}$$

oder

$$\sum_{j=1}^{n} E_j[\tilde{c}_j]\, x_j - a \sum_{j=1}^{n} \sigma^2{}_j x^2{}_j \longrightarrow \text{Max!} \tag{4.29}$$

Der Faktor a stellt einen Gewichtungskoeffizienten für das Risiko dar. Je kleiner a gewählt wird, umso größer ist die Neigung des Entscheidenden zum Risiko. Wie SCHNEEWEISS gezeigt hat,[1] stehen die nach dem μ,σ-Prinzip formulierten Entscheidungsregeln nur unter besonderen Voraussetzungen nicht im Widerspruch zum Rationalprinzip. Sind die Zufallsvariablen $\tilde{c}_j$ normalverteilt, so maximiert die Zielfunktion (4.29) zugleich den Erwartungswert des Nutzens der exponentiellen Nutzenfunktion[2]

$$N[\tilde{DB}(\tilde{c},x)] = 1 - e^{-2a(\tilde{c}_1 x_1 + \ldots + \tilde{c}_n x_n)} \tag{4.30}$$

Eine Nutzenfunktion dieser Art wurde von FREUND[3]

---

1)Vgl. SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967),S.145 ff.
2)Vgl. FABER (Programmieren 1970,S. 89; HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 112; SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 147.
3)Vgl. FREUND (Introduction 1956), S. 255.

bei dem Versuch zugrunde gelegt, die Produktion landwirtschaftlicher Erzeugnisse in einer bestimmten Region der USA mit einem stochastischen Programm zu erklären.

Unabhängig von einer speziellen Klasse von Wahrscheinlichkeitsverteilungen für $\tilde{c}_j$ wird der Erwartungswert des Nutzens der quadratischen Nutzenfunktion

$$N(\tilde{DB}) = a\,\tilde{DB} + b\,\tilde{DB}^2 \tag{4.31}$$

durch folgende Ersatzzielfunktion maximiert

$$a\,E[\tilde{DB}] + b\,E[\tilde{DB}]^2 + b\,V(\tilde{DB}) \longrightarrow \text{Max!}^{1)} \tag{4.32}$$

d) Maximierung der Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Anspruchsniveau zu erreichen

Die Maximierung der Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Anspruchsniveau zu erreichen, wird in neuerer Zeit zunehmend als Präferenzfunktion von stochastischen Entscheidungsproblemen vorgeschlagen.[2)] Dieses Entscheidungskriterium entspricht der Theorie des Befriedigungsniveaus[3)] und wird auch als Aspirationskriterium bezeichnet.[4)] Nach dem Aspirationskriterium erhält man folgende Zielfunktion

---

1) Vgl. SCHNEEWEISS (Entscheidungskriterien 1967), S. 96.
2) Vgl. DINKELBACH (Zielsetzungen 1973), S. 47. Vgl. auch die dortigen Literaturangaben S. 47 Fußnote 17. CHARNES/COOPER bezeichnen diese Variante der Zielfunktion stochastischer Programmierungsprobleme als P-Modell. Vgl. CHARNES/COOPER (Equivalents 1963), S. 30 ff.
3) Vgl. SIMON (Models 1967), S. 241 ff.; vgl. auch SAUERMANN/SELTEN (Anspruchsanpassungstheorie 1962), S. 577 ff.
4) Vgl. HANSSMANN (Survival 1968), S. 33 ff, der von der Maximierung der Oberlebenswahrscheinlichkeit spricht. So auch FABER (Programmieren 1970), S. 90.

$$(4.33) \qquad W(\tilde{DB} \geq DB_{Min}) \longrightarrow \text{Max!}$$

oder

$$(4.34) \qquad W\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \geq DB_{Min}\right) \longrightarrow \text{Max!}$$

Die Ableitung einer deterministischen äquivalenten Ersatzzielfunktion bereitet erhebliche Schwierigkeiten.[1] Eine Ausnahme ergibt sich auch hier für den Fall, daß die Zufallsvariablen $\tilde{c}_j$ normalverteilt sind.

Man erhält dann als deterministisch äquivalente Ersatzzielfunktion[2]

$$(4.35) \qquad 1 - F\left(\frac{-E\left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j - DB_{Min}\right]}{\sqrt{V\left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j - DB_{Min}\right]}}\right) \longrightarrow \text{Max!}$$

Für den Fall stochastisch unabhängiger $\tilde{c}_j$ vereinfacht sich (4.35) zu

$$(4.36) \qquad 1 - F\left(\frac{DB_{Min} - \sum_{j=1}^{n} E[\tilde{c}_j] x_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sigma^2_j \, x^2_j}}\right) \longrightarrow \text{Max!}$$

---

1) Vgl. CHARNES/COOPER (Equivalents 1963), S. 31 ff., die die Zielfunktion (4.34) in Quotienten umformen und dann unter zusätzlichen Nebenbedingungen ein lineares Quotientenprogramm maximieren. Vgl. auch RÖDDER (Lösungsvorschläge 1971), S. 170 ff.

2) Vgl. GEOFFRION (Aspiration 1967), S. 674; HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 113.

oder

$$(4.37) \quad F\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} E[\tilde{c}_j]\, x_j - DB_{Min}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sigma_j^2\, x_j^2}}\right) \longrightarrow \text{Max!}$$

Da die Funktion (4.37) ihr Maximum an der gleichen Stelle einnimmt, an der auch das Argument dieser Funktion seinen höchsten Wert erreicht[1], kann die deterministische Ersatzzielfunktion

$$(4.38) \quad \frac{\sum_{j=1}^{n} E[\tilde{c}_j]\, x_j - DB_{Min}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sigma_j^2\, x_j^2}} \longrightarrow \text{Max!}$$

formuliert werden.

Die Lösungsmöglichkeiten der Zielfunktion (4.38) hängen von der Wahl des Anspruchsniveaus DB_{Min} ab.[2] Ist der als Anspruchsniveau vorgegebene Mindestdeckungsbeitrag gleich dem maximalen Erwartungswert von $\tilde{DB}$, d.h.

$$(4.39) \quad DB_{Min} = \text{Max} \sum_{j=1}^{n} E[\tilde{c}_j]\, x_j$$

So nimmt die Zielfunktion (4.38) den Wert Null an.[3] Da die Standardnormalverteilung an der Stelle Null den Wert 0,5 aufweist, ist die maximale Wahrscheinlichkeit, einen Zielfunktionswert von Null zu erreichen, 0,5.

---

1) Vgl. HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 113.
2) Vgl. ebenda, S. 114.
3) Vgl. GEOFFRION (Aspiration 1967), S. 674.

Wird der Mindestdeckungsbeitrag so gewählt, daß

$$(4.40) \qquad DB_{Min} < \text{Max} \sum_{j=1}^{n} E[\tilde{c}_j] \, x_j$$

gilt, so liegen die Wahrscheinlichkeiten für die optimalen Lösungen zwischen 0,5 und 1,0.[1] Für diese Fälle wurden Lösungsalgorithmen entwickelt.[2]

e) Maximierung des Zielfunktionswertes bei vorgegebener Mindestwahrscheinlichkeit

Beim Aspirations-Kriterium verändert die Wahl eines anderen Mindestdeckungsbeitrags DB_{Min} die Wahrscheinlichkeit, mit der dies erreicht werden kann. Die Auswahl des Mindestanspruchsniveaus bleibt dem Entscheidenden vorbehalten und die Auswahl der optimalen Lösung ist jeweils nur für ein bestimmtes, fest vorgegebenes Mindestanspruchsniveau möglich. Steht für den Entscheidenden das Sicherheitsbedürfnis im Vordergrund, so kann er daran interessiert sein, eine Lösung zu ermitteln, die ihm einen maximalen Deckungsbeitrag mit einer vorgegebenen Mindestwahrscheinlichkeit bietet.[3] Eine in dieser Weise formulierte Ersatzzielfunktion wird als Fraktil-Kriterium bezeichnet.[4] Sie läßt sich formal darstellen als

$$(4.41.0) \qquad \tilde{DB} \longrightarrow \text{Max!}$$

unter der Nebenbedingung

---

1) Vgl. CHARNES/COOPER (Equivalents 1963), S. 32; GEOFFRION (Aspiration 1967), S. 674 ff.
2) Vgl. GEOFFRION (Aspiration 1967), S. 674 ff., der einen Lösungsalgorithmus auf der Basis der parametrischen quadratischen Programmierung entwickelt.
3) Vgl. HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 114.
4) Vgl. DINKELBACH (Zielsetzungen 1973), S. 45; GEOFFRION (Aspiration 1967), S. 672; KATOAKA (Model 1963), S. 181.

$$(4.41.1) \qquad W\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \leq DB\right) \leq \alpha$$

Das Kriterium (4.41) maximiert den Deckungsbeitrag unter der Nebenbedingung, daß die Zufallsvariable $\tilde{DB}$ höchstens mit der Wahrscheinlichkeit α einen Wert unter diesem Niveau annehmen kann.

Wie beim Aspirations-Kriterium, so bereitet auch beim Fraktil-Kriterium die Ableitung einer deterministischen äquivalenten Ersatzzielfunktion erhebliche Schwierigkeiten. Für den Fall normalverteilter und stochastisch unabhängiger $\tilde{c}_j$ läßt sich die äquivalente deterministische Zielfunktion

$$(4.42) \qquad \sum_{j=1}^{n} E[c_j] x_j + F^{-1}(\alpha) \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sigma^2_j x^2_j} \rightarrow \text{Max!}$$

formulieren.[1)2)] Die Lösbarkeit dieser Ersatzzielfunktion ist von der Wahl der Mindestwahrscheinlichkeit α abhängig. Für $0 < \alpha < 0{,}5$ ist die Zielfunktion konkav.[3)] Im Grenzfall $\alpha=0{,}5$ ist $F^{-1}(\alpha)=0$, so daß (4.42) den Erwartungswert von $\tilde{DB}$ maximiert. Da für die vorzugebende Größe α in praktischen Fällen ohnehin nur kleine α-Werte in Frage kommen, beeinträchtigt die Annahme $0 < \alpha < 0{,}5$ die Anwendbarkeit des Fraktilkriteriums nicht.

Die Interpretation von Aspirations- und Fraktil-Kriterium lassen einen Zusammenhang zwischen diesen beiden Ersatzzielfunktionen vermuten. GEOFFRION[4)] hat gezeigt, daß unter bestimmten Bedingungen die mit Hilfe des Fraktil-Kri-

1) Vgl. GEOFFRION (Aspiration 1967), S. 673; HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 115; KATOAKA (Model 1963), S. 184.
2) Im zweiten Summand der Zielfunktion (4.42) gibt $F^{-1}(\alpha)$ den Wert an, bei dem die Standardnormalverteilung den Wert α annimmt.
3) Vgl. GEOFFRION (Aspiration 1967), S. 673.
4) Vgl. ebenda, S. 674.

teriums ermittelten optimalen Lösungen von stochastischen Programmierungsproblemen auch gleichzeitig optimal für das Aspirations-Kriterium sind.

f) Sonstige Ersatzzielfunktionen

Mit den dargestellten Zielfunktionen sind die Möglichkeiten, Ersatzzielfunktionen für stochastische Programmierungsprobleme zu formulieren, nicht erschöpft. So können einmal traditionelle Entscheidungskriterien wie Modus, mittlere quadratische Abweichung[1], etc. herangezogen werden oder auch durch Einbeziehung höherer Momente oder anderer Risikomaße neue Ersatzzielfunktionen formuliert werden. Darüberhinaus bietet sich die Möglichkeit, bekannte Kriterien miteinander zu kombinieren.[2] Grundsätzlich ergibt sich jedoch die Schwierigkeit, daß die relativ einfach zu handhabenden Ersatzzielfunktionen nur in ganz speziellen Fällen dem Rationalprinzip entsprechen. Aufwendigere Ersatzzielfunktionen erfüllen zwar das Dominanzprinzip[3] und stehen insofern in Einklang mit dem Rationalprinzip, die Bedingung der Lösbarkeit läßt sich jedoch nur noch schwer erfüllen.[4]

---

1) Vgl. z.B. die Minimierung der mittleren quadratischen Abweichung von einem angestrebten vorzugebenden Wert bei CHARNES/COOPER (Equivalents 1963), S. 30, die diese Ersatzzielfunktion als V-Modell bezeichnen.
2) Vgl. DINKELBACH (Zielsetzungen 1973), S. 49 f., der die Interpretation als Vektormaximumproblem vorschlägt.
3) Vgl. FABER (Programmieren 1970), S. 90, der den Beweis für das Aspirationskriterium führt.
4) Dies gilt insbesondere, wenn höhere Momente der Verteilungen einbezogen werden. Eine Lösbarkeit ist dann nur für ganz bestimmte Klassen von Verteilungen gewährleistet.

42213. Das "Verteilungsproblem" der stochastischen linearen Programmierung und seine spezifische Fragestellung

Die Übersicht zu den Problemstellungen des stochastischen Programmierens in Kap. 42211 zeigt, daß einstufige stochastische Programme aktiver oder passiver Natur sein können. Sind die Realisationen der Zufallsvariablen vor der Entscheidung nicht bekannt, "dann wird durch jede Entscheidung (zusammen mit den nicht kontrollierbaren Zufallsvariablen) eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Werte der Zielfunktion induziert. Die Aufgabe der Optimierung besteht nun darin, diejenige Entscheidung zu fällen, die die nach einem bestimmten Kriterium günstigste Wahrscheinlichkeitsverteilung nach sich zieht."[1] Für diese Art von Problemen, bei denen es darum geht, eine Lösung auszuwählen, bevor die Realisationen der Zufallsvariablen bekannt sind, hat MADANSKY[2] den Begriff "here-and-now"-Probleme geprägt.

Kann die Entscheidung solange hinausgezögert werden, bis die Werte der Zufallsvariablen bekannt sind, so liegt ein stochastisches Programmierungsproblem passiver Natur vor. Sind die Realisationen sämtlicher Zufallsvariablen zum Zeitpunkt der Entscheidung bekannt, so handelt der Entscheidende bei Gewißheit. Obgleich die Entscheidungsvariablen erst nach Kenntnis der Werte der Zufallsvariablen bestimmt werden, beinhaltet das Verteilungsproblem [3]

1) SCHNEEWEISS (Schema 1962), S. 131.
2) Vgl. MADANSKY (Results 1959), der zwischen "here-and-now"- und "wait-and-see" -Problemen unterscheidet.
3) Verteilungsprobleme (Distributionsprobleme) der stochastischen Programmierung wurden insbesondere von TINTNER und seinen Schülern untersucht. Er bezeichnet das Verteilungsproblem als den passive-approach. Vgl. TINTNER (Stochastic 1955); TINTNER (Note 1960); TINTNER (Programming 1965); SENGUPTA/TINTNER/MORRISON (Applications 1963). Die Bezeichnung "Verteilungsproblem" hat sich in der Literatur durchgesetzt, obgleich dieser Begriff in den Wirtschaftswissenschaften bereits in anderer Bedeutung verwendet wird. Vgl. KALL (Produktionsoptimierung 1967), S. 430.

der stochastischen linearen Programmierung eine Problemstellung, die über die Fragestellung der linearen Programmierung hinausgeht.

Da die Zufallsvariablen bei jeder Realisation andere Werte annehmen können und i.d.R. auch werden, sind bei einer periodisch wiederkehrenden Festlegung der Entscheidungsvariablen x_j jeweils LP-Probleme mit anderen Koeffizienten durchzurechnen. Man erhält jeweils andere optimale Lösungen $(\hat{x}_1,\ldots,\hat{x}_n)_{opt}$ und andere Zielfunktionswerte $DB(\hat{x}_1,\ldots\hat{x}_n)_{opt}$ in Abhängigkeit von der jeweiligen Realisation der Zufallsvariablen. Die Fragestellung des Verteilungsproblems zielt nun darauf ab, die Verteilung des Zielfunktionswertes zu bestimmen, bevor die Entscheidung über die Aktionsvariablen gefällt werden muß.[1)]

Für das Standardproblem der Produktions- und Absatzprogrammplanung läßt sich das Verteilungsproblem formal wie folgt beschreiben:

Gesucht ist die Verteilung

(4.43.0) $$F\,(\tilde{DB}_{opt})$$

wobei

(4.43.1) $$\tilde{DB}_{opt} = \text{Max} \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j$$

(4.43.2) $$\tilde{T}_i \geq \sum_{j=1}^{n} \tilde{t}_{ij} x_j \qquad (i=1,\ldots,m)$$

(4.43.3) $$\tilde{x}_{Hj} \geq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

(4.43.4) $$x_j \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n)$$

1) "... we wait for the observations on the random vector and by utilizing these realized values in a suitable manner, we derive either exactly or approximately the probability distribution of the maximand and of the optimal decision vector." SENGUPTA (Stochastic Programming 1972), S. 1 f. Diese Problemstellung ist sinnvoll, da der Optimalwert der Zielfunktion eines linearen Programmes mit stochastischen Eingangsdaten eine Zufallsvariable im Sinne der Wahrscheinlichkeitstheorie ist. Vgl. KALL (Stand 1968), S. 85.

Es handelt sich also nicht um ein Entscheidungsproblem[1] im eigentlichen Sinne, da über die x_j erst nach Kenntnis der Werte der Zufallsvariablen entschieden wird. Die Ermittlung der Verteilung der Zielgröße, die a priori[2] Informationen über die möglichen Deckungsbeiträge (oder Kosten) liefern soll, stellt vielmehr nur ein Rechenproblem dar, dessen analytische und numerische Lösung aber erhebliche Schwierigkeiten aufwirft.

Zur Veranschaulichung der besonderen Fragestellung des Verteilungsproblems möge folgendes Beispiel dienen. Eine Unternehmung stellt Zubehörteile her und hat mit ihren Kunden langfristige Lieferverträge zu festen Preisen abgeschlossen. Die Kunden rufen die benötigten Zubehörteilmengen jeweils monatlich ab. Dabei können die Abrufmengen zufällig schwanken. Für die Unternehmung stellt sich die Produktionsplanung monatlich als reines Kostenminimierungsproblem nach Bekanntgabe der Abrufmengen. Es sei angenommen, daß in die Zubehörteile Materialien eingehen, deren Preise starken Schwankungen unterliegen. Obgleich die Produktionsplanung sich als rein deterministisches Kostenminimierungsproblem lösen läßt, interessiert sich die Unternehmensleitung für die Verteilung der Kosten in Abhängigkeit von den zufällig schwankenden Abrufmengen und Materialpreisen. Dieses Interesse kann z.B. begründet sein, wenn man wegen der notwendigen Bereitstellung liquider Mittel die Höhe der zahlungswirksamen Kosten, die mit 70, 80 oder 90%iger Wahrscheinlichkeit anfallen, wissen will, um die Aufnahme teurer kurzfristiger Bankkredite zu vermeiden.[3]

---

1) Die Ableitung der statistischen Verteilung der Zielgröße kann jedoch dann zu einem Entscheidungsproblem führen, wenn z.B. a priori eine Auswahl zwischen alternativen Produktionsmodellen zu treffen ist. Diese Auswahl ist dann nur möglich über den Vergleich der alternativen Verteilungen der Zielgröße. Weitere Beispiele findet man z.B. bei SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 146.

2) Bevor die Realisationen der Zufallsvariablen bekannt sind.

3) Vgl. weitere Beispiele z.B. bei KALL (Produktionsoptimierung 1967), S. 430 f.; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 146. Vgl.auch die von TINTNER untersuchten makroökonomischen Fragestellungen. TINTNER (Programming 1965), S. 110 ff.

Die Interpretation einer stochastischen linearen Programmierungsaufgabe als Verteilungsproblem wirft vor allem die folgenden Probleme auf.

(1) Die analytische Ableitung der Verteilungsfunktion der Zielgröße ist nur bei ganz bestimmten Annahmen über die Verteilungsfunktionen der Zufallsvariablen oder beim Auftreten nur weniger Zufallsvariablen möglich. Für hinreichend allgemeine Fälle ist das Problem analytisch nicht lösbar. Die rechnerischen Schwierigkeiten ergeben sich im Prinzip dadurch, daß für jede mögliche Datenkonstellation ein lineares Programmierungsproblem gelöst werden muß. Die entwickelten Näherungsverfahren bringen nur unter speziellen Prämissen eine spürbare Reduktion des Rechenaufwandes. Die Anwendung der Simulation zur Approximation der Verteilung des Zielfunktionswertes wird deshalb empfohlen.[1)]

Im Hinblick auf die rechentechnischen Schwierigkeiten des Verteilungsproblems kann die allgemeine Fragestellung interessant werden, in welchem Bereich der optimale Zielfunktionswert schwanken kann.[2)] Es ist also gefragt nach der oberen und unteren Grenze des Zielfunktionswertes bei stochastisch schwankenden Daten. Zur Beantwortung dieser Frage ist die Kenntnis der Verteilungen der stochastischen Daten nicht erforderlich. Es genügt, die unteren und die oberen Grenzen der relevanten Daten zu wissen. Die Kenntnis des Intervalls, in das der Zielfunktionswert fallen wird, kann aber nur dann von Wert sein, wenn dieses Intervall nicht zu groß ist.

---

1) Zur Rechenproblematik analytischer und approximativer Lösungsmöglichkeiten vgl. BOHLER/DICK (Verteilungsproblem 1972), S. 680 ff., sowie die dort angegebene Literatur. Vgl. ebenfalls HÄSSIG (Anwendungsmöglichkeiten 1971), S. 71 ff.; KALL (Stand 1968), S. 86 f.; KALL (Stochastic 1976), S. 33 ff.; MADANSKY (Advances 1963), S. 107 f.; SCHNEEWEISS (Schema 1962), S. 137 f.; ZELLMER (Problemstellungen 1969), S. 16 ff.

2) Vgl. BOHLER/DICK (Verteilungsproblem 1972), S. 684 f.

(2) Ein zweiter Einwand richtet sich gegen die Verwendbarkeit des Verteilungsproblems für die Produktions- und Absatzprogrammplanung. Selbst wenn man von den rechentechnischen Problemen absieht, darf nicht übersehen werden, daß die Kenntnis der Verteilung der Zielgröße in keiner Weise die Frage nach einer optimalen Bestimmung der Entscheidungsvariablen x_j beantwortet. Das zentrale Anliegen der Produktions- und Absatzprogrammplanung unter Berücksichtigung der unsicheren relevanten Daten, nämlich die a priori Bestimmung der optimalen Produktions- und Absatzmengen, kann auf diese Weise nicht erreicht werden.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß einerseits rechentechnische Probleme, andererseits Einwände gegen die grundsätzliche Fragestellung des Verteilungsproblems eine Anwendung auf die Problematik der Produktions- und Absatzprogrammplanung nicht sinnvoll erscheinen lassen.

42214. Das "Zuteilungsproblem" und seine spezifische Fragestellung

Das Zuteilungsproblem der stochastischen linearen Programmierung stellt im Gegensatz zum Verteilungsproblem den "active approach" des stochastischen Programmierens im Tintnerschen Sinne dar.[1] Es handelt sich um ein Entscheidungsproblem in dem Sinne, als eine Zuteilung der vorhandenen Ressourcen auf die um sie rivalisierenden Aktionsvariablen vorgenommen wird, bevor die Realisationen der Zufallsvariablen bekannt sind.[2] Das Zuteilungsproblem läßt sich formal wie folgt formulieren:

Gesucht ist die Verteilung des Zielfunktionswertes

(4.44.0) $F(\tilde{DB}_{opt})$

wobei

(4.44.1) $$\tilde{DB}_{opt} = \text{Max} \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j$$

(4.44.2) $$\tilde{T}_i v_{ij} \geq \tilde{t}_{ij} x_j \qquad (i=1,\ldots,m)\ (j=1,\ldots,n)$$

(4.44.3) $$\tilde{x}_{Hj} \geq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

(4.44.4) $$0 \leq v_{ij} \leq 1 \qquad (i=1,\ldots,m)\ (j=1,\ldots,n)$$

(4.44.5) $$\sum_{j=1}^{n} v_{ij} = 1 \qquad (i=1,\ldots,m)$$

(4.44.6) $$x_j,\ v_{ij} \geq 0 \qquad (i=1,\ldots,m)\ (j=1,\ldots,n)$$

Die zusätzlichen Entscheidungsvariablen v_{ij} geben dabei an, welcher Teil des Produktionsfaktors i der Aktionsvariablen j zugeteilt werden soll. Die Aufteilung der Produktionsfaktoren auf die Aktivitäten läßt sich damit begründen, daß nur langfristig eine beliebige Verwendbarkeit der Produk-

1) Vgl. TINTNER (Note 1960), S. 490 ff.
2) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 147.

tionsfaktoren möglich ist, wohingegen kurzfristig aus bestimmten Gründen eine Zuteilung der Produktionsfaktoren erforderlich wird.[1)]

Wie beim Verteilungsproblem soll nun die Verteilung der Zielgröße in Abhängigkeit von den Entscheidungen über die Zuteilungsvariablen v_{ij} abgeleitet werden. Für jede Kombinationsmöglichkeit der Zuteilungsvariablen ergibt sich eine Verteilungsfunktion des optimalen Zielfunktionswertes. Durch Vergleich dieser Verteilungsfunktionen soll die optimale Zuteilung gefunden werden.

Es ist offensichtlich, daß dem Zuteilungsproblem die gleichen rechentechnischen Schwierigkeiten innewohnen, die beim Verteilungsproblem aufgezeigt wurden. Darüberhinaus bewirken die Kombinationsmöglichkeiten der Zuteilungsvariablen v_{ij} eine enorme Erhöhung des Rechenaufwandes, so daß eine Lösung nur bei Reduktion der Kombinationsmöglichkeiten v_{ij} auf wenige Werte und bei kleinen Problemen erwartet werden kann.

Rechenumfang und Schwierigkeiten der Ableitung der Verteilung der Zielgröße sollen mit einem einfachen Beispiel demonstriert werden.

Ausgangsdaten

j	DB/ME	t_{1j} [ZE/ME]	t_{2j} [ZE/ME]	x_{Hj} [ME]		
				w=0,2	w=0,5	w=0,3
1	10	7	5	100	150	200
2	12	6	4	200	240	280
3	8	10	8	410		
4	6	5	1,5	172		
Kapazitäten [ZE]		3200	3000			

1) TINTNER wendet diese Problemstellung auf Planungsprobleme der Sektoren einer Volkswirtschaft an. Vgl. TINTNER (Note 1960), S. 490 ff.; TINTNER (Use 1960), S. 159 ff. Ein Beispiel für einen mikroökonomischen Anwendungsfall gibt FABER (Programmieren 1970), S. 103; auf eine bestimmte Produktart angelernte Arbeitskräfte lassen sich

Als zufallsabhängig werden nur die Absatzhöchstmengen der Produktarten 1 und 2 angenommen. Die Zufallsvariablen $\tilde{x}_{H1}$ und $\tilde{x}_{H2}$ sind stochastisch unabhängig. Alle anderen Daten sind deterministisch. Die Kapazität der Fertigungsstelle 2 soll auf die Produktarten wie folgt zugeteilt werden:

	v_{21}	v_{22}	$v_{2,3/4}$
Alternative I	0,3	0,3	0,4
" II	0,333	0,5	0,166
" III	0,333	0,333	0,333

Die Alternative I beinhaltet damit z.B. eine Zuordnung der Kapazität von Fertigungsstelle 2 zu 30 % auf Produktart 1, zu 30 % auf Produktart 2 und zu 40 % auf die Produktarten 3 und 4. Es geht nun darum, unter Berücksichtigung der stochastischen Absatzhöchstmengen, die Verteilung des Deckungsbeitrages bei Zuteilungsalternative I, II und III zu bestimmen.

Die Berechnung alternativer Produktionsprogramme für jede mögliche Datenkonstellation führt zu den in Tab. 8 wiedergegebenen Ergebnissen. Abb. 21 zeigt die aus den Zuteilungsalternativen resultierenden Verteilungen der Deckungsbeiträge.

Die Anwendung des "Zuteilungsproblems" der stochastischen linearen Programmierung auf die Probleme der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung erscheint aus folgenden Gründen wenig geeignet:

- Rechentechnische Schwierigkeiten beeinträchtigen die Anwendbarkeit für die im praktischen Fall zu erwartende Problemgröße.

Fortsetzung der Fußnote von S. 191
nicht kurzfristig auf andere Produktarten umschulen. Eine Entlassung oder die Neueinstellung von geeigneten Kräften steht kurzfristig nicht zur Debatte. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 147 ff., bringt ein Beispiel für die Zuteilung beschränkter finanzieller Mittel auf ein Investitionsprogramm.

Alternative I			Alternative II			Alternative III		
v_{21}=0,3 900 ZE	v_{22}=0,3 900 ZE	$v_{2,3/4}$=0,4 1200 ZE	v_{21}=0,333 1000 ZE	v_{22}=0,5 1500 ZE	$v_{2,3/4}$=0,1666 500 ZE	v_{21}=0,333 1000 ZE	v_{22}=0,333 1000 ZE	$v_{2,3/4}$=0,333 1000 ZE
w	DB		w	DB		w	DB	
0,04	4784		0,04	4674		0,04	4784	
0,14	4964		0,14	5004		0,14	5004	
0,20	4964		0,24	5072		0,24	5072	
0,30	5004		0,30	5120		0,30	5120	
0,36	5088		0,55	5232		0,36	5144	
0,61	5160		0,70	5314		0,61	5232	
0,76	5160		0,76	5344		0,76	5280	
0,91	5208		0,91	5424		0,91	5312	
1,00	5208		1,00	5504		1,00	5360	

Tab. 8: Ergebnisse des Beispiels zum Zuteilungsproblem

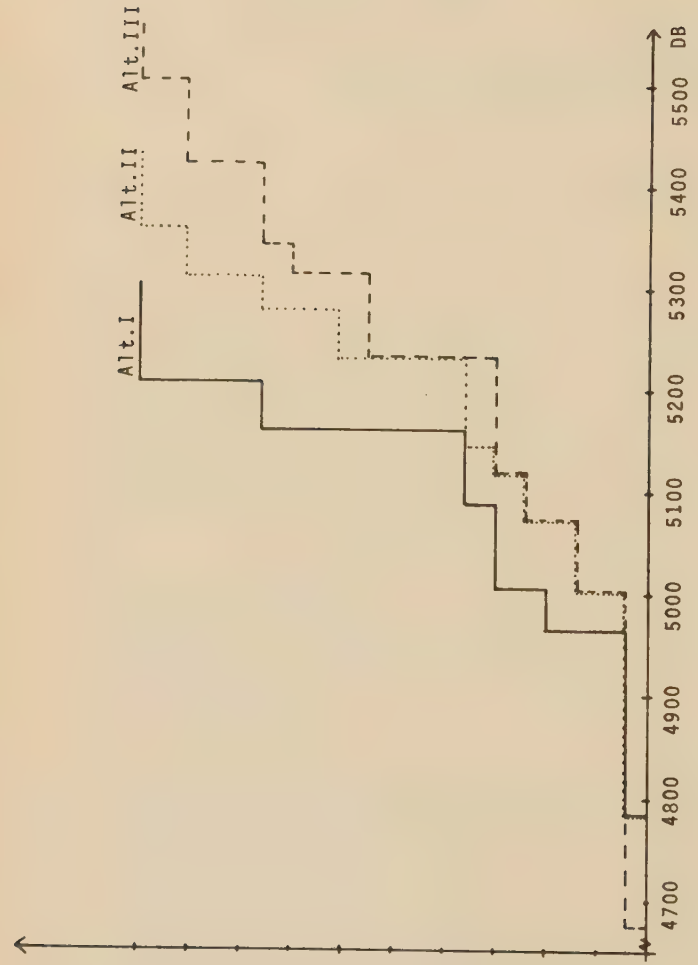


Abb. 21: Verlauf der Deckungsbeitragsverteilungen beim Zuteilungsproblem

- Die Annahme, daß die Produktionsfaktoren in einem bestimmten Verhältnis vorab auf die Entscheidungsvariablen zugeteilt werden, bedeutet, daß im voraus eine Reduktion der Entscheidungsmöglichkeiten festgelegt wird. Ein solches Vorgehen entspricht nur in Ausnahmefällen der Problemstellung der Produktions- und Absatzprogrammplanung. Das eigentliche Problem der Produktions- und Absatzprogrammplanung, die a-priori Festlegung der Entscheidungsvariablen x_j wird auch durch das Zuteilungsproblem nicht bewältigt.

42215. Das Schlupfverfahren als Lösungsansatz

Ein vielfach in der Praxis zu beobachtendes Verhalten beim Auftreten unsicherer Tatbestände besteht darin, daß man den Einfluß zufälliger Ereignisse dadurch zu reduzieren versucht, daß man "dick aufträgt".[1] So werden z.B. die veranschlagten Materialverbräuche, Fertigstellungstermine, Absatzmengen oder Verkaufspreise weit über (bzw. unter) den augenblicklichen Erfordernissen bei der Planung festgelegt. Damit, so hofft man, ist die Durchführung des Plans auch bei unvorhergesehenen Ereignissen noch gewährleistet.

Diesen Weg wählt das Schlupfverfahren der stochastischen linearen Programmierung. Es stellt die einfachste Art zur Lösung des Ungewißheitsproblems dar. Die Entscheidungsvariablen werden in der Weise bestimmt, daß bei allen unsicheren Daten so "dick aufgetragen" wird, daß bei Realisation der Zufallsvariablen das Restriktionensystem auf keinen Fall verletzt wird. Der Einfluß der zufälligen Daten wird also dadurch berücksichtigt, daß man viel "Schlupf" im Entscheidungsmodell zuläßt.[2] Man wird z.B. die Deckungsbeiträge der Produktarten, die Kapazitäten der Fertigungsstellen sowie die Absatzhöchstmengen der Produktarten mit den niedrigst möglichen Realisationen der Zufallsvariablen und die technischen Koeffizienten mit den höchstmöglichen Realisationen in Ansatz bringen.

Die "Fat-Formulation"[3], wie das Schlupfverfahren auch bezeichnet wird, entspricht damit der Verhaltensweise eines absoluten Pessimisten, der gegen alle Zufälligkeiten, denen er sich konfrontiert sehen könnte, gewappnet sein will.[4]

1) Vgl. DANTZIG (Programmierung 1966), S. 566.
2) Vgl. ebenda, S. 567; Der Schlupf soll die Wirkung eines "Stoßdämpfers" übernehmen.
3) Vgl. MADANSKY (Advances 1963), S. 103.
4) Vgl. ebenda, S. 104; dies bringen auch ZIMMERMANN/GAL (Redundanz 1975), S. 232, zum Ausdruck, wenn sie die Vorliebe zur Redundanz in betriebswirtschaftlichen Systemen als Ausdruck der Risikoaversion einstufen.

Mit diesem Verhalten wird erreicht, daß die gewählte Lösung immer zulässig ist.[1] Allerdings besteht die Gefahr, daß bei Ansatz der jeweils pessimistischsten Daten die Menge der zulässigen Lösungsvektoren leer ist.

Bei einer Beschäftigungssituation, in der die Kapazitäten wesentlich über den Erfordernissen liegen, führt ein solches Planungsverfahren zu keinen Problemen, da die Durchführung der Produktion auch im einzelnen zulässig bleibt. "Aber beim Auftreten von Fehlbeträgen kann ein mit solchen Methoden aufgestellter Plan zu Entscheidungen führen, die weit von der Optimalität entfernt sind."[2]

Die fat solution ist nicht für alle Verteilungen der zufälligen Daten bestimmbar. Bei kontinuierlichen Verteilungen kann sich das Problem der Bestimmung einer unteren bzw. oberen Grenze der unsicheren Daten ergeben.[3]

Infolge der absolut pessimistischen Grundhaltung des Schlupfverfahrens wird man dieses Vorgehen nur dann befürworten können, wenn es unbedingt erforderlich ist, daß die gewählte Lösung das Restriktionensystem mit Sicherheit erfüllt.[4] Eine Anwendung auf die Probleme der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung kann deshalb nur in Sonderfällen befürwortet werden.

---

1) Vgl. DANTZIG (Programmierung 1966), S. 567, der von "permanent zulässigen Aktivitäten" spricht. Ähnlich auch KARRENBERG (Erweiterungen 1973), S. 16 und S. 194.
2) DANTZIG (Programmierung 1966), S. 567.
3) Vgl. FABER (Programmieren 1970), S. 94, der auf die Möglichkeit hinweist, kontinuierliche Verteilungen durch diskrete Verteilungen zu approximieren.
4) Eine sachliche Ursache dafür, daß eine gewählte Lösung immer zulässig sein muß, liegt z. B. dann vor, wenn ein Unternehmen einen Vertrag eingegangen ist, eine zufallsbehaftete Nachfrage immer zu decken, und bei Nichterfüllung eine existenzgefährdende Konventionalstrafe droht.

42216. Der Lösungsansatz des Chance-Constrained-Programming

Der Lösungsansatz des Schlupfverfahrens ist dadurch gekennzeichnet, daß die Einhaltung der Nebenbedingungen des Modells mit Sicherheit gewährleistet ist. Insofern stellt das Schlupfverfahren nur einen Spezialfall des allgemeineren Chance-Constrained-Modells[1] dar, das die Einhaltung der Nebenbedingungen nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit fordert. Verlangt man für die Zulässigkeit einer Lösung die Einhaltung der Nebenbedingungen in jedem Fall, so liegt eine sehr strenge, risikofeindliche Haltung vor, die dazu führen kann, daß bei praktischen Problemen keine zulässige Lösung existiert. Beim Chance-Constrained-Programming wird deshalb für die Einhaltung der Nebenbedingungen nur gefordert, daß diese mit einer bestimmten, gegebenen Mindestwahrscheinlichkeit erfolgen soll. Formal lassen sich die Nebenbedingungen dann darstellen als

$$(4.45) \qquad W\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij}\, x_j \leq \tilde{b}_i\right) \geq \psi_i \qquad (i=1,\ldots,m)^{2)}$$

1) Der Begriff des Chance-Constrained-Modells geht zurück auf A. CHARNES und W.W. COOPER. Vgl. CHARNES/COOPER (Chance-Constrained 1959), S. 73 ff. Die Bezeichnung Chance-Constrained-Programming hat sich auch in der deutschsprachigen Literatur durchgesetzt. Gelegentlich findet sich auch die Bezeichnung "Programm mit Wahrscheinlichkeitsrestriktionen", vgl. KALL (Stand 1968), S. 87.SCHNEIDER (Investition 1974), S. 429 ff., spricht von "hinreichend zulässigen Programmen". Eine umfangreiche Literaturübersicht über die Veröffentlichungen zum Chance-Constrained-Modell geben BOHLER/DICK (Verteilungsproblem 1972), S. 689 ff.

2) Eine andere Problemstellung liegt vor, wenn für die Lösung verlangt wird, daß sie mit der Wahrscheinlichkeit ψ den Lösungsraum nicht verletzt. Die Restriktionen nehmen dann die Form

$$W\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij}\, x_j \leq \tilde{b}_i,\ \forall\, i=1,\ldots,m\right) \geq \psi$$

an. Selbst für den Fall, daß nur der Vektor b zufällige Komponenten enthält, kann dann nicht davon ausgegangen werden, daß der Lösungsbereich konvex ist. Vgl. MILLER/WAGNER (Joint Constraints 1965), S. 930 ff. Vgl. auch VAJDA (Probabilistic Programming 1972), S. 88f. Dieser Fall soll wegen der zusätzlich auftretenden Schwierigkeiten nicht weiter verfolgt werden.

Die Entscheidungsvariablen x_j sind so zu bestimmen, daß in mindestens $\psi_i \cdot 100\%$ aller Fälle keine Verletzung der Restriktionen eintritt, wenn die Werte der Zufallsvariablen $\tilde{a}_{ij}$ und $\tilde{b}_i$ sich realisiert haben. Eine Lösung ist bei dieser Konzeption also auch dann noch zulässig, wenn Verletzungen der Restriktionen nur "selten" eintreten.[1)2)]

Die Formulierung von Chance-Constrained-Modellen ist nicht an bestimmte Zielfunktionen gebunden.[3)] In den Zielfunktionen können stochastische Parameter vorkommen oder auch alle Koeffizienten deterministische Größen sein. Die Formulierung der Nebenbedingungen ist andererseits ebenfalls unabhängig davon, ob eine lineare oder nichtlineare Zielfunktion zugrunde gelegt wird.[4)]

Wird als Ersatzzielfunktion die Maximierung des Erwartungswertes gewählt[5)], so läßt sich das Standardproblem zur Produktions- und Absatzprogrammplanung wie folgt als Chance-Constrained-Programm formulieren:

---

1) Die Wahl von ψ_i bestimmt dann den Inhalt des Terminus "selten".
2) Die Dynamisierung des Chance-Constrained-Konzeptes und die damit verbundene Problematik der Entscheidungsregeln soll ausgeklammert werden. Im folgenden werden stets Entscheidungsregeln vom Grade Null unterstellt. Vgl. zu diesem Problemkreis BOHLER/DICK (Chance-Constrained-Modell 1973), S. 102 ff.; HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 102 ff.; VAJDA (Probabilistic Programming 1972), S. 76 ff.
3) Vgl. HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 102.
4) Die Literatur zum Chance-Constrained-Programming schlägt unterschiedliche Zielfunktionen vor. Die Problematik der Zielfunktionenwahl sei an dieser Stelle nicht weiter verfolgt. Vgl. dazu HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 110 ff., sowie zur Problematik verschiedener Zielfunktionen im Hinblick auf eine rationale Entscheidungsfindung unsere Ausführungen in Kap. 42212, wo verschiedene Ersatzzielfunktionen stochastischer Programmierungsprobleme diskutiert wurden. Vgl. auch z.B. CHARNES/KIRBY (P-Models 1967), S. 183 ff.
5) Die Maximierung des Erwartungswertes in der Zielfunktion unterstellt Risikoindifferenz. Durch die Wahrscheinlichkeitsrestriktionen erfolgt eine Einschränkung. Somit stellt dieser Ansatz einen Mittelweg zwischen reiner Maximierung des Erwartungswertes und expliziter Berücksichtigung einer quadratischen Nutzenfunktion dar. Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 151.

$$(4.46.0) \qquad E\,[\tilde{DB}] = E\left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j\right] \longrightarrow \text{Max!} \quad 1)$$

$$(4.46.1) \qquad W\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{t}_{ij}\, x_j \leq \tilde{T}_i\right) \geq \psi_i \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(4.46.2) \qquad W\,(x_j \leq \tilde{x}_{Hj}) \geq \psi_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

$$(4.46.3) \qquad x_j \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Bei der Lösung von Chance-Constrained-Modellen wird zunächst das stochastische Modell in ein äquivalentes deterministisches Modell überführt, und dann das äquivalente deterministische Ersatzmodell mit den bekannten Algorithmen gelöst.[2)]

Die gewählte Ersatzzielfunktion (4.46.0) geht über in:[3)]

$$(4.47) \qquad E\,[\tilde{DB}] = \sum_{j=1}^{n} E\,[\tilde{c}_j]\; x_j \longrightarrow \text{Max!}$$

Die Umformung der stochastischen Nebenbedingungen (4.45) in ein deterministisches Äquivalent, das die Konvexitätsbedingung des Optimierungsproblems nicht verletzt, ist möglich, wenn die Zufallsvariablen $\tilde{a}_{ij}$ und $\tilde{b}_i$ normalverteilt sind und $0{,}5 \leq \psi_i \leq 1{,}0$ ist.[4)] [5)]

Sind $\tilde{a}_{ij}$ und $\tilde{b}_i$ normalverteilt, dann ist auch die Zufallsvariable

$$(4.48) \qquad \left\{\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij}\, x_j - \tilde{b}_i\right\} = \tilde{Z}$$

---

1) Im Modell (4.46) geben die ψ_i die Einhaltungswahrscheinlichkeiten der Kapazitätsrestriktionen und die ψ_j die Einhaltungswahrscheinlichkeiten der Absatzhöchstmengenrestriktionen wieder.

2) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 152.

3) Vgl. zur Umformung der Ersatzzielfunktionen in deterministische äquivalente Zielfunktionen Kap. 42212.

4) Vgl. HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 106, der auf den Nachweis bei VAN DE PANNE/POPP (Minimum-Cost 1963), S. 410 hinweist. VAJDA (Probabilistic Programming 1972), S. 82 ff., zeigt die Ableitung von deterministischen äquivalenten Nebenbedingungen auch für den Fall anderer durch zwei Verteilungsparameter gekennzeichneter Verteilungen der Zufallsvariablen.

5) Die Zufallsvariablen $\tilde{a}_{ij}$ und $\tilde{b}_i$ werden als stochastisch unabhängig angenommen.

für jedes x normalverteilt.[1] Für die Verteilungsfunktion von $\tilde{Z}$ erhält man[2]

$$(4.49) \quad F(z) = F(\tilde{Z} \leq z) = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma_z^2}} dz$$

Transformiert man $\tilde{Z}$ in eine Zufallsvariable $\tilde{Y}$, so daß gilt

$$(4.50) \quad \tilde{Y} = \frac{\tilde{Z} - E[\tilde{Z}]}{\sqrt{V(\tilde{Z})}} \qquad \text{mit } E(\tilde{Y}) = 0 \text{ und } \sigma_y = 1$$

so erhält man für die standardisierte, normalverteilte Zufallsvariable $\tilde{Y}$ die Verteilungsfunktion

$$(4.51) \quad F(y) = F(\tilde{Y} \leq y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

Die Werte F(y) der standardisierten Normalverteilung sind tabelliert und können abgelesen werden.[3]

In der stochastischen Nebenbedingung (4.45) gilt es,

$$(4.52) \quad W\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_i \leq 0 \right)$$

zu bestimmen. Aus (4.48) und (4.50) erhalten wir

$$(4.53) \quad W(\tilde{Z} \leq 0) = F\left(\frac{0 - E[\tilde{Z}]}{\sqrt{V(\tilde{Z})}} \right)$$

---

1) Vgl. MENGES (Grundriß 1968), S. 245.
2) Vgl. ebenda, S. 242.
3) Vgl. z.B. FISZ (Wahrscheinlichkeitsrechnung 1965), S. 503 ff.

Setzt man $\tilde{Z}$ gemäß (4.48) ein, so ergibt sich

$$E[\tilde{Z}] = \sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_j - \mu_i \qquad (4.54)$$ [1)]

und

$$V(\tilde{Z}) = V\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_i\right) \qquad (4.55)$$

$$\sqrt{V(\tilde{Z})} = \sqrt{\sigma_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij}^2 x_j^2} \qquad (4.56)$$

Damit erhält man für die stochastischen Nebenbedingungen (4.45) das deterministische Äquivalent

$$F\left(\frac{0 - \sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} + \mu_i}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij}^2 x_j^2}}\right) \geq \psi_i \qquad (i=1,\ldots,m) \qquad (4.57)$$

oder

$$\frac{-\sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} + \mu_i}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij}^2 x_j^2}} \geq F^{-1}(\psi_i) \quad (i=1,\ldots,m) \qquad (4.58)$$

Durch Umformung erhält man als äquivalente deterministische Nebenbedingungen[2)]

$$\sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_j - \mu_i + F^{-1}(\psi_i) \sqrt{\sigma_i^2 + \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij}^2 x_j^2} \leq 0 \qquad (i=1,\ldots,m) \qquad (4.59)$$

---

1) μ_{ij} bzw. μ_i bezeichnen den Erwartungswert der Zufallsvariablen $\tilde{a}_{ij}$ bzw. $\tilde{b}_i$; analog gilt für die Standardabweichungen der Zufallsvariablen $\tilde{a}_{ij}$ bzw. $\tilde{b}_i$ die Bezeichnung σ_{ij} bzw. σ_i.

2) $F^{-1}(\psi_i)$ entspricht dem Wert der Umkehrfunktion der standardisierten Normalverteilung an der Stelle ψ_i.

oder

$$(4.60)\quad \sum_{j=1}^{n} \mu_{ij}\, x_j + F^{-1}(\psi_i) \sqrt{\sigma_i^2 + \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij}^2\, x_j^2} \leq \mu_i \qquad (i=1,\ldots,m)$$ [1)]

Die Restriktionen (4.60) garantieren für alle i=1,...,n, daß bei Realisation der Zufallsvariablen eine Verletzung in höchstens $(1-\psi_i)$ % aller Fälle vorkommt. Die rechte Seite entspricht der erwarteten verfügbaren Menge des knappen Produktionsfaktors i. Der erste Summand der linken Seite stellt den erwarteten Verbrauch des Faktors i dar. Der zweite Summand der linken Seite kann als Sicherheitsreserve zur Vermeidung zu häufiger Verletzungen der Restriktionen interpretiert werden.[2)] Wie man sieht, ist diese Sicherheitsreserve einmal abhängig von den Varianzen der stochastischen Parameter $\tilde{a}_{ij}$ und $\tilde{b}_i$ und zum anderen von der Risikobeschränkung, die in der Einhaltungswahrscheinlichkeit ψ_i zum Ausdruck kommt.[3)] Bei diesem Ausdruck handelt es sich also offensichtlich um eine Transformation der durch ψ_i ausgedrückten Risikoabneigung in eine Reserve, die in Kapazitätseinheiten des knappen Produktionsfaktors ausgedrückt wird.[4)] Gibt man für ψ_i die Wahrscheinlichkeit 0,5 vor, so nimmt $F^{-1}(\psi_i)$ den Wert Null an, so daß die Restriktionen (4.60) sich auf den Ausdruck

---

Fortsetzung der Fußnote 2) von S. 202:
VAJDA (Probabilistic Programming 1972), S. 78, bezeichnet diese Vorgehensweise zur Ableitung eines deterministischen Äquivalents als "using of quantile rules".

1) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 156, der in der Restriktion (4.60) einen Nachweis dafür sieht, daß die explizite Berücksichtigung der Unsicherheit eine simultane Planung bedingt. In (4.60) wird deutlich, daß die Durchführung einer Aktion j auch von den das Risiko ausdrückenden Varianzen der übrigen Aktionsvariablen abhängig ist.
2) Vgl. HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 107; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 155.
3) CHARNES/COOPER (Equivalents 1963), S. 21, bezeichnen die ψ_i als "risk levels".
4) Vgl. NÄSLUND (Model 1966), S. 261.

(4.61) $$\sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} x_j \leq \mu_i$$

reduzieren. Setzt man $\psi_i = 0{,}5$, so fordert man eine Einhaltung der Restriktionen in 50 % aller möglichen Fälle, was einem Ansatz der Erwartungswerte für die stochastischen Parameter $\tilde{a}_{ij}$ und $\tilde{b}_i$ gleichkommt.

Beinhaltet eine Nebenbedingung (4.60) z.B. eine Kapazitätsrestriktion mit stochastischen Belastungsfaktoren $\tilde{a}_{ij}$ und zufallsabhängiger, in Maschinenminuten ausgedrückter Fertigungskapazität $\tilde{b}_i$, so stellt die Sicherheitsreserve in (4.60) Reservemaschinenminuten dar, die bei einer "zu häufig" drohenden Verletzung der Nebenbedingung zum Einsatz kommen sollen. Handelt es sich bei (4.60) um eine Absatzhöchstmengenrestriktion mit stochastischer Absatzhöchstmenge, so beinhaltet die Sicherheitsreserve eine Reduktion der erwarteten Absatzhöchstmenge, mit der eine "zu häufige" Oberschußmengenproduktion vermieden werden soll.

Für den Fall, daß in den Wahrscheinlichkeitsrestriktionen (4.45) nur die $\tilde{b}_i$ stochastische Größen sind, reduziert sich das deterministische Äquivalent auf die Form

(4.62) $$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq \mu_i - \sigma_i F^{-1}(\psi_i) \qquad (i=1,\ldots,m)$$

Betrachtet man den einfachen Fall, daß nur die Absatzhöchstmengen der Produktarten zufallsabhängig sind, so erhält man als deterministische äquivalente Restriktionen

(4.63) $$x_j \leq \mu_j - \sigma_j F^{-1}(\psi_j) \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Für die Konvexität des Lösungsbereichs spielt in diesem Falle die Art der Verteilung der $\tilde{x}_{Hj}$ keine Rolle. Außer-

dem ist eine Beschränkung der ψ_j nicht notwendig.[1] Die Einhaltungswahrscheinlichkeit kann alle Werte $0 \leq \psi_j \leq 1$ annehmen. Gewisse Schwierigkeiten ergeben sich für den Fall diskret verteilter Zufallsvariablen $\tilde{b}_i$, da in diesem Fall der Wert der Umkehrfunktion der Verteilungsfunktion von $\tilde{b}_i$ für ψ_i nicht eindeutig bestimmt ist. In diesem Fall ist für $F(\psi_i)$ der höchste Wert des Intervalls anzusetzen, für das $F(\psi_i) = \psi_i$ gilt.[2]

Den Lösungsansatz des Chance-Constrained-Programming wollen wir am einfachen Standardbeispiel zur Produktions- und Absatzprogrammplanung demonstrieren

Ausgangsdaten

Produktart	DB [DM/ME]	Belastungsfaktoren		Absatzhöchstmengen	
		Stelle 1 [ZE/ME]	Stelle 2 [ZE/ME]	μ	σ
1	10	5	7	155	50
2	12	4	6	244	70
3	8	8	10	410	100
4	6	1,5	5	172	40
Kapazitäten [ZE]		3000	3200		

Es wird davon ausgegangen, daß nur die Absatzhöchstmengen stochastische Größen sind. Die übrigen Daten werden als deterministisch angenommen. Die Absatzhöchstmengen sind normalverteilt mit dem Mittelwert μ_j und der Standardabweichung σ_j. Die Wahrscheinlichkeitsgrenzen für die Einhaltung der Absatzhöchstmengenrestriktionen werden wie folgt angegeben:

Produktart	ψ [%]
1	90
2	80
3	95
4	85

1) Vgl. HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 107.
2) Vgl. BEN-ISRAEL (Problems 1962), S. 6, zitiert nach HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 107.

Die Wahrscheinlichkeitsrestriktionen für die Absatzhöchstmengen sind dann:

$$
\begin{aligned}
W\ (\tilde{x}_{H1} \geq x_1) &\geq 0{,}9 \\
W\ (\tilde{x}_{H2} \geq x_2) &\geq 0{,}8 \\
W\ (\tilde{x}_{H3} \geq x_3) &\geq 0{,}95 \\
W\ (\tilde{x}_{H4} \geq x_4) &\geq 0{,}85
\end{aligned}
$$

Unter Verwendung von (4.63) erhält man als äquivalente Nebenbedingungen

$$
\begin{aligned}
x_1 + 50 \cdot F^{-1}\ (0{,}90) &\leq 155 \\
x_2 + 70 \cdot F^{-1}\ (0{,}80) &\leq 244 \\
x_3 + 100 \cdot F^{-1}\ (0{,}95) &\leq 410 \\
x_4 + 40 \cdot F^{-1}\ (0{,}85) &\leq 172
\end{aligned}
$$

Bei Einsetzen der $F^{-1}\ (\psi_j)$ und entsprechender Umformung ergibt sich:[1)]

$$
\begin{aligned}
x_1 &\leq 90{,}90 \\
x_2 &\leq 185{,}06 \\
x_3 &\leq 245{,}50 \\
x_4 &\leq 130{,}56
\end{aligned}
$$

Das Ausgangstableau des Chance-Constrained-Programms nimmt damit folgende Form an:

---

1) Die Ermittlung der $F^{-1}\ (\psi_j)$ erfolgt unter Zugrundelegung der tabellierten Standardnormalverteilung und linearer Interpolation aus STORM (Wahrscheinlichkeitsrechnung 1965), S. 254, Tafel III. Man erhält

$F^{-1}\ (0{,}90) = 1{,}282$; $F^{-1}\ (0{,}80) = 0{,}842$,
$F^{-1}\ (0{,}95) = 1{,}645$; $F^{-1}\ (0{,}85) = 1{,}036$.

Variablen		x_1	x_2	x_3	x_4
Zielf.	DB =	10	12	8	6
Restriktionen	3000 ≥	5	4	8	1,5
	3200 ≥	7	6	10	5
	90,90 ≥	1			
	185,06 ≥		1		
	245,50 ≥			1	
	130,56 ≥				1

Als optimale Lösung erhält man folgendes Produktions- und Absatzprogramm:

Produktart	Produktions- und Absatzmenge [ME]
1	90,9
2	185,06
3	80,05
4	130,56

Deckungsbeitrag: 4.553,51 DM

Die folgenden Oberlegungen sollen prüfen, inwieweit der Lösungsansatz des Chance-Constrained-Programming für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung geeignet ist. Das Chance-Constrained-Modell geht von einer speziellen Definition der Zulässigkeit einer Lösung aus. Es werden alle diejenigen Lösungen als zulässig betrachtet, die nur "selten" zu einer Verletzung der Nebenbedingungen führen.[1] Extreme Risikofälle werden damit nicht in das Modell aufgenommen. Es wird davon ausgegangen, daß die Kosten einer Verletzung der Nebenbedingungen nicht bekannt sind. Die Ursache für die Formulierung des Planungsproblems

1) Vgl. CHARNES/COOPER (Normal Deviates 1962), S. 136, bringen zum Ausdruck, daß es grundsätzlich erlaubt ist, "to violate this constraint with, at most, probability $(1 - \beta_i)$." Ebenso CHARNES/COOPER (Equivalents 1963), S. 19.

als Chance-Constrained-Modell mag z.B. darin liegen, daß die Nachfrage als unsicher angesehen wird, und eine Angabe des Good-Will-Verlustes äußerst schwierig ist, wenn die Nachfrage nicht befriedigt werden kann.[1] Für Fälle, in denen infolge von Unsicherheiten Fehlmengenkosten auftreten können, wird dieses Vorgehen wegen der schwierigen Bestimmung solcher Fehlmengenkosten als geeignet vorgeschlagen. Bei den Planungsproblemen der kurzfristigen Produktions- und Absatzplanung kann man jedoch davon ausgehen, daß die Kosten einer Verletzung der Nebenbedingungen in vielen Fällen bestimmt werden können. Das Auftreten von Fehlmengen löst z.B. kurzfristige Anpassungsprozesse aus, deren Kosten ermittelt werden können, da die kostenmäßigen Konsequenzen solcher Anpassungsprozesse in der Regel bekannt sind.

Wenn auch die Kosten einer Verletzung der Nebenbedingungen nicht explizit im Planungsansatz des Chance-Constrained-Modell erfaßt werden, so gehen sie dennoch indirekt über die Einhaltungswahrscheinlichkeiten ψ_i in das Modell ein. Die Auswirkungen einer Verletzung der Nebenbedingungen schlagen sich in der Höhe der Einhaltungswahrscheinlichkeiten ψ_i nieder, die der Entscheidungsträger vorgibt.[2] Insofern setzt die Angabe der Mindestanforderungen ψ_i voraus, daß subjektive Vorstellungen über die Konsequenzen einer Verletzung der Nebenbedingungen vorliegen. Damit ergibt sich das Problem, die Einhaltungswahrscheinlichkeiten ψ_i festzulegen. Grundsätzlich gibt es viele Kombinationsmöglichkeiten ψ_i, die jeweils zu unterschiedlichen Zielfunktionswerten führen. Damit stellt sich die Aufgabe der Bewertung verschiedener (DB, ψ_i) Kombinationen. Strebt der Entscheidungsträger die Maximierung des Nutzens an, dann müssen in seiner Präferenzfunktion neben dem Gewinn auch die aus den Kosten der Verletzung von Nebenbedingungen

1) Die Anwendung von Wahrscheinlichkeitsnebenbedingungen findet sich in der Literatur häufig bei Liquiditätsnebenbedingungen. Vgl. z.B. HAX/LAUX (Investitionstheorie 1969), S. 255; SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 156 f.
2) Vgl. MADANSKY (Advances 1963), S. 167.

begründeten Einhaltungswahrscheinlichkeiten ψ_i berücksichtigt werden. Die eigentliche Zielfunktion des Entscheidungsträgers lautet somit Max! N(DB, ψ_i).[1] Der Ansatz des Chance-Constrained-Programming wäre demnach mit verschiedenen ψ_i-Kombinationen durchzurechnen, um auf diese Weise das Optimum aus den "optimalen" Ergebnissen der einzelnen Alternativrechnungen zu ermitteln. Die Ableitung eines solchen Optimum Optimorum wird an der Vielzahl der möglichen ψ_i-Kombinationen, sowie an der Bestimmung der Nutzenfunktion N (DB, ψ_i) oder einer damit übereinstimmenden Entscheidungsregel scheitern.[2] Durch die Vorgabe von Einhaltungswahrscheinlichkeiten ψ_i wird somit das Problem einer Verletzung der Nebenbedingungen nicht gelöst, sondern nur auf eine höhere Stufe verlagert.[3]

Der Vorzug des Chance-Constrained-Programming wird häufig darin gesehen, daß es anwendbar ist, wenn nicht bekannt ist, welche Kosten die Verletzung einer Nebenbedingung verursacht. "Dies ist jedoch nur ein scheinbarer Vorteil, da mit der Festlegung der höchstzulässigen Oberschreitungswahrscheinlichkeit implizit eine Bewertung vorgenommen wird, ohne daß man klar erkennen kann, welcher Wertansatz in die Rechnung eingeht. Eine explizite Bewertung dürfte diesem Vorgehen auch dann vorzuziehen sein, wenn sie auf sehr unzulänglichen Schätzungsgrundlagen beruht.[4]

---

1) Vgl. HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S. 101 f.
2) Vgl. NÄSLUND (Decisions 1967), S. 24 ff., der ein iteratives Verfahren zur Ableitung optimaler Einhaltungswahrscheinlichkeiten entwickelt, das jedoch infolge des damit verbundenen Rechenaufwandes als wenig operational erscheint. Erfolgsversprechender ist die approximative Bestimmung der ψ_i mit Hilfe der Dualvariablen. Vgl. dazu DOCK/BLIEFERNICH (Operationsforschung 1971), S. 238; HAEGERT (Aussagefähigkeit 1970), S.116 ff. Bei ausschließlich zufallsbehaftetem Begrenzungsvektor b_i ist das Ersatzprogramm immer linear, so daß die Anwendung der parametrischen Programmierung aussichtsreich erscheint. Vgl. WERNER (Optimierungsmodelle 1973), S. 149 ff.; Den Versuch einer simultanen Bestimmung von ψ_i und x_j unternimmt SENGUPTA (Stochastic Programming 1972), S. 53 ff.
3) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 159.
4) HAX (Investitionsentscheidungen 1970), S. 134.

Eine weitere, nicht allgemeingültige Implikation des Chance-Constrained-Modells soll am Beispiel einer Absatzhöchstmengenrestriktion gezeigt werden. Wird die Nachfrage nach einer Produktart $\tilde{x}_{Hj}$ als normalverteilt mit μ_j und σ_j angenommen, so ist das deterministische Äquivalent der Absatzhöchstmengenrestriktion durch

$$\mu_j - \sigma_j \cdot F^{-1}(\psi_j) \geq x_j \tag{4.64}$$

gegeben. Der zweite Summand auf der linken Seite der Ungleichung (4.64) beinhaltet ein von der Streuung der Zufallsvariablen und der Wahrscheinlichkeitsanforderung abhängiges Korrekturglied. Bezeichnen wir $\sigma_j F^{-1}(\psi_j)$ als Δ_j, so zeigt die Abb. 22 die Wirkungsweise dieses als Sicherheitsabschlag interpretierbaren Korrekturgliedes.

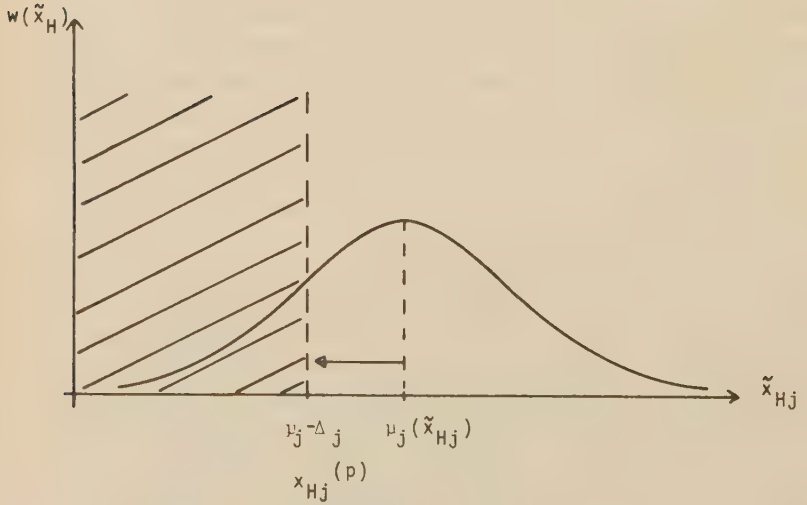


Abb. 22: Sicherheitsabschlag bei als Wahrscheinlichkeitsrestriktion formulierter Absatzhöchstmengenrestriktion

Das deterministische Äquivalent (4.64) legt für die Planung eine Absatzmenge $x_{Hj}^{(p)}$ zugrunde, die dem um die Menge Δ_j verminderten Mittelwert entspricht. Das Korrekturglied Δ_j ist positiv, solange $\psi_j > 0{,}5$ gewählt wird. Wie man aus Abb. 22 sieht, ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Nachfrage eine größere Menge annimmt als die der Planung zugrunde gelegte Menge $x_{Hj}^{(p)}$ größer als die Wahrscheinlichkeit, daß die Nachfrage in den der Planung zugrunde gelegten Bereich fällt (schraffierter Bereich in Abb. 22). Ein auf diese Weise festgelegtes $x_{Hj}^{(p)}$ kann aber nur dann sinnvoll sein, wenn die Kosten möglicherweise auftretender Fehlmengen geringer eingeschätzt werden, als die Kosten möglicherweise anfallender Oberschußmengen. Um das beurteilen zu können, müssen Fehlmengenkosten und Überschußmengenkosten aber bekannt sein. Generell kann nicht davon ausgegangen werden, daß die Fehlmengenkosten kleiner als die Oberschußmengenkosten sind. Im umgekehrten Falle wird man die Einhaltungswahrscheinlichkeit $\psi_j < 0{,}5$ wählen müssen, damit das Korrekturglied Δ_j zu einer Absatzhöchstmenge im Planungsmodell führt, die größer als μ_j ist. Der Ansatz von $\psi_j < 0{,}5$ widerspricht aber dem Grundgedanken des Chance-Constrained-Programming, daß eine Verletzung des Lösungsraumes nur "selten" erfolgen soll.

Bei Übertragung des gleichen Gedankenganges auf eine als Wahrscheinlichkeitsrestriktion formulierte Kapazitätsrestriktion, kommt man zu dem Ergebnis, daß der Ansatz des Chance-Constrained-Modells impliziert, daß eine Reservekapazitätshaltung[1] kostengünstiger eingeschätzt wird als die Folgen möglicherweise auftretender Fehlkapazitäten.[2] Diese Implikation kann ebenfalls nicht generell aufrechterhalten werden.

---

1) Eine Analogie zur Festlegung von Wahrscheinlichkeitsgrenzen ψ_j findet sich bei JACOB (Einzelfertigung 1971), S. 495 ff.; der die Unsicherheit des Auftragseinganges über eine parametrisch abzuwandelnde Reservekapazität auffangen will.
2) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 159.

Im Hinblick auf die Lösbarkeit der als Chance-Constrained-Modell formulierten Planungsmodelle muß verlangt werden, daß es sich um konvexe Programmierungsprobleme handelt,[1] da nicht-konvexe Probleme nach dem heutigen Stand der Optimierungstheorie im allgemeinen nicht gelöst werden können.[2] Obgleich in der Literatur zum Chance-Constrained-Programming eine Anzahl von Prämissen bezüglich des Verteilungstypes und des Bereichs der ψ_i für die Konvexität des Problems herausgearbeitet wurden, "in general it is not yet known under which conditions a chance constrained program is a convex program."[3]

Weitere, jedoch nicht unüberwindliche Schwierigkeiten im Hinblick auf die numerische Lösbarkeit, ergeben sich aus der Nichtlinearität der konvexen deterministischen Ersatznebenbedingungen (4.60). Um die Lösbarkeit mit Hilfe der bekannten linearen Programmierungs-Algorithmen zu gewährleisten, muß der nichtlineare Wurzelausdruck in (4.60) linearisiert werden. Diesen Weg gehen die meisten Veröffentlichungen zum Chance-Constrained-Programming.[4]

Obgleich jedes Planungsproblem, das durch unsichere Koeffizienten in den Restriktionen gekennzeichnet ist, theoretisch als Chance-Constrained-Modell formuliert werden kann[5], finden sich für das Chance-Constrained-Programming

---

1) Ein Programmierungsproblem wird als konvex bezeichnet, wenn die Minimierung einer konvexen oder die Maximierung einer konkaven Zielfunktion über einem konvexen Bereich erfolgen soll. Vgl. KALL (Aussagen 1966), S.250.
2) Vgl. KALL (Produktionsoptimierung 1967), S. 432.
3) KALL (Stochastic 1976), S. 90; zu den Konvexitätseigenschaften der Chance-Constrained-Modelle vgl. ebenda, S. 79-90, sowie MARTI (Konvexitätsaussagen 1971), S. 159 ff.; MARTI (Entscheidungsprobleme 1972), S. 133ff.
4) Vgl. SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969), S. 155, der ein von NÄSLUND (Model 1966) vorgeschlagenes Approximationsverfahren verwendet.
5) Gleichungen als Nebenbedingungen sind im allgemeinen nicht zulässig, vgl. BÖHLER/DICK (Chance-Constrained-Model 1973), S. 110.

nur wenige Anwendungsfälle.[1] Die stärkste Verbreitung hat der Ansatz im Rahmen der Investitions- und Finanzplanung gefunden[2], wenngleich zu seiner Verwendung für diesen Zweck erhebliche Kritik geäußert wurde.[3]

Für die Produktions- und Absatzplanung halten wir den Chance-Constrained-Ansatz aus folgenden Gründen ungeeignet:

Das Problem ist nur bei bestimmten Annahmen konvex und damit rechentechnisch lösbar. Die allgemein gebräuchliche Verwendung von Normalverteilungen für die unsicheren Daten wird bei den Koeffizienten der Produktions- und Absatzprogrammplanung vielfach nicht zulässig sein.[4] Die Vorgabe von Einhaltungswahrscheinlichkeiten löst das Bewertungsproblem bei Verletzung einer Nebenbedingung nicht, sondern verschiebt es nur. Die Lösung des Modells muß nicht zulässig sein und die Folgen der Unzulässigkeit werden durch das Modell nicht behandelt. Die implizite, summarische Bewertung der Folgen einer Verletzung der Nebenbedingungen ist für die Produktions- und Absatzprogrammplanung nicht angebracht, da die Kosten einer Verletzung der Nebenbedingungen quantifiziert werden können, und eine explizite Einbeziehung dieser Kosten in das Modell einer impliziten Bewertung vorzuziehen ist.

---

1) Vgl. BOHLER/DICK (Chance-Constrained-Modell 1973), S. 108 f., die einen Oberblick über bekannte Anwendungen geben.
2) Vgl. z.B. ALBACH (Investitionsbudget 1967), S. 503 ff.
3) Vgl. HAX/LAUX (Investitionstheorie 1969), S. 256 f.
4) Dies gilt insbesondere für unsichere Absatzhöchstmengen, deren Unsicherheit i.d.R. nur durch diskrete subjektive Glaubwürdigkeitsziffern angegeben werden kann. In diesen Fällen wäre zu prüfen, inwieweit durch eine Normalverteilung eine hinreichend genaue Approximation der diskreten Absatzhöchstmengenverteilungen erzielt werden kann. Zur Bedeutung der Normalverteilung bei betriebswirtschaftlichen Entscheidungen vgl. auch SCHNEIDER (Investition 1974), S. 431, der diesem Verteilungstyp jegliche Eignung für betriebswirtschaftliche Probleme abspricht.

42217. Der Lösungsansatz des Kompensationsmodells

Bei der Formulierung stochastischer Programmierungsprobleme als Kompensationsmodell[1] geht man davon aus, daß die Kosten einer Verletzung der Nebenbedingungen quantifiziert werden können. Ist eine solche Quantifizierung möglich, so kann man diese Kosten explizit in das Modell aufnehmen.

Sind in einem linearen Planungsmodell einige oder auch alle Koeffizienten Zufallsparameter, so wird das Planungsproblem g e d a n k l i c h in zwei Stufen zerlegt. In der ersten Planungsstufe werden bestimmte Entscheidungen x_j getroffen. Bei Realisation der Zufallsparameter wird man feststellen, daß die Entscheidungen x_j entweder das Restriktionensystem erfüllen oder aber zu einer Verletzung der Nebenbedingungen führen. Die Abweichungen

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^{n} \hat{a}_{ij} \hat{x}_j - \hat{b}_i \qquad (i=1,\ldots,m) \qquad (4.65)$$ [2]

können positiv, negativ oder auch Null sein. Nach Kenntnis der Abweichungen ist es dem Entscheidungsträger möglich, in einer zweiten Stufe Kompensationsentscheidungen zum Ausgleich dieser Abweichungen zu treffen. Die Kosten dieser Kompensationsentscheidungen sind dabei zu berücksichtigen. Aus der gedanklichen Zerlegung des Problems in zwei Stufen ergibt sich als Entscheidungsproblem: es sind solche Aktionen x_j der ersten Stufe festzulegen, daß eine optimale

---

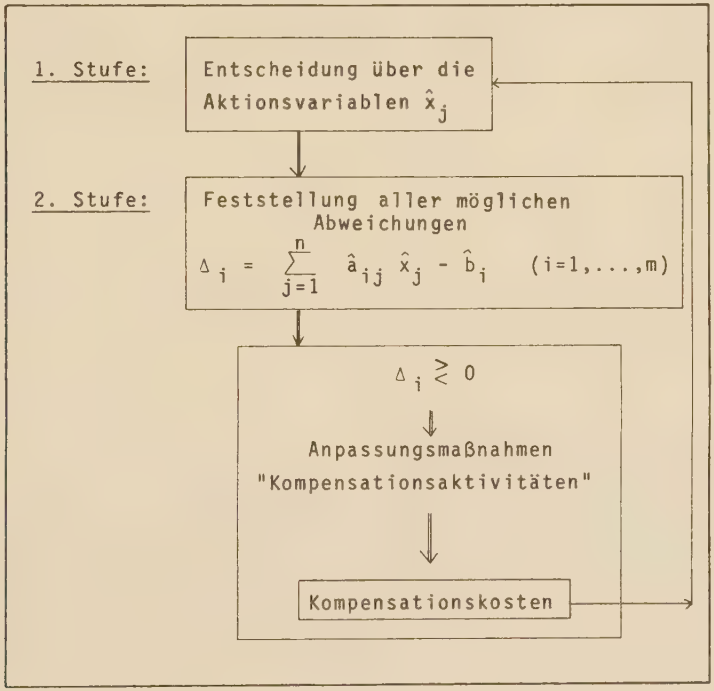
1) Das Kompensationsmodell wird in der Literatur auch als Zweistufenmodell bezeichnet. Vgl. z.B. KALL (Problem 1967), S. 101 ff.; Ebenfalls findet sich in der Literatur die Bezeichnung Slack Solution. Vgl. MADANSKY (Solution 1962), S. 464. Einen umfangreichen Literaturüberblick über die Veröffentlichungen zum Kompensationsmodell geben BÖHLER/DICK (Verteilungsproblem 1972), S. 691.

2) Die Kennzeichnung der Entscheidungsvariablen mit dem Symbol $\hat{}$ deutet an, daß eine Entscheidung schon gefällt wurde. Die Zufallsvariablen $\tilde{a}_{ij}$ und $\tilde{b}_i$ haben die Werte $\hat{a}_{ij}$ und $\hat{b}_i$ angenommen.

Entscheidungsproblem

$$\begin{aligned} \tilde{DB} &= \tilde{c}'x \quad \rightarrow \text{Max!} \\ \tilde{A}x &\leq \tilde{b} \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Lösung mit Hilfe des Kompensationsmodells



Übersicht 2: Grundgedanke des Kompensationsmodells

Kompensation in der zweiten Stufe erfolgen kann. Diesen Grundgedanken des Kompensationsmodells verdeutlicht die Übersicht 2.

Das Problem der zweiten Stufe läßt sich unter Verwendung folgender Kurzzeichen wie folgt formulieren:

y_j	Kompensationsvariablen
q_j	Kompensationskosten für jede ME von y_j
m_{ij}	Kompensationsmenge einer ME y_j beim Produktionsfaktor i
Q	Kompensationskosten der zweiten Stufe insgesamt

$$\tilde{Q} = \sum_{j=1}^{n} q_j \tilde{y}_j \longrightarrow \text{Min!} \qquad (4.65.0)$$

$$\sum_{j=1}^{n} m_{ij} \tilde{y}_j = \tilde{b}_i - \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \qquad (i=s,\ldots,m)^{1)} \qquad (4.65.1)$$

$$\tilde{y}_j \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n) \qquad (4.65.2)$$

Für die Entscheidungen der ersten Stufe gilt es, die x_j so zu bestimmen, daß unter expliziter Berücksichtigung der Kompensationskosten[2)] der zweiten Stufe der Gesamtgewinn aus erster und zweiter Stufe maximiert wird. Die Auswahl optimaler Entscheidungen x_j verlangt außerdem eine simultane Betrachtung der Entscheidungen der ersten und zweiten Stufe.

Das Kompensationsmodell läßt sich dann formulieren als:

---

1) Wir gehen davon aus, daß sich die Restriktionen $Ax \leq b$ in zwei Gruppen zerlegen lassen. Für i=1,..., s-1 nehmen wir an, daß in diesen Restriktionen keine Zufallsparameter enthalten sind, während die Restriktionen i=s,...,m Zufallsvariablen enthalten.

2) Die mit der Kompensation verbundenen Kosten werden vielfach auch als Strafkosten oder "penalty costs" bezeichnet. Vgl. z.B. WETS (Complete Problem 1966), S. 316.

$$(4.66.0) \qquad \tilde{DB} = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j \, x_j - \tilde{Q} \, (\tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_i, x_j) \longrightarrow \text{Max!}$$

$$(4.66.1) \qquad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \, x_j \leq b_i \qquad (i=1,\ldots,s-1)$$ [1)]

$$(4.66.2) \qquad 0 \leq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

wobei

$$\tilde{Q} \, (\tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_i, x_j)$$

$$(4.66.3) \qquad \tilde{Q} = \sum_{j=1}^{n} q_j \, \tilde{y}_j \longrightarrow \text{Min!}$$ [2)]

$$(4.66.4) \qquad \sum_{j=1}^{n} m_{ij} \, \tilde{y}_j = \tilde{b}_i - \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \, x_j \qquad (i=s,\ldots,m)$$

$$(4.66.5) \qquad 0 \leq y_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Wählt man als Ersatzzielfunktion die Maximierung des Erwartungswertes und geht davon aus, daß nur die Zielfunktionskoeffizienten sowie die Absatzhöchstmengen der Produktarten zufallsbehaftet sind, so läßt sich das Standardproblem der Produktions- und Absatzprogrammplanung wie folgt als Kompensationsmodell formulieren:

$$(4.67.0) \qquad E\,[\tilde{DB}] = E \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j \, x_j - \tilde{Q} \, (\tilde{x}_{Hj}, x_j) \right] \longrightarrow \text{Max!}$$

---

1) Die Restriktionen (4.66.1) enthalten keine zufallsabhängigen Parameter. Sind keine Restriktionen dieses Typs vorhanden, ändert sich die Problemstruktur nicht.

2) Das Kompensationsprogramm der zweiten Stufe wird auch als Notprogramm bezeichnet. Vgl. KALL (Aussagen 1966), S.248.

$$(4.67.1) \qquad T_i \geq \sum_{j=1}^{n} t_{ij} x_j \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(4.67.2) \qquad x_j \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n)$$

wobei

$$E\left[\tilde{Q} (\tilde{x}_{Hj}, x_j) \right]$$

$$(4.67.3) \qquad E\left[\sum_{j=1}^{n} q_j \tilde{y}_j \right] \longrightarrow \text{Min!}$$

$$(4.67.4 \qquad m_j \tilde{y}_j = \tilde{x}_{Hj} - x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

$$(4.67.5) \qquad \tilde{y}_j \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Im Folgenden gilt es wiederum, zu prüfen, inwieweit das Zweistufenmodell der stochastischen Programmierung in der Lage ist, die Planungsprobleme der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung bei Berücksichtigung unsicherer Daten zu bewältigen.[1)] Die erste Frage gilt der ökonomischen Relevanz des Kompensationsmodells für die Produktions- und Absatzprogrammplanung. Das Kompensationsmodell geht davon aus, daß alle Entscheidungen x_j, die vor Realisation der Zufallsvariablen getroffen werden, zulässig sind. Diese umfassende Interpretation der Zulässigkeit unterstellt, daß es dem Entscheidungsträger möglich ist, seine Entscheidungen nach Bekanntwerden der Realisationen der Zufallsvariablen zu kompensieren. Es wird also vorausgesetzt, daß Anpassungsmaßnahmen zum Ausgleich der Entscheidungen in der ersten Stufe durchgeführt werden können. Die Kosten dieser eventuell notwendig werdenden Anpassungs-

1) Die Literatur zum Kompensationsproblem behandelt im wesentlichen zwei Fragenkomplexe. Einmal wird die Struktur des Problems untersucht, zum anderen werden Verfahren und Bedingungen der Lösung des Problems herausgearbeitet. Vgl. BOHLER/DICK (Chance-Constrained-Modell 1973), S. 111.

maßnahmen hat der Entscheidungsträger bei seinen Entscheidungen zu berücksichtigen.[1)]

Diese dem Kompensationsmodell implizit zugrunde liegende ökonomische Verhaltensweise entspricht in der Regel der ökonomischen Realität. Es kann davon ausgegangen werden, daß dem Entscheidungsträger bei der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung eine Vielzahl von Anpassungsmaßnahmen zur Verfügung stehen, um die Entscheidungen der ersten Stufe zu korrigieren.[2)] Es kann ebenfalls unterstellt werden, daß die Strafkosten dieser Anpassungsmaßnahmen quantifizierbar sind. Quantifizierungsprobleme treten allerdings dann auf, wenn Fehlmengenkosten in Form von Goodwill-Verlusten oder Opportunitätskosten anfallen.

Wenn man die ökonomische Eignung des Zweistufenmodells bejahen kann, so stellt sich die Frage nach der numerischen Lösbarkeit. Die grundlegende Voraussetzung für die numerische Lösbarkeit ist die Konvexität des Optimierungsproblems. Schon in den ersten Veröffentlichungen zum Kompensationsmodell wird gezeigt, daß es sich unter bestimmten Voraussetzungen, die bei praktischen Problemen erfüllt sind, um ein konvexes Optimierungsproblem handelt.[3)] Desweiteren wird die Differenzierbarkeit der Zielfunktion nach den Aktionsvariablen für die Lösungsverfahren des Kompensationsmodells verwendet.[4)]

---

1) Vgl. DINKELBACH (Programmierung 1975), Sp. 3246.
2) Vgl. VAJDA (Probabilistic Programming 1972), S. 27, der die Möglichkeiten zur Erfassung der Kosten verschiedenster Anpassungsmaßnahmen wie folgt formuliert: "We could make various assumptions about the penalties to be paid."
3) DANTZIG (Uncertainty 1955), S. 196 ff., zeigt die Konvexität für den Fall, daß nur Begrenzungsvektor und Zielfunktionskoeffizienten Zufallsvariablen sind. KALL und WETS weisen die Konvexität für den allgemeineren Fall nach, daß auch die Matrix der technischen Koeffizienten zufallsabhängig ist. Vgl. KALL (Aussagen 1966), S. 252ff.; WETS (Complete Problem 1966), S. 318 ff. Eine noch allgemeinere Aussage über die Konvexität des Problems bei zusätzlich stochastischem Charakter der Kompensationsmatrix findet man bei WALKUP/WETS (Recourse 1967), S. 1299 ff.
4) Vgl. WETS (Complete Problem 1966), S. 322 f.

Neben den beiden erwähnten Eigenschaften hängt die numerische Lösbarkeit von der Art der Verteilung der Zufallsparameter und der Art der unterstellten Kompensation ab. Hinsichtlich der Art der Verteilung ist zu unterscheiden, ob die zufälligen Koeffizienten diskret oder stetig verteilt sind. Die entwickelten Lösungsverfahren unterstellen vorwiegend diskret verteilte Zufallsgrößen.[1] Aber auch für stetig verteilte Zufallsvariablen wurden Lösungsmöglichkeiten entwickelt,[2] so daß die Art der Verteilung der zufallsabhängigen Koeffizienten für die Lösbarkeit nicht von ausschlaggebender Bedeutung ist. Liegen stetige Verteilungen der Zufallsparameter vor, so besteht darüberhinaus die Möglichkeit, diese Verteilungen durch Treppenfunktionen zu approximieren. Das bedeutet, daß jede Zufallsvariable durch eine gewichtete Summe von gleichverteilten stochastischen Variablen ersetzt wird.[3]

Zur Unterscheidung der Art der Kompensation ist es zweckmäßig, von der allgemeinen Schreibweise des Zweistufenmodells auszugehen und den theoretischen Lösungsweg aufzuzeigen.

$$\text{(4.68.0)} \qquad \text{Max!} \quad \tilde{DB} = E\left[\tilde{c}'x - q'\tilde{y}\right]$$

$$\text{(4.68.1)} \qquad A_1 x \qquad = b_1$$

$$\text{(4.68.2)} \qquad \tilde{A}x + M\tilde{y} = \tilde{b}$$

$$\text{(4.68.3)} \qquad x, \tilde{y} \geq 0$$

A_1 ist eine $(m_1 \times n_1)$-Matrix, A eine $(m \times n_1)$-Matrix, M eine $(m \times n)$-Matrix, b_1 ein m_1-Vektor, c ein n_1-Vektor, q ein n-Vektor.[4] Der erste Lösungsschritt besteht nun

---

1) Vgl. BOHLER/DICK (Chance-Constrained-Modell 1973), S.113; WETS (Complete Problem 1966), S. 324 ff. und die dort angegebene Literatur.
2) Vgl. KALL (Problem 1967), S. 105 ff.; WETS (Complete Problem 1966), S. 331 ff.
3) Vgl. WETS (Complete Problem 1966), S. 330.
4) Vgl. KALL (Problem 1967), S. 101.

darin, vor Realisation der Zufallsvariablen einen Vektor x zu bestimmen, so daß (4.68.1) erfüllt ist. Es gilt die Menge

$$(4.69) \qquad T_1 = \left\{ \hat{x} \mid A_1\hat{x} = b_1,\ \hat{x} \geq 0 \right\} \neq 0$$

Da nach Realisation der Zufallsvariablen die Bedingung

$$(4.70) \qquad A_1\hat{x} = b_1$$

in der Regel nicht erfüllt sein wird, werden auftretende Verletzungen mit Strafkosten belegt und im zweiten Lösungsschritt für alle möglichen Realisationen der Zufallsvariablen $\tilde{A}$ und $\tilde{b}$ die Lösungen des Notprogramms

$$(4.71.0) \qquad q'\tilde{y} \rightarrow \text{Min!}$$

$$(4.71.1) \qquad M\tilde{y} = \tilde{b} - \tilde{A}x$$

$$(4.71.2) \qquad \tilde{y} \geq 0$$

bestimmt. Dabei ergeben sich zwei Möglichkeiten

$$(4.72) \quad a) \quad T_2 = \left\{ x \mid x \in T_1,\ \text{es existiert aber kein } \tilde{y} \geq 0 \mid M\tilde{y} = \tilde{b} - \tilde{A}x \text{ für mindestens eine Realisation der Zufallsvariablen } \tilde{b},\ \tilde{A} \right\}$$

oder

$$(4.73) \quad b) \quad T_3 = \left\{ x \mid x \in T_1,\ \text{es gibt ein } \tilde{y} \geq 0 \mid M\tilde{y} = \tilde{b} - \tilde{A}x \text{ für jede Realisation der Zufallsvariablen } \tilde{b},\ \tilde{A} \right\}$$

Der dritte Lösungsschritt besteht darin, $x \in T_3$ so auszuwählen, daß der Zielfunktionswert (4.68.0) maximiert wird.[1)]

Nach der Struktur des Kompensationsproblems lassen sich nun

1) Vgl. ähnlich WERNER (Optimierungsmodelle 1973), S. 38 f.

folgende Fälle der Kompensation unterscheiden:[1)]

(1) allgemeines Kompensationsmodell
(2) eingeschränkte Kompensation (Fixed Recourse-Fall)
(3) vollständige Kompensation (Complete Fixed Recourse-Fall)
(4) einfache Kompensation (Simple Recourse-Fall)

Das allgemeine Kompensationsmodell geht davon aus, daß auch in der Kompensationsmatrix M zufallsabhängige Elemente vorhanden sein können, so daß in der zweiten Stufe wiederum Abweichungen auftreten können, die in einer dritten Stufe behoben werden müssen, wobei erneut zufallsabhängige Kompensation eintreten kann etc. Zufällige Elemente in der Matrix M führen theoretisch zum n-Stufen-Modell.[2)] Dieses Gebiet ist beim heutigen Stand der Forschung weder theoretisch durchdrungen, noch kommt ihm praktische Bedeutung zu, so daß im folgenden nicht näher darauf eingegangen werden wird.

Bei deterministischer Kompensationsmatrix M ist der allgemeine Fall der eingeschränkten Kompensation dann gegeben, wenn die Bedingung (4.72) zutrifft. Nicht bei allen Entscheidungen $\hat{x}$ der ersten Stufe kann eine Kompensationsentscheidung $\hat{y}$ herbeigeführt werden, die einen vollständigen Ausgleich der Nebenbedingung (4.71.1) gewährleistet. Für die Produktions- und Absatzprogrammplanung kann davon ausgegangen werden, daß alle Entscheidungen der ersten Stufe durch entsprechende Anpassungsmaßnahmen ausgeglichen werden können, wenngleich die Kompensationsaktivitäten dann in einem "Nichtstun" oder im anderen Extremfall in einer Vernichtung der produzierten Güter bestehen können.

---

1) Vgl. KALL (Stochastic 1976), S. 39 ff.
2) Vgl. DANTZIG (Uncertainty 1955), S. 204 ff. Zu unterscheiden vom mehrere Kompensationsstufen umfassenden Modell ist die mehrstufige stochastische Programmierung mit Kompensation, die eine dynamische, mehrperiodische Betrachtung des Problems beinhaltet. Vgl. SCHNEEWEISS (Schema 1962), S. 131; WERNER (Optimierungsmodelle 1973), S. 131 ff. Die angloamerikanische Literatur unterscheidet im Hinblick auf den stochastischen Charakter der Kompensationsmatrix M "stochastic programs with recourse" und "stochastic programs with fixed recourse." Vgl. KALL (Stochastic 1976), S.39 ff.; SENGUPTA (Stochastic Programming 1972), S. 182 f.

Vollständige Kompensation liegt dann vor, wenn die Kompensationsmatrix M für jede Entscheidung der ersten Stufe vollständige Kompensation ermöglicht.[1] Ein Spezialfall der vollständigen Kompensation mit für die numerische Lösbarkeit günstigen Eigenschaften liegt dann vor, wenn die Kompensationsmatrix M die Form $[\, I, -I \,]$ annimmt, wobei I die Einheitsmatrix darstellt. Die überwiegende Anzahl der Veröffentlichungen zum Kompensationsmodell und insbesondere die entwickelten Lösungsalgorithmen behandeln diesen Fall der einfachen, vollständigen Kompensation.[2]

Ein weiterer Gesichtspunkt im Hinblick auf die Lösbarkeit stellt die Tatsache dar, daß die bisher entwickelten Lösungsalgorithmen sich auf den Fall stochastischer Zielfunktionskoeffizienten und stochastischer $\tilde{b}_i$ beschränken, wobei die stochastischen $\tilde{b}_i$ in der Regel als ungewisse Nachfragemengen interpretiert werden.[3] In Kapitel 24 wurde bereits darauf hingewiesen, daß für die Produktions- und Absatzprogrammplanung davon ausgegangen werden kann, daß die unternehmensinternen Unsicherheiten, in vielen Fällen von geringem Einfluß sind und aus diesem Grunde eine Vernachlässigung der Unsicherheiten als zulässig erachtet werden kann. Die extern auf das Unternehmen einwirkenden Unsicherheiten schlagen sich in den Koeffizienten der Zielfunktion und vorwiegend in den Absatzrestriktionen nieder. Unterstellt man also deterministische Daten für die unternehmensinterne Technologie und berücksichtigt die Unsicher-

---

1) Vgl. KALL (Stochastic 1976), S. 51. Die Bedingungen, die eine Matrix M erfüllen muß, damit vollständige Kompensation garantiert ist, wurden von KALL (Aussagen 1966), S. 256 ff. herausgearbeitet.
2) Vgl. ebenda, S. 56; vgl. ebenfalls BOHLER/DICK (Chance-Constrained-Modell 1973), S. 113; WETS (Complete Problem 1966), S. 316 ff.
3) So auch schon bei den ersten Veröffentlichungen zum Kompensationsmodell DANTZIG (Uncertainty 1955), S. 196 ff.; FERGUSON/DANTZIG (Allocation 1956), S. 45 ff.

heiten aus den unternehmensextern fixierten Daten, so lassen sich die Planungsmodelle der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung formal als LP-Probleme mit deterministischer Matrix A und stochastischen $\tilde{c}_j$ bzw. $\tilde{b}_i$ interpretieren.

1) Vgl. BOHLER/DICK (Chance-Constrained-Modell), S. 115, die feststellen, daß viele Probleme der Lagerhaltung, der Produktionsplanung und der Produktionsglättung als Kompensationsproblem mit vollständiger Kompensation aufgefaßt, aber nicht immer explizit auf ein Modell der Form (4.66) gebracht werden.

4222. Bewältigung des Unsicherheitsproblems mit Hilfe der Simulation

Der Begriff der Simulation wird in der Literatur in einer vielschichtigen Bedeutung verwendet.[1] Versteht man darunter ganz allgemein die Durchführung von Berechnungsexperimenten an einem mathematischen Modell[2], so wird damit schon die Vielfalt der Anwendungsmöglichkeiten und auch die Verwendbarkeit für Probleme der Produktions- und Absatzplanung angedeutet. Die Technik der Simulation kann grundsätzlich auf alle Probleme angewendet werden, die sich in einem mathematischen Modell formulieren lassen.

Bei den bisher untersuchten Lösungsansätzen mathematischer Modelle stand die Ermittlung optimaler Lösungen im Vordergrund. Mit der Einbeziehung stochastischer Elemente in die Modellanalyse zeigte sich, daß die Leistungsfähigkeit analytischer Verfahren begrenzt ist. Gerade dann, wenn die analytische Lösung mathematischer Modelle versagt, zu aufwendig oder aber auch zu zeitraubend ist, bietet sich der Einsatz von Berechnungsexperimenten an. Die Modellanalyse in Form von Berechnungsexperimenten muß allerdings in den meisten Fällen mit einem Verzicht auf die optimale Lösung erkauft werden. Im Berechnungsexperiment wird das Entscheidungsmodell nicht im Sinne einer Optimierung gelöst, sondern nur unter alternativen Bedingungen "gerechnet". Da nur selten alle Alternativen erfaßt werden können, läßt sich nicht feststellen, ob die optimale Alternative gefunden ist und wie weit das evtl. nicht gefundene Optimum von

---

1) Vgl. KOLLER (Simulation 1969), S. 70 ff.; MERTENS (Simulation 1969), S. 7 ff.; MÖLLER (Simulation 1969), S. 61 ff., wo sich eine ausführliche Diskussion der verschiedenen Auffassungen zum Begriff der Simulation findet und die wesentlichen Elemente der Simulation herausgearbeitet werden.

2) Zur Abgrenzung von Analog-Simulation physischer Modelle und Digital-Simulation mathematischer Modelle vgl. KOLLER (Simulation in der BWL 1976), Sp. 3540.

den gefundenen Lösungen entfernt ist.[1)]

Im Gegensatz zu linearen Planungsmodellen liegt den Simulationsmodellen keine allgemein festgelegte Modellstruktur zugrunde.[2)] Dies stellt einen Vorteil dar, wenn darin die Möglichkeit gesehen wird, das Simulationsmodell an unterschiedlichste Problemstrukturen anzupassen. Andererseits ergibt sich hieraus die Notwendigkeit, ohne feste Vorlage, wie sie z.B. durch ein lineares Gleichungssystem gegeben ist, den Modellaufbau jeweils neu zu formulieren. Die prinzipiell uneingeschränkte Fähigkeit zur Abbildung beliebiger Systeme[3)] erklärt die Einsetzbarkeit der Simulation in allen betrieblichen Teilbereichen. Das breite Spektrum bekannt gewordener Anwendungsbeispiele von Simulationsmodellen bestätigt dies.[4)] Im Bereich der Unternehmensführung und Unternehmensplanung lassen sich zwei Klassen von Simulationsmodellen unterscheiden:[5)]

- stark aggregierte, mehrere Sektoren einer Unternehmung umfassende Modelle (Unternehmensmodelle, Enterprise Models)
- detaillierte, auf spezielle Teilbereiche abgestellte Modelle.

---

1) Vgl. KOLLER (Simulation in der BWL 1976), Sp. 3540; LUDEWIG (Simulationsmodelle 1975), S. 16, sieht im Verlust des eindeutigen Optimums den Preis für die außerordentliche Erweiterung des Anwendungsbereiches der mathematischen Modellanalyse. Ähnlich MÖLLER (Simulation 1969), S. 83.
2) Vgl. LUDEWIG (Simulationsmodelle 1975), S. 17.
3) Vgl. MÖLLER (Simulation 1969), S. 83. Vgl. auch das breite Anwendungsspektrum bei CHORAFAS (Systems 1965).
4) Einen Oberblick über Anwendungsbeispiele der Simulation in der BWL geben z.B. KOXHOLT (Simulation 1967), S.1o4 ff; MERTENS (Simulation 1969), S. 49 ff.; MÖLLER (Simulation 1969), S. 74 ff.; WITTE (Simulationstheorie 1973), S. 38 ff.; Das breite Anwendungsfeld der Simulation hat zur Entwicklung von speziellen Simulationsprogrammier- und -steuerungssystemen geführt. Vgl. dazu den Oberblick bei KOXHOLT (Simulation 1967), S. 57 ff.
5) Vgl. MERTENS (Simulation 1969), S. 49, der Simulationsmodelle beider Klassen wiedergibt und diskutiert.

Während die Problematik der erstgenannten Klasse von Simulationsmodellen eher in der Komplexität des abgebildeten realen Systems zu sehen ist, kommt die letztgenannte Klasse von Simulationsmodellen bevorzugt zur Anwendung, wenn stochastische Modellelemente einer analytischen Modellanalyse Grenzen setzen.

Die aufgezeigten Eigenschaften von Simulationsmodellen lassen erkennen, daß eine Anwendung auf die Produktions- und Absatzprogrammplanung möglich ist und das Problem stochastischer Modelldaten mit diesem Verfahren bewältigt werden kann, wenngleich dann auf die Bestimmung des exakten Optimums verzichtet werden muß. Im Rahmen dieser Arbeit wollen wir jedoch die Einsatzmöglichkeiten und die Leistungsfähigkeit der Simulation zur kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung nicht weiter verfolgen, sondern die Problematik und Möglichkeiten der analytischen Lösungsverfahren in den Vordergrund stellen.

43. Zusammenfassende Beurteilung der Konzeptionen zur Bewältigung des Unsicherheitsproblems und deren Eignung für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung

Mit der Darstellung der Konzeptionen zur Behandlung unsicherer Daten, die für die Produktions- und Absatzplanung gegebenenfalls herangezogen werden können, kann kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben werden. So könnte man z.B. grundsätzlich auch die Theorie der Wertpapiermischung für die Zusammenstellung von Produktions- und Absatzprogrammplänen heranziehen, da es sich hierbei letztlich ebenfalls um eine Technik des Zusammenstellens von Programmen bei gegebenen Gewinn- und Risikoinformationen handelt.[1] Möglich wäre auch die Interpretation des Unsicherheitsproblems als Vektormaximumproblem, da bei Vorliegen unsicherer Daten immer eine Entscheidung mit mehrfacher Zielsetzung vorliegt.[2] Diese und mögliche andere Ansätze, die zur Produktions- und Absatzprogrammplanung herangezogen werden könnten, wollen wir nicht weiter verfolgen.

Fassen wir die Ergebnisse zusammen, die unsere Analyse der Konzeptionen zur Behandlung unsicherer Daten im Hinblick auf die Eignung für Probleme der Produktions- und Absatzprogrammplanung ergeben hat, so läßt sich feststellen, daß Chancen-Risiko-Konzept und Sensitivitätsanalyse[3] das Entscheidungsproblem nicht lösen. Dennoch bietet die Sensitivitätsanalyse ein Verfahren, das in der Lage ist, wertvolle zusätzliche Informationen bereitzustellen. Die Reduktion unsicherer Daten auf einwertige Größen ermöglicht zwar die Lösung des Entscheidungsproblems, vernachlässigt jedoch die Unsicherheitsproblematik vollkommen, so daß die

1) Vgl. SCHNEIDER (Investition 1974), S. 365 f.; der betont, daß die Methode der Portfolio Selection auf alle Aufgaben der Programmplanung übertragen und damit auch für die Suche nach dem besten Produktions- und Absatzprogramm angewendet werden kann. Vgl. zur Portfolio Selection MÖLLER (Portfolio Selection 1970); ORTH (Finanzplanung 1961).

2) Vgl. DINKELBACH (Zielsetzungen 1973), S. 38 ff. Die Formulierung stochastischer Programmierungsprobleme als Vektormaximumprobleme findet man bei DÖRR

Aussagefähigkeit bei diesem Vorgehen sehr begrenzt ist und letztlich nur Widerspruchsfreiheit zwischen Ausgangsdaten und Ergebnis resultiert. Die Lösungsvorschläge der stochastischen linearen Programmierung lassen sich infolge der speziellen Fragestellungen und der ökonomischen Unterstellungen nur begrenzt auf die Produktions- und Absatzprogrammplanung anwenden. Am geeignetesten erscheint das Kompensationsmodell, da bei diesem Modellansatz die ökonomischen Implikationen weitgehend der Realität entsprechen und eine Lösbarkeit dieses Modells bei der Unsicherheitsstruktur der für die Produktions- und Absatzprogrammplanung relevanten Daten möglich ist.

Im folgenden soll versucht werden, die Einbeziehung unsicherer Daten in die Produktions- und Absatzprogrammplanung mit dem Kompensationsmodell zu lösen. Dabei wird zunächst vom Standardproblem der Produktions- und Absatzprogrammplanung ausgegangen und anschließend eine schrittweise Integration von Entscheidungsproblemen der Produktionsvollzugsplanung vorgenommen.

Fortsetzung der Fußnoten von S.228:
(Programmierungsmodelle 1972); DORR (Modelle 1973).

3) Die parametrische Programmierung ist dabei eingeschlossen.

5. Planungsmodelle zu ausgewählten Problemkreisen der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung bei Berücksichtigung unsicherer Daten

51. Die Lösung des Standardproblems der Produktions- und Absatzprogrammplanung mit Hilfe des Kompensationsmodells

511. Der Aufbau der Zielfunktion des Standardproblems

Als Ausgangspunkt der folgenden Überlegungen wählen wir das Standardproblem der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung:

$$(5.1.0) \qquad G = \sum_{j=1}^{n} (p_j - k_j)\, x_j \longrightarrow \text{Max!}$$

$$(5.1.1) \qquad T_i \geq \sum_{j=1}^{n} t_{ij}\, x_j \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(5.1.2) \qquad \tilde{x}_{Hj} \geq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

$$(5.1.3) \qquad x_j \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Der Einfachheit halber gehen wir davon aus, daß nur die Absatzhöchstmengen der Produktarten $\tilde{x}_{Hj}$ zufallsabhängige Größen sind, deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen bekannt sind. Bei Formulierung dieses Entscheidungsproblems als Kompensationsmodell[1)] werden die Restriktionen (5.1.2) wie folgt spezifiziert:

$$(5.2) \qquad \tilde{x}_{Hj} = x_j - \tilde{y}_{Oj} + \tilde{y}_{Fj} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Hierin stellen $\tilde{y}_{Oj}$ und $\tilde{y}_{Fj}$ die Kompensationsvariablen der zweiten Stufe dar. Für diese Kompensationsvariablen gelten die Nichtnegativitätsbedingungen ebenfalls, so daß die

---

1) Wir gehen im folgenden von vollständiger, einfacher Kompensation aus.

Restriktionen (5.1.3) erweitert werden zu

$$(5.3) \qquad x_j \, , \, \tilde{y}_{0j} \, , \, \tilde{y}_{Fj} \geq 0 \qquad (j=1,\ldots,n) \quad 1)$$

Die Nebenbedingungen (5.2) sind wie folgt zu interpretieren: wurden in der ersten Stufe die Entscheidungen x_j getroffen, so können die Zufallsvariablen $\tilde{x}_{Hj}$ Werte annehmen, so daß $\hat{x}_{Hj} < x_j$ oder $\hat{x}_{Hj} > x_j$. Ist $\hat{x}_{Hj} > x_j$, d.h. die realisierte Nachfrage übersteigt die Produktion, so werden die Differenzen $(\hat{x}_{Hj} - x_j)$ durch die Kompensationsvariablen $\hat{y}_{Fj}$ ausgeglichen. Im anderen Falle, $\hat{x}_{Hj} < x_j$, werden die Differenzen $(x_j - \hat{x}_{Hj})$ durch die Kompensationsvariablen $\hat{y}_{0j}$ ausgeglichen. Die Kompensationsvariablen $\tilde{y}_{Fj}$ stellen somit Fehlmengen, die Kompensationsvariablen $\tilde{y}_{0j}$ Oberschußmengen dar. Sieht man vom stochastischen Charakter der Restriktionen (5.2) ab, so lassen sich die Kompensationsvariablen $\tilde{y}_j$ als die Schlupfvariablen der Absatzrestriktionen interpretieren.

Die Zielfunktion des Standardproblems (5.10) nimmt bei Formulierung des Entscheidungsproblems als Kompensationsmodell die Form

$$(5.4) \qquad \tilde{G} = \sum_{j=1}^{n} \left[(p_j - k_j)\, x_j - \tilde{Q}(\tilde{x}_{Hj}, x_j) \right] \rightarrow \text{Max!}$$

an. Als Ersatzzielfunktion legen wir die Maximierung des Erwartungswertes der Zielgröße zugrunde.[2] Man erhält

$$(5.5) \qquad E[\tilde{G}] = E\left[\sum_{j=1}^{n} \left((p_j - k_j)\, x_j - \tilde{Q}(\tilde{x}_{Hj}, x_j) \right) \right] \rightarrow \text{Max!}$$

Die Zielfunktion (5.5) muß in zweifacher Hinsicht modifiziert werden. Infolge der zufallsbehafteten Absatzmengen wird auch der Umsatz zu einer Zufallsvariablen. Zum anderen sind die Kompensationskosten $\tilde{Q}(\tilde{x}_{Hj}, x_j)$ anzugeben. [3]

---

1) Die Nichtnegativitätsbedingungen (5.3) gelten für alle folgenden Planungsmodelle. Wir verzichten deshalb darauf, sie bei den einzelnen Modellen erneut aufzuführen.

2) Bei allen folgenden Planungsmodellen wird als Ersatzzielfunktion die Maximierung des Erwartungswertes der Zielgröße zugrunde gelegt.

3) Der ökonomische Inhalt der Kompensationskosten wird im einzelnen im Abschnitt 52 analysiert.

Die dem Standardproblem zugrunde liegende Prämisse identischer Produktions- und Absatzmengen ist bei stochastischen Nachfragemengen nicht mehr gegeben. Entscheidungsvariablen des Modells sind in diesem Falle nur die Produktionsmengen der ersten Stufe. Die erzielbaren Deckungsbeiträge, die in (5.4) als

$$(5.6) \qquad \sum_{j=1}^{n} (p_j - k_j)\, x_j$$

dargestellt sind, müssen deshalb anders formuliert werden. Zu diesem Zweck ist es notwendig, die relevanten Kosten in zwei Kostenkategorien zu unterteilen. Die von den Produktionsmengen abhängigen variablen Kosten wollen wir in den Herstellkosten k_{Hj} zusammenfassen. Die umsatzabhängigen variablen Kosten werden in den Vertriebskosten k_{Vtj} erfaßt.[1] Als proportionale Herstellkosten erhält man

$$(5.7) \qquad K_H = \sum_{j=1}^{n} k_{Hj}\; x_j$$

der Deckungsbeitrag über die Vertriebskosten ergibt sich als

$$(5.8) \qquad \tilde{DB}^* = \sum_{j=1}^{n} (p_j - k_{Vtj})\, \tilde{x}_{Hj} = \sum_{j=1}^{n} p_j^*\, \tilde{x}_{Hj}$$

sofern die Nachfrage x_{Hj} die Produktion x_j nicht übersteigt Gehen wir davon aus, daß der Realisationsbereich der Zufallsvariablen durch die Intervalle

$$\left[x_{HjMin} \,;\, x_{HjMax} \right] \qquad (j=1,\ldots,n)$$

gekennzeichnet ist, so lassen sich für den Erwartungswert des Deckungsbeitrags drei Bereiche angeben. Man erhält

Bereich (1)

$$(5.9) \qquad E\left[\tilde{DB}^*\right] = \sum_{j=1}^{n} p_j^*\, x_j \qquad \text{für } 0 \le x_j < x_{HjMin}$$

Werden Produktionsmengen x_j gewählt, die kleiner als die Mindestnachfrage x_{HjMin} sind, so können alle produzierten

---

1) Damit lösen wir uns für die Modellanalyse von der in der Kostenrechnung gebräuchlichen Kostenkategorisierung in Herstellkosten, Verwaltungskosten und Vertriebskosten.

Stückzahlen mit Sicherheit abgesetzt werden.

Bereich (2)

$$(5.10)\quad E[\tilde{DB}^*] = \sum_{j=1}^{n} \left[p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} \tilde{x}_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} x_j\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \right] \quad 1)$$

$$\text{für } x_{Hj\,Min} \le x_j \le x_{Hj\,Max}$$

Werden Produktionsmengen im Realisationsbereich der Zufallsvariablen gewählt, so kann nur die Mindestnachfrage mit Sicherheit abgesetzt werden. Darüber hinaus produzierte Mengen können nur mit Wahrscheinlichkeit abgesetzt werden.

Bereich (3)

$$(5.11)\quad E[\tilde{DB}^*] = \sum_{j=1}^{n} p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} \tilde{x}_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj})$$

$$\text{für } x_{HjMax} < x_j < \infty \quad 2)$$

Bei Produktionsmengen oberhalb der maximalen Nachfrage können maximal die nachgefragten Mengen mit Wahrscheinlichkeit abgesetzt werden.

In allgemeiner Darstellungsweise erhält man für den erwarteten Deckungsbeitrag den Ausdruck (5.10), da hierin die beiden Fälle (5.9) und (5.11) enthalten sind.[3)]

Der Verlauf des erwarteten Deckungsbeitrags $E[\tilde{DB}^*]$ soll mit folgendem Beispiel verdeutlicht werden. Für eine Produktart gelten die Daten:

---

1) $F_j(\tilde{x}_{Hj})$ gibt die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen $\tilde{x}_{Hj}$ an.

2) Es wird zunächst davon ausgegangen, daß die Produktionsmengen nicht beschränkt sind.

3) Im Bereich $0 \le x < \tilde{x}_H$ ist $\int_{\tilde{x}_H < x} dF(\tilde{x}_H)$, d.h. die Wahrscheinlichkeit, daß die Nachfrage einen kleineren Wert als die Produktionsmenge annimmt gleich Null. $\int_{\tilde{x}_H > x} dF(\tilde{x}_H)$ ist in diesem Bereich 1,0. Im Bereich $\tilde{x}_H < x$ ist $\int_{\tilde{x}_H > x} dF(\tilde{x}_H)$ gleich Null.

$p = 21{,}-$ DM/ME
$k_{Vt} = 1{,}-$ DM/ME
$k_H = 16{,}-$ DM/ME

w	x_H
0,2	60
0,4	100
0,3	120
0,1	140

Die Funktion des erwarteten Deckungsbeitrags über die variablen Vertriebskosten in Abhängigkeit von der Produktionsentscheidung ist dann

$$
\begin{array}{lll}
0 \le x < 60 & E[\tilde{DB}^*] = 20\,x & \\
60 \le x < 100 & E[\tilde{DB}^*] = 16\,x + & 240 \\
100 \le x < 120 & E[\tilde{DB}^*] = 8\,x + & 1040 \\
120 \le x < 140 & E[\tilde{DB}^*] = 2\,x + & 1760 \\
140 \le x < \infty & E[\tilde{DB}^*] = & 2040
\end{array}
\qquad (5.12)
$$

Die Funktion der Herstellkosten ist nach (5.7)

$$K_H = 16\,x \qquad 0 \le x \le \infty \qquad (5.13)$$

so daß der Erwartungswert des Deckungsbeitrags über die Grenzherstellkosten gegeben ist durch

$$
\begin{array}{lll}
0 \le x < 60 & E[\tilde{DB}] = 4\,x & \\
60 \le x < 100 & E[\tilde{DB}] = & 240 \\
100 \le x < 120 & E[\tilde{DB}] = -8\,x + & 1040 \\
120 \le x < 140 & E[\tilde{DB}] = -14\,x + & 1760 \\
140 \le x < \infty & E[\tilde{DB}] = -16\,x + & 2040
\end{array}
\qquad (5.14)
$$

Abb. 23 zeigt den Verlauf von $E[\tilde{DB}^*]$, K_H und $E[\tilde{DB}]$ in Abhängigkeit von der produzierten Menge x.

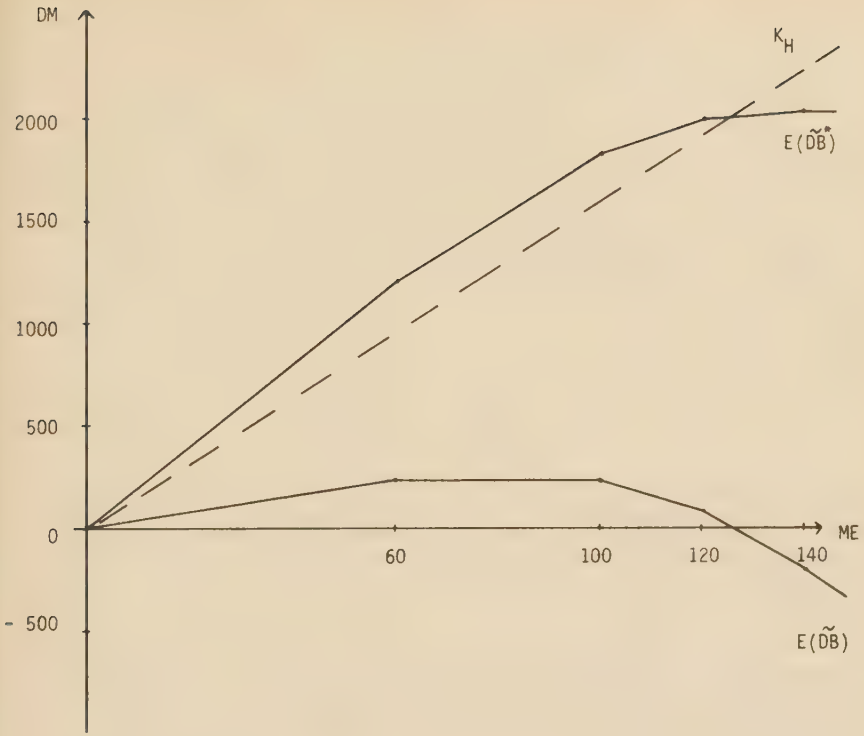


Abb. 23: Verlauf des erwarteten Deckungsbeitrags bei zufallsabhängiger Nachfrage.

Die Kompensationskosten der Zielfunktion (5.4)

(5.15) $\tilde{Q}\ (\tilde{x}_{Hj},\ x_j)$

resultieren aus den möglicherweise anfallenden Überschußmengen $\tilde{y}_{Oj}$ und den möglicherweise auszugleichenden Fehlmengen $\tilde{y}_{Fj}$. Nehmen wir an, daß überschüssige Mengen gelagert werden und Fehlmengen durch Fremdbezug ausgeglichen werden,[1] so sind die Kompensationskosten bestimmt durch [2]

(5.16) $$\tilde{Q} = \sum_{j=1}^{n} (q_{Lj}\ \tilde{y}_{Lj} + q_{Fj}\ \tilde{y}_{Fj})$$

---

1) Zum Inhalt der Kompensationskosten vgl. S. 267 ff. und S. 284 f.

2) Mit dem Index L soll ausgedrückt werden, daß als Kompensationsaktivität zum Ausgleich der Überschußmengen eine Lagerung der Produktarten durchgeführt wird.

q_{Lj} = Lagerkostensatz
q_{Fj} = Fehlmengenkostensatz 1)

Der Erwartungswert der Kompensationskosten ist dann

$$(5.17) \quad E[\tilde{Q}] = E\left[\sum_{j=1}^{n} (q_{Lj}\,\tilde{y}_{Lj} + q_{Fj}\,\tilde{y}_{Fj})\right]$$

oder bei expliziter Darstellungsweise

$$(5.18) \quad E[\tilde{Q}] = \sum_{j=1}^{n}\left[q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \leq x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + q_{Fj} \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} (\tilde{x}_{Hj} - x_j)\, dF_j(\tilde{x}_{Hj})\right]$$

Der erste Summand der rechten Seite von (5.18) beinhaltet den Erwartungswert der Kompensationslagerkosten, der zweite Summand den Erwartungswert der Kompensationsfehlmengenkosten.

Den Zusammenhang zwischen Entscheidungsvariabler x, Zufallsvariabler $\tilde{x}_H$ und Kompensationsvariablen $\tilde{y}_L$ und $\tilde{y}_F$ verdeutlicht die Abb. 24. Aus dem Diagramm lassen sich die zu verschiedenen Strategien x gehörenden Fehlmengen und Lagermengen in Abhängigkeit von der Zufallsvariablen $\tilde{x}_H$ ablesen. Die Strategien x_{FMax} und x_{Fo} geben Grenzstrategien im Hinblick auf die möglicherweise anfallenden Fehlmengen an. Wird die Strategie x_{FMax} gewählt, so fallen maximal y_{FMax} Fehlmengeneinheiten an, nämlich dann, wenn die maximale Nachfrage realisiert wird. Bei einer Strategie $x > x_{Fo}$ können selbst dann keine Fehlmengen mehr anfallen, wenn sich die maximale Nachfrage einstellt. Die Strategie x_{Lo} gibt die untere Grenzstrategie für das Anfallen von Lagermengen an. Bei einer Strategie $x < x_{Lo}$ fallen selbst dann keine Lagermengen an, wenn nur die minimale Nachfrage realisiert

---

1) Es wird angenommen, daß $q_{Lj} + q_{Fj} \geq 0 \quad (j=1,\ldots,n)$. Diese Annahme ist für die Lösbarkeit des Problems erforderlich, entspricht aber i.d.R. der Realität. Vgl. WETS (Complete Problem 1966), S. 319 f.

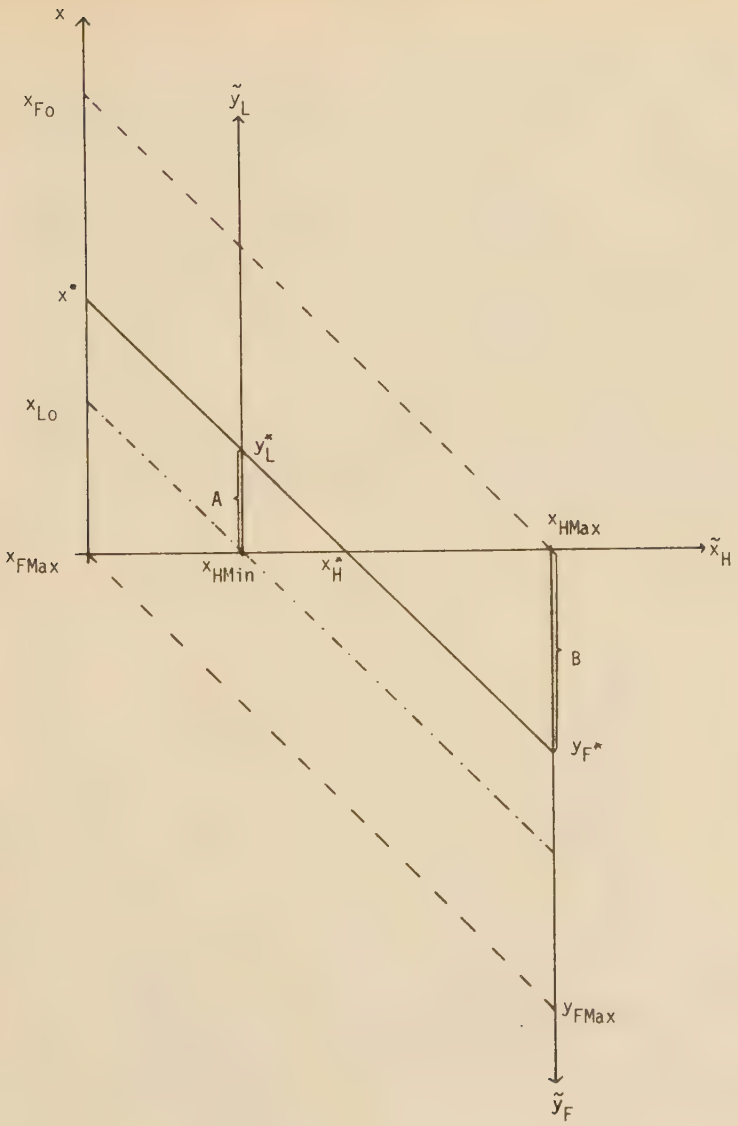


Abb. 24: Zusammenhang zwischen Entscheidungsvariabler, Zufallsvariabler und Kompensationsvariablen

wird. Bei gewählter Strategie x^* gibt die Strecke A den in Abhängigkeit von $\tilde{x}_H$ möglichen Lagermengenbereich und die Strecke B den in Abhängigkeit von $\tilde{x}_H$ möglichen Fehlmengenbereich an. Die über dem Intervall $[x_{HMin}, x_{HMax}]$ definierte Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen $\tilde{x}_H$ wird an der Stelle x_H^* in zwei Teile (I und II) aufgespalten. Durch die Strategie x^* wird die Wahrscheinlichkeitsmasse über der Zufallsvariablen $\tilde{x}_H$ aufgespalten und auf die Zufallsvariablen $\tilde{y}_L = (\tilde{x}_H - x)$ und $\tilde{y}_F = (x - \tilde{x}_H)$ verteilt. Die Fläche I schiebt sich auf die $\tilde{y}_F$-Achse zu I' und die Fläche II auf die $\tilde{y}_L$-Achse zu II'. Graphisch werden die Wahrscheinlichkeitsmassen I und II durch ein Herumklappen um die Drehpunkte x_{HMax} und x_{HMin} auf die $\tilde{y}_F$- und die $\tilde{y}_L$-Achse konstruiert. (Vgl. Abb. 25).

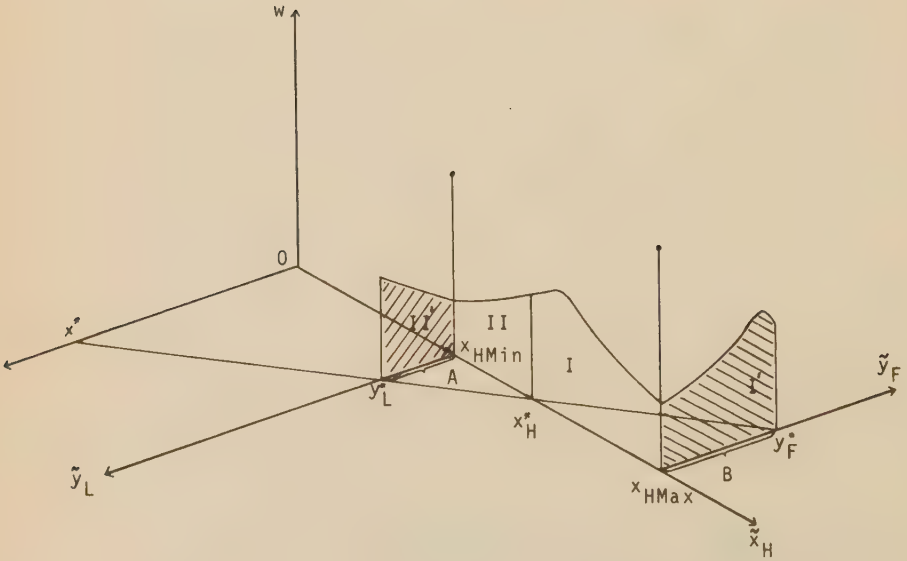


Abb. 25: Verteilung der über den Absatzhöchstmengen liegenden Wahrscheinlichkeitsmasse auf Lagermengen und Fehlmengen

Will man den Verlauf der Strafkostenfunktion (5.18) analysieren, so lassen sich wieder drei charakteristische Bereiche unterscheiden:

$$\begin{array}{lll} \text{Bereich (1):} & 0 \leq x_j < x_{HjMin} & \\ \text{Bereich (2):} & x_{HjMin} \leq x_j \leq x_{HjMax} & \\ \text{Bereich (3):} & x_{HjMax} < x_j < \infty & \end{array} \qquad 1)$$

Der Verlauf der Strafkosten soll für diese drei Bereiche näher untersucht werden.[2)]

Bereich (1): $0 \leq x_j < x_{HjMin} \qquad (j=1,\ldots,n)$

Werden Produktionsmengen x_j gewählt, die unterhalb der Mindestabsatzmengen x_{HjMin} liegen, so können die Zufallsvariablen $\tilde{x}_{Hj}$ keinen Wert annehmen, der ebenfalls in diesen Bereich fällt, d.h.

$$(5.19) \qquad \left\{ \tilde{x}_{Hj} \;\middle|\; \tilde{x}_{Hj} \leq x_j \right\} = \emptyset \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Daraus folgt aber, daß

$$(5.20) \qquad \int_{\tilde{x}_{Hj} < x_j} dF_j\,(\tilde{x}_{Hj}) = 0 \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Die Strafkostenfunktion reduziert sich deshalb auf

$$(5.21) \qquad E\left[\tilde{Q}\right] = \sum_{j=1}^{n} q_{Fj} \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} (\tilde{x}_{Hj} - x_j)\, dF_j(\tilde{x}_{Hj})$$

Wegen (5.19) kann man (5.21) vereinfachen zu

$$(5.22) \qquad E\left[\tilde{Q}\right] = \sum_{j=1}^{n} \left[q_{Fj}\, E(\tilde{x}_{Hj}) - q_{Fj}\, x_j \right]$$

Bei differenzierbarer Strafkostenfunktion (5.22) erhält man

$$(5.23) \qquad \frac{d\, E\left[\tilde{Q}\right]}{d\, x_j} = - q_{Fj} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

---

1) Für den Fall, daß die Absatzuntergrenze einer Produktart $x_{HjMin}=0$ ist, entfällt der Bereich (1).

2) Vgl. hierzu auch WETS (Complete Problem 1966), S. 321 ff.

Bei Produktionsmengen unterhalb der Mindestabsatzmengen führt die Erhöhung der Produktion um eine Einheit der Produktart j also zu einer Verringerung der Strafkosten in Höhe des Fehlmengenkostensatzes q_{Fj}. (5.22) zeigt, daß im ersten Bereich nur Fehlmengenkosten in Abhängigkeit von den Produktionsmengen x_j und den Zufallsvariablen $\tilde{x}_{Hj}$ anfallen.

Bereich (2): $x_{HjMin} \leq x_j \leq x_{HjMax} \quad (j=1,\ldots,n)$

Werden Produktionsmengen innerhalb des Realisationsbereichs der Zufallsvariablen $\tilde{x}_{Hj}$ gewählt, so ist das Auftreten von Fehlmengen wie auch das Auftreten von Lagermengen mit Wahrscheinlichkeit möglich. Es ist

$$(5.24) \quad \left\{ \tilde{x}_{Hj} \mid \tilde{x}_{Hj} \leq x_j \right\} = \left\{ \tilde{x}_{Hj} \mid x_{HjMin} \leq \tilde{x}_{Hj} \leq x_j \right\} \quad (j=1,\ldots,n)$$

Als Strafkostenfunktion erhält man

$$(5.25) \quad E[\tilde{Q}] = \sum_{j=1}^{n} \left[q_{Fj} \left[E(\tilde{x}_{Hj}) - x_j \right] - (q_{Fj} + q_{Lj}) \int_{x_{HjMin}}^{x_j} (\tilde{x}_{Hj} - x_j)\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \right]$$

Wie man sieht, ist der Verlauf dieser Funktion abhängig von den Verteilungsfunktionen $F_j(\tilde{x}_{Hj})$ der Absatzhöchstmengen. Ist $E[\tilde{Q}]$ im Intervall $[x_{HjMin}, x_{HjMax}]$ differenzierbar, so ist

$$(5.26) \quad \frac{dE[Q]}{dx_j} = -q_{Fj} + (q_{Fj} + q_{Lj}) \int_{x_{HjMin}}^{x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \quad (j=1,\ldots,n)$$

Bereich (3): $x_{HjMax} < x_j < \infty \quad (j=1,\ldots,n)$

Werden Produktionsmengen größer als die Absatzmengenobergrenzen gewählt, so liegen die Realisationen der Zufallsvariablen $\tilde{x}_{Hj}$ immer unterhalb der Produktionsmengen. Es gilt

$$(5.27)\quad \left\{ \tilde{x}_{Hj} \mid \tilde{x}_{Hj} \leq x_j \right\} = \Phi \qquad (j=1,\ldots,n) \quad 1)$$

Als Strafkostenfunktion erhält man

$$(5.28)\quad E[\tilde{Q}] = \sum_{j=1}^{n} q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \in \Phi} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj})$$

oder vereinfacht wegen (5.27)

$$(5.29)\quad E[\tilde{Q}] = \sum_{j=1}^{n} q_{Lj} \left[x_j - E(\tilde{x}_{Hj}) \right]$$

Bei Differenzierbarkeit der Funktion (5.29) im Bereich $[x_{HjMax}, \infty]$ ergibt sich

$$(5.30)\quad \frac{d\,E[\tilde{Q}]}{dx_j} = q_{Lj} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Im dritten Bereich beinhalten demnach die Strafkosten lediglich Lagerkosten. Die Erhöhung der Produktion um eine Einheit der Produktart j erhöht die Strafkosten um den Lagerkostensatz q_{Lj}. Faßt man alle drei Bereiche zusammen, so nimmt der Verlauf der Strafkostenfunktion bei kontinuierlicher Verteilung der Absatzhöchstmengen die in Abb. 26 wiedergegebene Form an.[2)]

Nehmen wir die Fehlmengenkosten mit q_F = 2,- DM/ME u. ZE und die Lagerkosten mit q_L = 3,- DM/ME u. ZE an, so läßt sich die Strafkostenfunktion für das Beispiel auf S. 234 wie folgt angeben:

---

1) Φ bezeichnet die Menge der Realisationsmöglichkeiten der Zufallsvariablen $\tilde{x}_{Hj}$. Es ist $\int_{\tilde{x}_{Hj} \in \Phi} dF(\tilde{x}_{Hj}) = 1{,}0$ und $\int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj}) = 0$.

2) Es kann gezeigt werden, daß die Strafkostenfunktionen an den Grenzen der aneinanderstoßenden Bereiche den gleichen Wert annehmen, unabhängig davon, von welcher Seite her die Grenze erreicht wird. Vgl. WETS (Complete Problem 1966), S. 322.

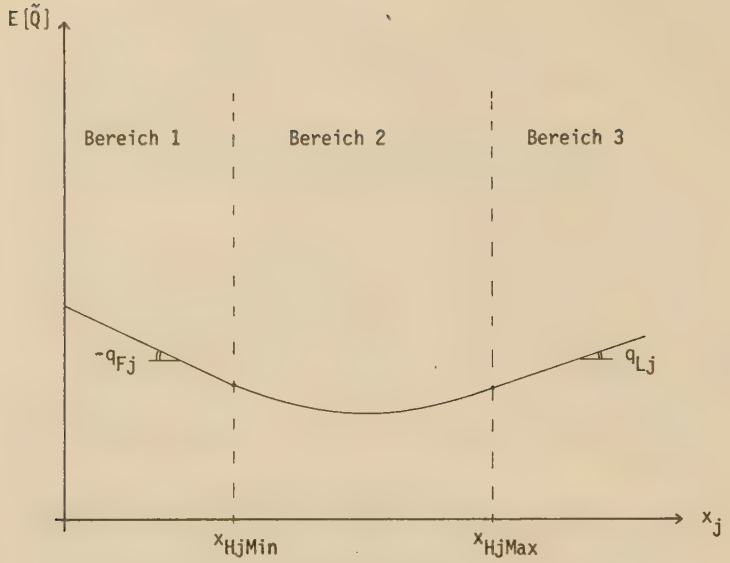


Abb. 26: Verlauf der Strafkostenfunktion bei kontinuierlicher Absatzhöchstmengenverteilung

Bereich 1:

$$E[\tilde{Q}] = q_F\left[E(\tilde{x}_H) - x\right]$$

$$E[\tilde{Q}] = 2\left[102 - x\right]$$

(5.31) $$\boxed{E[\tilde{Q}] = 204 - 2x}$$

Bereich 2:

(5.32) $$E[\tilde{Q}] = q_F\left[E(\tilde{x}_H) - x\right] - (q_F + q_L)\int_{x_{HMin}}^{x}(\tilde{x}_H - x)\,dF(\tilde{x}_H)$$

Bei der im Beispiel zugrunde gelegten diskreten Verteilungsfunktion der Absatzhöchstmenge läßt sich diese Funktion schreiben als

$$(5.33)\quad E[\tilde{Q}] = q_F\left[E(\tilde{x}_H) - x\right] - (q_F + q_L) \sum_{u=1}^{r} (\tilde{x}_{Hu} - x)\, w_u\, (\tilde{x}_{Hu}) \qquad 1)$$

Man erhält

$$\begin{aligned} &60 \le x < 100 : && E[\tilde{Q}] = 204 - 2x - 5[\,0{,}2\cdot 60 - 0{,}2\,x] \\ (5.34)\quad &100 \le x < 120 : && E[\tilde{Q}] = 204 - 2x - 5[\,0{,}2\cdot 60 + 0{,}4\cdot 100 - 0{,}6x] \\ &120 \le x < 140 : && E[\tilde{Q}] = 202 - 2x - 5[\,0{,}2\cdot 60 + 0{,}4\cdot 100 + 0{,}3\cdot 120 - 0{,}9x] \end{aligned}$$

oder

$$(5.35)\quad \boxed{\begin{aligned} 60 \le x < 100&: && E[\tilde{Q}] = 144 - x \\ 100 \le x < 120&: && E[\tilde{Q}] = -56 + x \\ 120 \le x < 140&: && E[\tilde{Q}] = -236 + 2{,}5x \end{aligned}}$$

Bereich 3:

$$E[\tilde{Q}] = q_L\left[x - E(\tilde{x}_H)\right]$$

$$E[\tilde{Q}] = 3x - 102$$

$$(5.36)\quad \boxed{E[\tilde{Q}] = 3x - 306}$$

Bei Zusammenfassung der Bereiche nimmt die Strafkostenfunktion den in Abb. 27 wiedergegebenen Verlauf an.[2)]

Nach Kenntnis des Verlaufs der Strafkosten kann unter Einbeziehung von (5.12) und (5.13) der Verlauf der gesamten Zielfunktion für das Beispiel angegeben werden. Es ist

$$(5.37)\quad E[\tilde{G}] = E[\tilde{DB}] - K_H - E[\tilde{Q}]$$

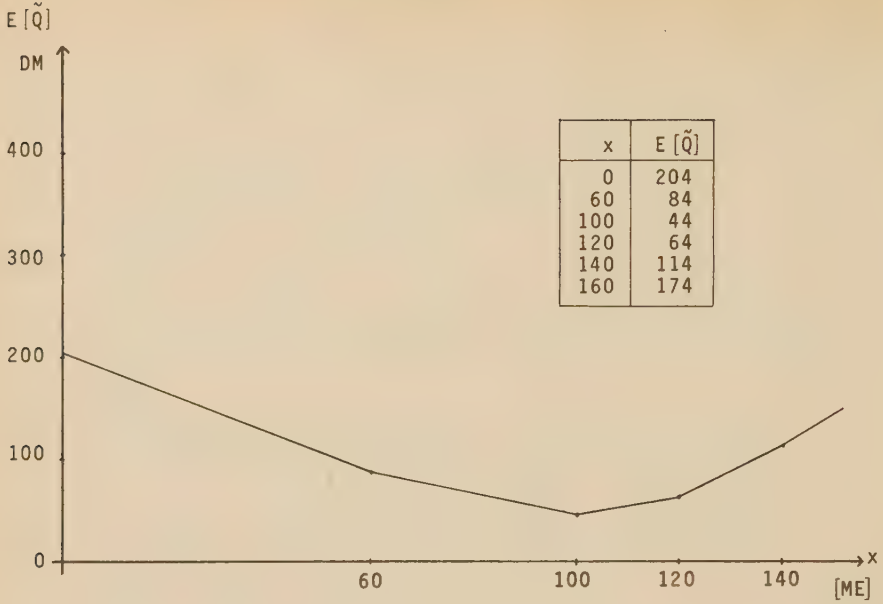
oder

$$(5.38)\quad E[\tilde{G}] = E[\tilde{DB}] - E[\tilde{Q}]$$

---

1) u gibt die möglichen Ausprägungen der diskreten Zufallsvariablen $\tilde{x}_H$ an. u=1 entspricht x_{HMin}=60, u=2 entspricht x_H=100 etc.

2) Die Analyse des Strafkostenverlaufs zeigt inhaltliche und formale Obereinstimmung mit den Ergebnissen der stochastischen Lagerhaltungstheorie. Vgl. z.B. CHURCHMAN/ACKOFF/ARNOFF (Operations Research 1964), S. 197 ff.; HOCHSTÄDTER (Lagerhaltungsmodelle 1969), S. 34; NADDOR (Systems 1966), S. 136 ff.



x	E[Q̃]
0	204
60	84
100	44
120	64
140	114
160	174

Abb. 27: Verlauf der Strafkosten bei diskreter Absatzhöchstmengenverteilung

Man erhält

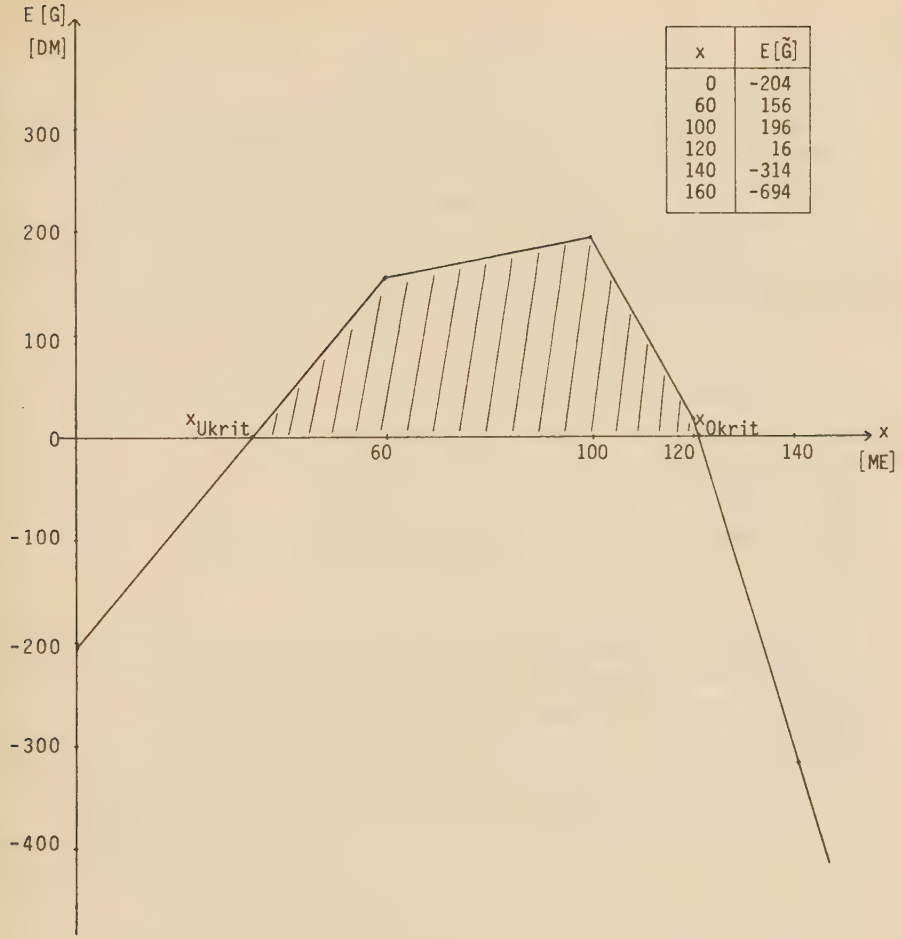
$$
\begin{aligned}
&0 \le x < 60 : E[\tilde{G}] = 4x - (204 - 2x)\\
&60 \le x < 100 : E[\tilde{G}] = 240 - (144 - x)\\
(5.39)\quad &100 \le x < 120 : E[\tilde{G}] = -8x + 1040 - (-56 + x)\\
&120 \le x < 140 : E[\tilde{G}] = -14x + 1760 - (-236 + 2{,}5x)\\
&140 \le x < \infty : E[\tilde{G}] = -16x + 2040 - (-306 + 3x)
\end{aligned}
$$

oder

$$
\begin{aligned}
&0 \le x < 60 : E[\tilde{G}] = -204 + 6x\\
&60 \le x < 100 : E[\tilde{G}] = 96 + x\\
(5.40)\quad &100 \le x < 120 : E[\tilde{G}] = 1096 - 9x\\
&120 \le x < 140 : E[\tilde{G}] = 1996 - 16{,}5x\\
&140 \le x < \infty : E[\tilde{G}] = 2346 - 19x
\end{aligned}
$$

Abb. 28 gibt den Verlauf der Zielfunktion des Beispiels wieder.[1] Die schraffierte Fläche deutet an, daß der

1) Es ist darauf hinzuweisen, daß der erwartete Deckungsbeitrag $E[\tilde{G}]$ Fehlmengenkosten beinhaltet und sich insofern von dem üblicherweise verwendeten Gewinnbegriff unterscheidet.



x	$E[\tilde{G}]$
0	-204
60	156
100	196
120	16
140	-314
160	-694

Abb. 28: Verlauf der Zielfunktion bei diskret verteilten Absatzhöchstmengen

erwartete modifizierte Deckungsbeitrag nur bei einer Produktionsmenge innerhalb eines "kritischen" Intervalls $[x_{Uk}, x_{Ok}]$ positiv ist. Deckungsbeitragsschwelle x_{Uk} und Deckungsbeitragsgrenze x_{Ok} lassen sich im Einproduktfall wie folgt ableiten:

$$(5.41)\quad E[\tilde{G}] = p^* \int_{\tilde{x}_H \leq x} \tilde{x}_H \, dF(\tilde{x}_H) + p^* \int_{\tilde{x}_H > x} x \, dF(\tilde{x}_H) - kx$$
$$- q_L \int_{\tilde{x}_H \leq x} (x - \tilde{x}_H) \, dF(\tilde{x}_H) - q_F \int_{\tilde{x}_H > x} (\tilde{x}_H - x) \, dF(\tilde{x}_H) = 0$$

Hieraus erhält man durch Auflösen nach x:

$$(5.42)\quad x_k = \frac{q_F \int_{\tilde{x}_H > x} \tilde{x}_H \, dF(\tilde{x}_H) - (p^* + q_L) \int_{\tilde{x}_H \leq x} \tilde{x}_H \, dF(\tilde{x}_H)}{(p^* + q_F) \int_{\tilde{x}_H > x} dF(\tilde{x}_H) - k - q_L \int_{\tilde{x}_H \leq x} dF(\tilde{x}_H)}$$

Für das Beispiel ist

$0 \leq x < 60$	$\boxed{x_k = 34}$
$60 \leq x < 100$	$x_k = -96$
$100 \leq x < 120$	$x_k = 121{,}78$
$120 \leq x < 140$	$\boxed{x_k = 120{,}97}$
$140 \leq x < \infty$	$x_k = 123{,}47$

Als Deckungsbeitragsschwelle erhält man eine Stückzahl von x_{Uk}=34 ME und als Deckungsbeitragsgrenze eine Stückzahl von x_{Ok}=120,97 ME. Die übrigen Werte sind nicht relevant, da sie nicht in die für ihre Berechnung zugrunde gelegten Bereiche fallen.

512. Die Ableitung der Entscheidung bei freien Kapazitäten

Nach den allgemeinen Überlegungen zu den Komponenten und zum Verlauf der Zielfunktion soll nun in Abhängigkeit von verschiedenen Beschäftigungssituationen das Standardproblem unter Einbeziehung unsicherer Absatzhöchstmengen gelöst werden. Zunächst wird davon ausgegangen, daß keine Fertigungsengpässe die Produktion limitieren. Bei Formulierung als Kompensationsmodell ergibt sich folgendes Planungsproblem:

$$
\begin{aligned}
(5.43.0)\quad E[\tilde{G}] = \sum_{j=1}^{n} \Bigg[& p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} \tilde{x}_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} x_j\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \\
& - k_{Hj}\, x_j \\
& - q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \\
& - q_{Fj} \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} (\tilde{x}_{Hj} - x_j)\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \Bigg] \longrightarrow \text{Max!}
\end{aligned}
$$

Um das Maximum der Zielfunktion (5.43.0) zu bestimmen, betrachten wir den Anstieg der Zielfunktion in den drei Bereichen

(1) $0 \le x_j < x_{HjMin}$

(2) $x_{HjMin} \le x_j < x_{HjMax}$

(3) $x_{HjMax} \le x_j < \infty$

Für den Bereich (1): $0 \le x_j < x_{HjMin}$ erhält man:[1)]

---

1) Vgl. hierzu die Ausdrücke (5.9) und (5.23)

$$(5.44)\quad \frac{d\,E[\tilde{G}]}{d\,x_j} = p_j^* + q_{Fj} - k_{Hj} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Dies bedeutet, daß der erwartete Gewinn nur durch Produktion von Produktarten erhöht werden kann, deren Herstellkosten pro ME kleiner als der Stückdeckungsbeitrag über die proportionalen Vertriebskosten zuzüglich der Fehlmengenkosten pro ME sind. Die Produktarten,für die gilt

$$(5.45)\qquad p_j^* + q_{Fj} \geq k_{Hj}$$

sind zunächst mit den Mengen x_{HjMin} ins Programm zu nehmen, da der erwartete Gewinn für das Intervall (1) sein Maximum annimmt, wenn die Mengen x_{HjMin} unter Beachtung der Bedingung (5.45) produziert werden. Die Entscheidung über eine Erhöhung der Produktion über die Mengen x_{HjMin} hinaus, hängt ab vom Verlauf der Zielfunktion im Bereich (2). In diesem Bereich[1] $x_{HjMin} \leq x_j < x_{HjMax}$ ist

$$(5.46)\quad \frac{d\,E[\tilde{G}]}{d\,x_j} = p_j^*\left[1 - \int_{x_{Hj\,Min}}^{x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj})\right] + q_{Fj} - (q_{Fj} + q_{Lj}) \int_{x_{Hj\,Min}}^{x_j} d_{Fj}(\tilde{x}_{Hj}) - k_{Hj}$$

$$(j=1,\ldots,n)$$

Bei kontinuierlich verteilten Absatzhöchstmengen $\tilde{x}_{Hj}$ erreicht der erwartete Deckungsbeitrag ein Maximum innerhalb des Bereichs (2), wenn

$$(5.47)\quad p_j^*\left[1 - \int_{x_{Hj\,Min}}^{x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj})\right] + q_{Fj} = k_{Hj} + (q_{Fj}+q_{Lj}) \int_{x_{Hj\,Min}}^{x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj})$$

$$(j=1,\ldots,n)$$ [2]

---

1) Vgl. die Ausdrücke (5.10) und (5.26)

2) Die Ableitung der Funktion (5.46) ist negativ, da die Ableitung des Ausdrucks $\int_{x_{Hj\,Min}}^{x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj}) > 0$ ist. Damit sind die Bedingungen für ein Maximum erfüllt.

Das Kriterium (5.47) stellt ein modifiziertes Grenzerlös-Grenzkosten-Kriterium dar. Im Bereich (2) ist die Produktion jeder Produktart solange auszudehnen, wie der erwartete Grenzdeckungsbeitrag über die Vertriebskosten plus Fehlmengenkosten pro ME größer als Grenzherstellkosten plus erwartete Grenzkompensationskosten ist.

Für den Fall diskret verteilter Absatzhöchstmengen $\tilde{x}_{Hj}$ ist das Kriterium (5.46) analog anzuwenden. Für die durch die diskreten Verteilungen definierten Teilbereiche x_{ju} ist zu prüfen, ob der Anstieg $\frac{\Delta E[\tilde{G}]}{\Delta x_{ju}}$ positiv, negativ oder Null ist. Die Produktion der einzelnen Produktarten wird solange ausgedehnt, wie der Anstieg positiv ist. Als Produktionsmengen werden die Teilbereichsobergrenzen ins Produktionsprogramm aufgenommen.[1)]

Für den Bereich (3) $x_{HjMax} \leq x_j < \infty$ erhält man: [2)]

$$(5.48) \quad \frac{d\, E[\tilde{G}]}{d\, x_j} = - k_{Hj} - q_{Lj} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Das Kriterium (5.48) zeigt, daß der erwartete Deckungsbeitrag der einzelnen Produktarten bei Ausdehnung der Produktion über x_{HjMax} hinaus negativ ist. Demnach kommen für die Zusammenstellung des optimalen Produktions- und Absatzprogramms nur Mengen unterhalb der Absatzhöchstmengenobergrenzen in Frage.

Die Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms bei freien Fertigungskapazitäten wollen wir an einem Beispiel veranschaulichen. Die Ausgangsdaten sind in Tab. 9 wiedergegeben. Tab. 10 zeigt die Ermittlung der modifizierten "Grenzdeckungsbeiträge" nach (5.47).[3)] Abb. 29 zeigt den treppenförmigen Verlauf der modifizierten "Grenzdeckungsbeiträge"

1) Ist der Anstieg für eine Produktart in einem Teilbereich Null, so wird durch Aufnahme dieser Produktart mit der zusätzlichen Menge des Teilbereichs in das Produktionsprogramm der erwartete Gewinn nicht verändert.
2) Vgl. die Ausdrücke (5.11) und (5.30)
3) Das Kriterium (5.47) wurde in Tab. 10 leicht umformuliert.

Produkt-art	Verkaufspreis ./. prop.Vertriebskosten [DM/ME]	proportionale Herstellkosten [DM/ME]	Fehlmengenkosten [DM/ME]	Lagerkosten [DM/ME]	Absatzhöchstmengen [ME]							
					w	x_H	w	x_H	w	x_H	w	x_H
1	20,-	16,-	2,-	3,-	0,2	60	0,4	100	0,3	120	0,1	140
2	25,-	13,-	-	1,50	0,2	200	0,5	240	0,3	280		
3	14,-	6,-	1,50	2,40	0,4	300	0,4	400	0,2	500		
4	10,-	4,-	1,-	1,20	0,3	150	0,5	170	0,2	190		

Tab. 9: Ausgangsdaten zur Programmplanung

Produkt-art	Bereich	$p^* \left[1 - \int_{x_{HMin}}^{x} dF(\tilde{x}_H) \right]$	$+ q_F - (q_F + q_L) \int_{x_{HMin}}^{x} dF(\tilde{x}_H) - k_H$	$\overset{?}{\lessgtr} 0$
1	$0 \leq x_1 < 60$	20	+ 2	-16 = 6 > 0
	$60 \leq x_1 < 100$	20·(1-0,2)	+ 2 -(2 + 3)·0,2	-16 = 1 > 0
	$100 \leq x_1 < 120$	20·(1-0,6)	+ 2 -(2 + 3)·0,6	-16 = - 9 < 0
	$120 \leq x_1 < 140$	20·(1-0,9)	+ 2 -(2 + 3)·0,9	-16 = -16,5 < 0
2	$0 \leq x_2 < 200$	25		-13 = 12 > 0
	$200 \leq x_2 < 240$	25·(1-0,2)	- 1,50 · 0,2	-13 = 6,70 > 0
	$240 \leq x_2 < 280$	25·(1-0,7)	- 1,50 · 0,7	-13 = -6,55 < 0
3	$0 \leq x_3 < 300$	14	+ 1,50	- 6 = 9,50 > 0
	$300 \leq x_3 < 400$	14·(1-0,4)	+ 1,50-(1,5+ 2,4)·0,4	- 6 = 2,34 > 0
	$400 \leq x_3 < 500$	14·(1-0,8)	+ 1,50-(1,5+ 2,4)·0,8	- 6 = - 4,82 < 0
4	$0 \leq x_4 < 150$	10	+ 1,-	- 4 = 7,- > 0
	$150 \leq x_4 < 170$	10·(1-0,3)	+ 1,- (1,-+ 1,2)·0,3	- 4 = 3,34 > 0
	$170 \leq x_4 < 190$	10·(1-0,8)	+ 1,- (1,-+ 1,2)·0,8	- 4 = - 2,76 < 0

Tab. 10: Ermittlung der optimalen Produktionsmengen bei freien Kapazitäten

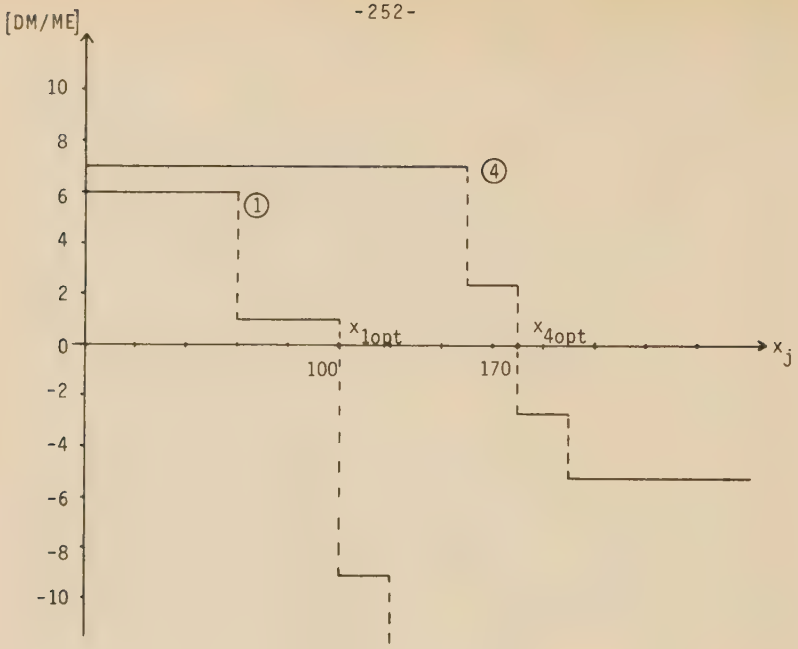


Abb. 29: Modifizierte "Grenzdeckungsbeiträge"

für die Produktarten 1 und 4 sowie die optimalen Produktionsmengen dieser Produktarten.

Als optimales Produktionsprogramm erhält man

Produktart	optimale Produktionsmenge [ME]
1	100
2	240
3	400
4	170

513. Die Ableitung der Entscheidung bei e i n e m Kapazitätsengpaß

Wird die Produktion durch einen Kapazitätsengpaß limitiert, läßt sich das Entscheidungsproblem formulieren als

$$(5.49.0)\quad E[\tilde{G}] = \sum_{j=1}^{n} \Bigg[p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} \leq x_j} \tilde{x}_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} x_j\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - k_{Hj}\, x_j - q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \leq x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - q_{Fj} \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} (\tilde{x}_{Hj} - x_j)\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \Bigg] \longrightarrow \text{Max!}$$

$$(5.49.1)\quad T_E \geq \sum_{j=1}^{n} t_{Ej}\, x_j$$

Zur Ableitung des Entscheidungskriteriums läßt sich folgende Lagrange-Funktion formulieren:

$$(5.50)\quad E[\tilde{L}] = \sum_{j=1}^{n} \Bigg[p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} \leq x_j} \tilde{x}_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} x_j\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - k_{Hj}\, x_j - q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \leq x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - q_{Fj} \int_{x_{Hj} > x_j} (\tilde{x}_{Hj} - x_j)\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + \lambda \left(T_E - \sum_{j=1}^{n} t_{Ej}\, x_j \right) \Bigg] \longrightarrow \text{Max!}$$

Als Bedingungen für das Optimum ergeben sich hieraus:

$$(5.51)\quad \frac{d\,E[\tilde{L}]}{d\,x_j} = p_j^* \left[1 - \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \right] + q_{Fj} - k_{Hj} - (q_{Fj} + q_{Lj}) \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - \lambda\, t_{Ej} = 0 \qquad (j=1,\ldots,n)$$

$$(5.52)\quad \frac{d\,E[\tilde{L}]}{d\,\lambda} = T_E - \sum_{j=1}^{n} t_{Ej}\, x_j = 0$$

oder

$$(5.53)\quad \lambda = \frac{p_j^* \left[1 - \int_{x_{Hj} \le x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \right] + q_{Fj} - k_{Hj} - (q_{Fj}+q_{Lj}) \int_{x_{Hj} \le x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj})}{t_{Ej}} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

$$(5.54)\quad T_E = \sum_{j=1}^{n} t_{Ej}\, x_j$$

Man sieht, daß die Bestimmung des optimalen Produktions- und Absatzprogramms analog zum deterministischen Fall durch eine Reihung modifizierter relativer "Deckungsbeiträge" pro Engpaßminute erfolgen kann. Die im vorigen Kapitel angestellten Oberlegungen zum Verlauf der modifizierten "Dekkungsbeiträge" in den einzelnen Bereichen

(1) $\quad 0 \le x_j < x_{HjMin}$

(2) $\quad x_{HjMin} \le x_j < x_{HjMax}$

(3) $\quad x_{HjMax} \le x_j < \infty$

müssen analog übertragen werden.

Zur Veranschaulichung sollen wieder die Ausgangsdaten der Tab. 9 zugrunde gelegt werden. Wir gehen weiterhin davon

aus, daß die Kapazität der Engpaßstelle mit

$$T_E = 3000 \text{ ZE}$$

begrenzt ist und daß die Bearbeitung der Produktarten in der Engpaßstelle folgende Zeiten beansprucht

Produktart	t_E [ZE/ME]
1	5
2	4
3	8
4	1,5

Ausgehend von den modifizierten "Grenzdeckungsbeiträgen" der Tab. 10 haben wir in Tab. 11 die relativen modifizierten "Grenzdeckungsbeiträge" in der Spalte λ ausgewiesen. Dabei sind in die Tab. 11 nur die Teilbereiche mit positiven "Grenzdeckungsbeiträgen" übernommen worden. Die Spalte R der Tab. 11 zeigt die Rangreihe, nach der die Teilbereiche der Produktarten ins Produktionsprogramm aufgenommen werden, bis die Engpaßkapazität erschöpft ist. Man erhält als optimales Programm

Produktart	R	ME	ZE	ZE kum
4	1	150	225	225
2	2	200	800	1025
4	3	20	30	1055
2	4	40	160	1215
1	5	60	300	1515
3	6	185,625	1485	3000

oder zusammengefaßt

Produktart	ME
1	60
2	240
3	185,625
4	170

Produktart	Bereich	modifizierter Grenzdeckungsbeitrag (vgl. Tab. 10)	t_E	λ	R
1	$0 \leq x_1 < 60$	6,00	5	1,20	5
	$60 \leq x_1 < 100$	1,00	5	0,20	8
2	$0 \leq x_2 < 200$	12,00	4	3,00	2
	$200 \leq x_2 < 240$	6,70	4	1,675	4
3	$0 \leq x_3 < 300$	9,50	8	1,188	6
	$300 \leq x_3 < 400$	2,34	8	0,293	7
4	$0 \leq x_4 < 150$	7,00	1,5	4,667	1
	$150 \leq x_4 < 170$	3,34	1,5	2,227	3

Tab. 11 : Ermittlung der optimalen Produktionsmengen bei einem Kapazitätsengpaß

514. Die Bestimmung des optimalen Produktions- und Absatzprogramms bei mehreren Kapazitätsengpässen

Wird die Produktion durch mehrere Kapazitätsengpässe limitiert, so müssen für die Aufstellung des optimalen Produktions- und Absatzprogramms simultane Planungsverfahren herangezogen werden. Das Planungsproblem läßt sich formulieren als

$$
\begin{aligned}
(5.55.0)\quad E[\tilde{G}] = \sum_{j=1}^{n} \Bigg[& p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} \tilde{x}_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} x_j\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \\
& - k_{Hj}\, x_j \\
& - q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \\
& - q_{Fj} \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} (\tilde{x}_{Hj} - x_j)\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \Bigg] \longrightarrow \text{Max!}
\end{aligned}
$$

$$
(5.55.1)\quad T_i \ge \sum_{j=1}^{n} t_{ij}\, x_j \qquad (i=1,\ldots,m)
$$

Wie in Kapitel 511 gezeigt wurde, setzt sich die Zielfunktion (5.55.0) bei diskreten Absatzhöchstmengenverteilungen aus linearen Teilfunktionen für die Entscheidungsvariablen zusammen. Die Lösung des Planungsproblems (5.55) kann deshalb mit Hilfe der bekannten LP-Algorithmen erfolgen, wenn durch geeignete Definition der Entscheidungsvariablen eine Linearisierung des Problems gelingt.

Zu diesem Zweck werden die Entscheidungsvariablen x_j in die Entscheidungsvariablen x_{ju} zerlegt.[1] Abb. 30 zeigt diese

1) Die Lösung wird in Anlehnung an ELMAGHRABY (Approach 1959), S. 208 ff. entwickelt. Das gleiche Lösungsverfahren legt auch SCHWEIM (Integrierte Unternehmensplanung 1969) seinem Beispiel zum Zweistufen-Modell auf S. 162 ff. zugrunde.

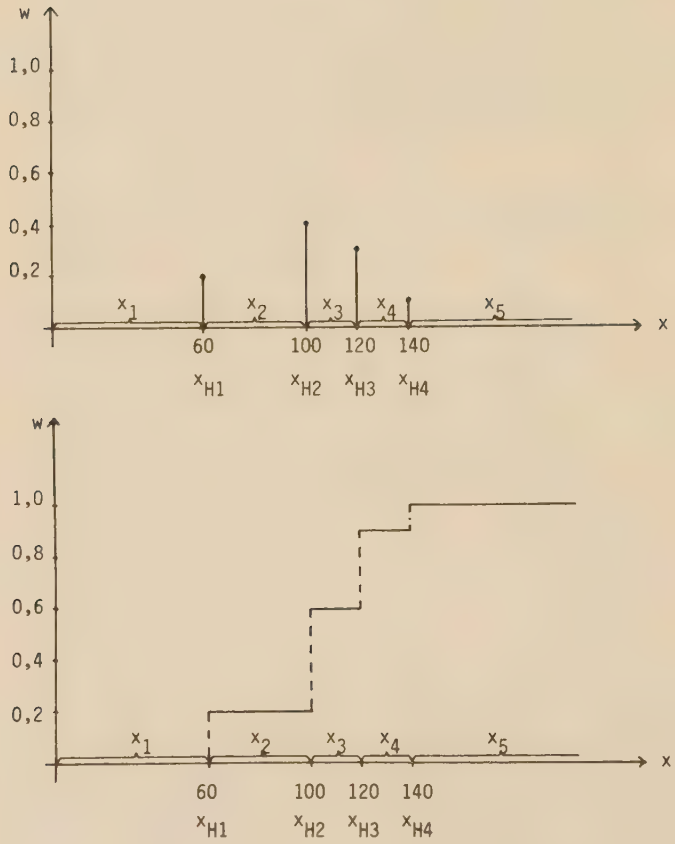


Abb. 30: Zerlegung der Entscheidungsvariablen

Zerlegung für die Produktart 1. Ist für eine Produktart die Verteilung der Absatzhöchstmenge durch

$$\begin{array}{ccc} x_{Hj1} & , & w(x_{Hj1}) \\ x_{Hj2} & , & w(x_{Hj2}) \\ \vdots & & \vdots \\ x_{Hjr} & , & w(x_{Hjr}) \end{array}$$

gegeben,so wird die Entscheidungsvariable x_j in der Weise zerlegt, daß

$$\begin{array}{lll} x_{j1} & \text{für das Intervall} & 0 \leq x_{j1} < x_{Hj1} \\ x_{j2} & " \quad " \quad " & x_{Hj1} \leq x_{j2} < x_{Hj2} \\ \vdots & & \\ x_{jr} & " \quad " \quad " & x_{Hjr-1} \leq x_{jr} < x_{Hjr} \\ x_{jr+1} & " \quad " \quad " & x_{Hjr} \leq x_{jr+1} \end{array}$$

gilt.

Um die Zielfunktion in die für ein lineares Programm notwendige Form zu bringen, werden die partiellen Differenzenquotienten

$$\frac{\Delta E[\tilde{G}]}{\Delta x_{ju}} \tag{5.56}$$

gebildet. Diese stellen die erwarteten marginalen modifizierten "Deckungsbeiträge" der Produktarten in den angegebenen Teilbereichen dar. Innerhalb dieser Teilbereiche sind diese konstant und können deshalb als Koeffizienten eines linearen Programms verwendet werden, wenn durch entsprechende Restriktionen sichergestellt ist, daß die Koeffizienten nur in ihrem Gültigkeitsbereich zum Zuge kommen.

Dies wird durch die Restriktionen

$$(5.57) \qquad \sum_{u=1}^{\tau} x_{ju} \leq x_{Hj\tau} \qquad \begin{matrix}(j=1,\ldots,n)\\(\tau=1,\ldots,r)\end{matrix}$$

erreicht.

Erweitern wir die Ausgangsdaten der Tab. 9 wie folgt

Produktart	Bearbeitungszeiten [ZE/ME]			
	Stelle 1	Stelle 2	Stelle 3	Stelle 4
1	5	7	3	6
2	4	6	10	9
3	8	10	7	7
4	1,5	5	9	8
Kapazität [ZE]	3000	3200	2800	3500

und entnehmen wir die positiven partiellen Differentenquotienten der Tab. 10, so erhält man die in Tab. 12 wiedergegebene LP-Ausgangsmatrix des Standardbeispiels. Die optimale Lösung ist dann

Produktart	ME
1	60
2	116,21
3	208,28
4	-

erwarteter Deckungsbeitrag: 3733,10 DM

Ftg. Stelle 1 : 568,97 ZE Restkapazität

Ftg. Stelle 2 : Engpaß

Ftg. Stelle 3 : Engpaß

Ftg. Stelle 4 : 40,00 ZE Restkapazität

lfd.Nr. →			0	1	2	3	4	5	6	7	8
↓	Variablen			x_{11}	x_{12}	x_{21}	x_{22}	x_{31}	x_{32}	x_{41}	x_{42}
0	Zielfunktion		G =	6,-	1,-	12,-	6,7	9,5	2,34	7,-	3,34
1	Kapazitäts-restriktionen		3000	5	5	4	4	8	8	1,5	1,5
			3200 ≥	7	7	6	6	10	10	5	5
			2800 ≥	3	3	10	10	7	7	9	9
2			3500	6	6	9	9	7	7	8	8
3	Absatzrestriktionen	1	60 ≥	1							
4			100 ≥	1	1						
5		2	200 ≥			1					
6			240 ≥			1	1				
7		3	300 ≥					1			
8			400 ≥					1	1		
9		4	150 ≥							1	
10			170 ≥							1	1

Tab. 12: LP-Ausgangsmatrix des Standardproblems

52. Analyse der Kompensationsaktivitäten und deren Einfluß auf die Lösung des Entscheidungsproblems

Bei den bisher mit dem Kompensationsmodell gelösten Entscheidungsproblemen wurde auf eine differenzierte Betrachtung der Kompensationskosten verzichtet. Es wurde davon ausgegangen, daß die Kompensationsaktivitäten und damit die Kompensationskosten festliegen und bekannt sind. In der Literatur zum Zweistufen-Modell wird grundsätzlich eine Integration der Strafkosten in die Zielfunktionen der Modelle vorgenommen, ohne daß eine Auseinandersetzung mit diesen Kosten selbst erfolgt. Allenfalls wird darauf hingewiesen, daß die Strafkosten sich aus Lagerkosten und Fehlmengenkosten zusammensetzen und die Bestimmung von Fehlmengenkosten Schwierigkeiten bereitet.[1)] Eine Integration von Strafkosten in die Modelle zur Produktions- und Absatzprogrammplanung ist jedoch nur dann als sinnvoll anzusehen, wenn diese Kosten mit einer hinreichenden Zuverlässigkeit bestimmbar sind, da die Modelle nur in diesem Fall als operational angesehen werden können. Deshalb ist es notwendig, auf die möglichen Kompensationsaktivitäten einzugehen und die aus den verschiedenen Aktivitäten resultierenden Kompensationskosten zu analysieren.

---

1) Vgl. z.B. WETS (Complete Problem 1966), S. 317; ebenso BÖHLER/DICK (Chance-Constrained-Modell 1973), S. 110 f., die allerdings auf die Möglichkeiten kurzfristiger Anpassung hinweisen.

521. Kompensationsmöglichkeiten beim Auftreten von Oberschußmengen

Geht man zunächst davon aus, daß die Produktionsmengen über den realisierten Nachfragemengen liegen, d.h. $\tilde{x}_{Hj} < x_j$, so fallen Oberschußmengen an, die durch entsprechende Maßnahmen aufgefangen werden müssen. Grundsätzlich ergeben sich dafür die folgenden Möglichkeiten

(1) Vernichtung der Oberschußmengen
(2) "Notverkauf" der Oberschußmengen
(3) Lagerung der Oberschußmengen
(4) Kombinationen der Möglichkeiten (1) bis (3)

Aus den Aktionen zum Ausgleich der stochastischen Oberschußmengen resultieren die stochastischen Strafkosten

$$\tilde{Q}_{\ddot{u}} = \sum_{j=1}^{n} q_{\ddot{u}j}\ \tilde{y}_{\ddot{u}j} \tag{5.58}$$

oder als deren deterministisches Äquivalent

$$E[\tilde{Q}_{\ddot{u}}] = \sum_{j=1}^{n} q_{\ddot{u}j} \int_{\tilde{x}_{Hj} \leq x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\ dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \tag{5.59}$$

sofern als Ersatzzielfunktion des stochastischen Modells die Maximierung des Erwartungswertes gewählt wird.

5211. Strafkosteneinflußgrößen beim Anfall von Oberschußmengen

Bevor auf die verschiedenen Möglichkeiten der Kompensation von Oberschußmengen eingegangen wird, sollen einige allgemeine Oberlegungen zu den Kosteneinflußgrößen der Oberschußmengen-Strafkosten dargelegt werden. Als wichtigste Kosteneinflußfaktoren lassen sich

- Umfang der Oberschußmengen
- Dauer der Oberschußmengen
- Beschaffenheit der Oberschußproduktarten
- Art der Kompensationsaktivität

nennen. Alle genannten Faktoren wirken zum Teil unabhängig voneinander, weisen aber andererseits auch interdependente Wirkungen auf. Dadurch wird es schwierig, Aussagen über die Höhe der Strafkosten in Abhängigkeit von einzelnen Einflußfaktoren zu machen.

Bei der Diskussion des Kompensationsmodells wird in der Literatur davon ausgegangen, daß die Oberschußmengen-Strafkosten proportional zum Umfang der möglichen Oberschußmengen anfallen. Man geht von einem konstanten, vom Umfang der Oberschußmengen unabhängigen Oberschußmengen-Strafkostensatz aus.[1)] In vielen praktischen Fällen wird diese Annahme nicht erfüllt sein. Erlaubt z.B. die Beschaffenheit der Oberschußproduktarten eine Lagerung, so ist die Prämisse eines konstanten Strafkostensatzes bei beschränkten Lagerkapazitäten nicht aufrecht zu erhalten. Obersteigen die Oberschußmengen die vorhandene Lagerkapazität, muß für eine Lagerung dieser Mengen zusätzliche Lagerkapazität bereitgestellt oder aber auf eine andere Kompensationsaktivität ausgewichen werden. Bei Verwendung zusätzlichen Lagerraums oder Obergang auf andere Kompensationsaktivitäten werden die Strafkostensätze der Produktarten wie in Abb. 31 angedeutet variieren.

Viele Produktarten sind dadurch gekennzeichnet, daß bei Oberschreitung einer bestimmten Lagerdauer die Qualität der Erzeugnisse nur dann nicht gemindert wird, wenn besondere "Konservierungsmaßnahmen" getroffen werden (z.B.

---

1) Vgl. z.B. BOHLER/DICK (Chance-Constrained-Modell 1973), S. 110 ff.; ELMAGHRABY (Approach 1959), S. 209 f.; KALL (Aussagen 1966), S. 252; KALL (Stochastic 1976), S.39 ff.; WETS (Complete Problem 1966), S. 317 ff.

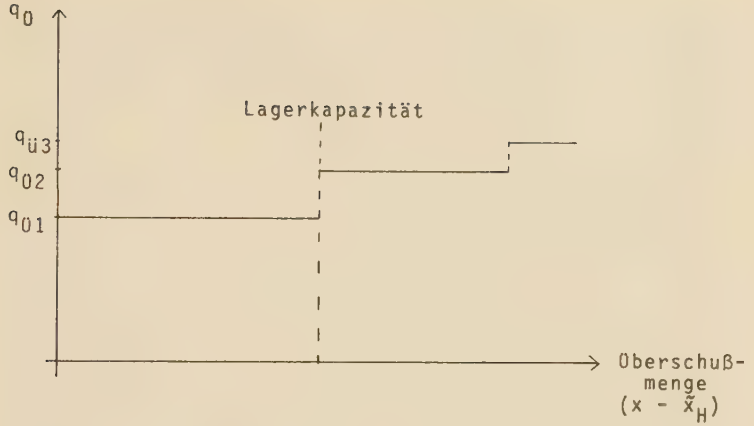


Abb. 31: Verlauf des Strafkostensatzes in Abhängigkeit von der Oberschußmenge

Korrosionsschutz, Lagerung bei einer bestimmten Temperatur etc.). Andererseits bestimmen die Marktverhältnisse der Folgeperioden, welche Lagerdauer für die Oberschußmengen erwartet werden kann. Gehen von der Oberschußmengendauer starke Wirkungen auf den Strafkostensatz aus, wie das z.B. dann der Fall sein kann, wenn eine Lagerung wegen leichter Verderblichkeit der Produkte nur kurzfristig möglich ist, so sind zusätzlich die Einflüsse des Nachfrageverlaufs innerhalb der Planungsperiode zu berücksichtigen. Bei einperiodiger, statischer Modellkonzeption werden keine Aussagen über den Verlauf der Nachfrage innerhalb der Planungsperiode gemacht, so daß der Einfluß der Oberschußmengendauer implizit im Strafkostensatz erfaßt werden muß.

Die Beschaffenheit der Oberschuß-Produktarten bestimmt, welche Kompensationsaktivitäten im einzelnen durchgeführt werden können und damit letztlich die Höhe des Oberschußmengen-Kompensationskostensatzes. Zu beachten ist, daß beim Auftreten von Oberschußmengen auch solche Kostenwir-

kungen entstehen, die erst außerhalb der abgegrenzten Planungsperiode sichtbar werden. Eine Quantifizierung dieser Kostenkomponenten und ihre Einbeziehung in den Oberschußmengen-Kompensationskostensatz wirft zusätzliche Schwierigkeiten auf.

5212. Vernichtung zum Ausgleich von Oberschußmengen

Die Vernichtung von Oberschußmengen ist als physische Vernichtung der Produktmengen aufzufassen. Ursachen, die zu diesem Kompensationsverhalten Veranlassung geben, können mangelnde Lagerfähigkeit der Produkte, kurzfristige Verderblichkeit der Produkte oder aber auch die mangelnde Gelegenheit einer Verwertbarkeit der Produkte sein. Die Kosten der Kompensation sind in diesem Falle die für die Vernichtung zusätzlich anfallenden Kosten wie z.B. Transportkosten, Kosten einer Vernichtungsanlage, Gebühren für das Deponieren auf einer Mülldeponie etc. Den Vernichtungskosten zuzurechnen wären jedoch auch evtl. anfallende Lagerkosten, wenn die Vernichtung erst bei einer bestimmten Mindestmenge vorgenommen wird. Ergeben sich aus dem Vernichtungsprozeß verwertbare Rückstände, so sind die daraus erzielbaren Erlöse in Abzug zu bringen. Im allgemeinen kann davon ausgegangen werden, daß die Vernichtungskosten pro Einheit mit einer hinreichenden Genauigkeit bestimmt werden können.

5213. Notverkauf zum Ausgleich von Oberschußmengen

Der "Notverkauf" von Oberschußmengen kann einmal in einem Absatz zu besonderen Konditionen, zum anderen aber auch in einem Absatz zu anderweitiger Verwertung bestehen. Es liegt für die Unternehmung nahe, beim Anfall von Oberschußmengen zunächst durch besondere Verkaufsanstrengungen zu versuchen, die Oberschußmengen abzubauen. Die Gewährung

günstiger Verkaufskonditionen, wie Einräumung von Zahlungszielen, Sonderrabatten, Preisnachlässen, Einsatz kurzfristiger Verkaufsförderungsaktivitäten (Werbung, Vertreterbesuche u.ä.) können als naheliegende Verhaltensweisen genannt werden. Ist ein Abbau der Überschußmengen selbst bei reduzierten Verkaufspreisen noch nicht zu erwarten, so ergibt sich vielfach die Möglichkeit einer anderen als der ursprünglich vorgesehenen Verwertung. Verkauf als Schrott, Wiedereinsatz als Rohstoff und ähnliche Verwertungsmöglichkeiten mögen als Beispiele genügen.

Die Kompensationskosten des "Notverkaufs" setzen sich im wesentlichen zusammen aus zusätzlich im Vertriebsbereich anfallenden Kosten für besondere Absatzbemühungen (Kosten zusätzlich durchgeführter kurzfristiger Werbeaktionen, Spesen, Fahrtkosten und Zusatzprovisionen für zusätzliche Vertreterbesuche, Überstundenvergütungen für Angestellte im Vertriebsbereich u.ä.) sowie den Erlöseinbußen, die infolge des "Notverkaufs" gegenüber dem "Normalverkauf" hingenommen werden müssen. Auch für die Kompensationskosten des Notverkaufs kann davon ausgegangen werden, daß eine Bestimmung mit hinreichender Genauigkeit durchgeführt werden kann.

5214. Lagerung von Überschußmengen

Ist die Lagerung von Überschußmengen möglich und sind entsprechende Lagerkapazitäten vorhanden, so wird man anfallende Überschußmengen zunächst auf Lager legen. Die Einbeziehung von Kompensationslagermengen wirft zwei Problemkreise auf. In die Kompensationskosten der Lagerung gehen einmal die im Lagerkostensatz erfaßten Lagerkosten ein. Zum anderen muß berücksichtigt werden, daß die gelagerten Produktmengen in den Folgeperioden abgesetzt werden können. Damit sind einerseits Kostenbestandteile zu berücksichtigen, die innerhalb des zeitlich abgegrenzten Entscheidungsfeldes anfallen und andererseits darüberhinaus Kosten, die erst

außerhalb des zeitlich abgegrenzten Entscheidungsfeldes realisiert werden.

Bei der Bestimmung des Lagerkostensatzes[1] ist davon auszugehen, daß die Lagerkosten zeit- und wertabhängige, zeit- und mengenabhängige und rein mengenabhängige Kosten beinhalten.[2] Zeit- und wertabhängige sowie zeit- und mengenabhängige Lagerkosten müssen auf den durchschnittlichen Kompensationslagermengenbestand bezogen werden, während die rein mengenabhängigen Kompensationslagerkosten sich auf die gesamten Überschußlagermengen beziehen. Bezeichnen wir die zusätzlich zeitabhängigen Kostenbestandteile mit q_{LZ} und die rein mengenabhängigen Kostenbestandteile mit q_{LM}, so ergeben sich die Kompensations-Lagerkosten als

$$\tilde{Q}_L = \sum_{j=1}^{n} \left(q_{LMj}\, \tilde{y}_{Lj} + q_{LZj}\, \tfrac{1}{2}\, \tilde{y}_{Lj} \right) \tag{5.60}$$

Der Straf-Lagerkostensatz setzt sich demnach zusammen aus

$$q_{Lj} = \left(q_{LMj} + \tfrac{1}{2}\, q_{LZj} \right) \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{5.61}$$

Wird der Straf-Lagerkostensatz auf diese Weise festgelegt, so liegt für die Lagerbestandsentwicklung die Prämisse zugrunde, daß der Kompensationslagermengenbestand kontinuierlich während der Planungsperiode aufgebaut wird. Der dynamische Aspekt der Lagerkosten muß also durch eine zusätzliche Annahme über die Entwicklung des Kompensations-Lagermengenbestandes im Zeitablauf berücksichtigt werden.

---

1) Zur Problematik und Bestimmung des Lagerkostensatzes vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 388 ff. und 461 ff.; PACK (Bestellmenge 1963), S. 573 ff.

2) Es muß darauf hingewiesen werden, daß eine exakte ex-ante Bestimmung des Lagerkostensatzes ohnehin insofern nicht möglich ist, als die wertabhängigen Lagerkostenbestandteile lösungsabhängig sind und somit eine Festlegung des Lagerkostensatzes nur simultan mit der Entscheidung über die Produktionsmengen erfolgen kann.

Eine Lagerung von Überschußmengen wird man nur dann als Kompensationsaktivität in Erwägung ziehen, wenn davon ausgegangen werden kann, daß die Überschußmengen in den Folgeperioden abgesetzt werden können. Der einperiodische Modellaufbau verlangt die Abbildung des Restentscheidungsfeldes im Modell und damit, daß die Auswirkungen der Verwendung von Kompensationslagerbestandsmengen in den Folgeperioden im Modell berücksichtigt werden. Die der Verwertung der Kompensationslagerbestandsmengen zugrunde liegenden Erwartungen müssen für jede Produktart quantifiziert werden.

Gehen wir davon aus, daß die Verwertung der Kompensationslagerbestandsmengen in den Folgeperioden lediglich zu einer Deckung der proportionalen Herstellkosten führt, so erhält man als Zielfunktion des Zweistufenmodells [1)]

$$
\begin{aligned}
(5.62)\quad E[\tilde{Z}] = \sum_{j=1}^{n} \Bigg[& p_j^{*} \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} \tilde{x}_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + p_j^{*} \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} x_j\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \\
& - k_{Hj}\, x_j \\
& - q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \\
& + k_{Hj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \Bigg] \longrightarrow \text{Max!}
\end{aligned}
$$

Die letzte Zeile von (5.62) enthält eine Gutschrift für die verwertbaren Kompensationslagerbestandsmengen.

Ersetzt man in (5.62) den Summand $\sum_{j=1}^{n} k_{Hj}\, x_j$ durch

---

1) Fehlmengenkosten werden vernachlässigt. Aus diesem Grunde bezeichnen wir den Zielfunktionswert zur Unterscheidung mit Z.

$$(5.63)\qquad \sum_{j=1}^{n}\left[k_{Hj}\int_{\tilde{x}_{Hj}\le x_j} x_j\,dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + k_{Hj}\int_{\tilde{x}_{Hj}>x_j} x_j\,dF_j(\tilde{x}_{Hj})\right]$$

so erhält man nach einigen Umformungen

$$(5.64)\qquad E[\tilde{Z}] = \sum_{j=1}^{n}\Bigg[(p_j^*-k_{Hj})\int_{\tilde{x}_{Hj}\le x_j}\tilde{x}_{Hj}\,dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + (p_j^* - k_{Hj})\int_{\tilde{x}_{Hj}>x_j} x_j\,dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - q_{Lj}\int_{\tilde{x}_{Hj}\le x_j}(x_j-\tilde{x}_{Hj})\,dF_j(\tilde{x}_{Hj})\Bigg] \longrightarrow \text{Max!}$$

(5.64) zeigt, daß sich bei einer Bewertung der Kompensationslagermengen zu Grenzherstellkosten ein expliziter Ausweis der Herstellkosten in der Zielfunktion erübrigt. Die Koeffizienten $(p_j^*-k_{Hj})$stellen den Stückdeckungsbeitrag der Produktarten über die gesamten proportionalen Kosten dar.

Werden für die Folgeperioden Erlöse in anderer Höhe erwartet, so muß die Gutschrift der Kompensationslagerbestandsmengen mit diesen Erlösen erfolgen. Geht man davon aus, daß die Kompensationslagermengen in den Folgeperioden zu um Δp veränderten Stückerlösen abgesetzt werden können, so ist folgende Gutschrift im Modell zu berücksichtigen.

$$(5.65)\qquad \sum_{j=1}^{n}(p_j^*+\Delta p_j)\int_{\tilde{x}_{Hj}\le x_j}(x_j-\tilde{x}_{Hj})\,dF_j(\tilde{x}_{Hj})$$

Schreibt man

$$(5.66)\qquad (p_j^*+\Delta p_j) \text{ als } (k_{Hj}+\Delta k_{Hj})$$

so erhält man

$$(5.67)\qquad E[\tilde{Z}] = \sum_{j=1}^{n} (p_j^* - k_{Hj}) \int_{\tilde{x}_{Hj} \leq x_j} x_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj})$$

$$+ (p_j^* - k_{Hj}) \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} x_j\, dF_j(\tilde{x}_j)$$

$$- (q_{Lj} - \Delta k_{Hj}) \int_{\tilde{x}_{Hj} \leq x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \rightarrow \text{Max!}$$

Es ist an dieser Stelle darauf hinzuweisen, daß die stochastischen Kompensationslagerbestandsmengen ex post sicher festliegen, so daß sie in der Folgeperiode als deterministische Anfangsbestände in das Modell zu übernehmen sind. Es gilt allgemein

$$(5.68)\qquad \tilde{x}_{Hjt} = y_{Lj,t-1} + x_{jt} - \tilde{y}_{Ljt} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Hierin ist $y_{Lj,t-1}$ keine stochastische, sondern eine konstante Größe.

Bei den bisherigen Überlegungen zur Kompensation von Überschußmengen durch Lagerung wurde davon ausgegangen, daß Lagerkapazitäten in ausreichendem Umfang zur Aufnahme von Überschußmengen vorhanden sind. Beschränkte Lagerkapazitäten können dazu führen, daß ein Teil der Überschußmengen durch andere Kompensationsaktivitäten aufgefangen werden muß. Die neben der Lagerung im eigenen Fertigwarenlager erforderlich werdenden Aktivitäten können z.B. sein: Auslagerung auf ein kurzfristig angemietetes Zusatzlager, Notverkauf von Überschußmengen, Vernichtung von Überschußmengen. Die Konsequenzen beschränkter Lagerkapazität sollen zunächst für den Einproduktfall untersucht werden.

Gehen wir davon aus, daß Lagerkapazität in Höhe von F [m^2] zur Verfügung steht und eine Einheit der zu lagernden Pro-

duktart 1 $[m^2/ME]$ Lagereinheiten beansprucht, so können maximal $\frac{F}{1} = L$ [ME] der Produktart gelagert werden. Fallen Lagermengen an, so müssen diese bis zur Menge L mit dem Lagerkostensatz q_{L1} bewertet werden. Über L hinausgehende Lagermengen verursachen höhere Strafkosten pro Produkteinheit. Den Verlauf der erwarteten Straf-Lagerkosten gibt die Abb. 32 wieder. Bei einer Produktionsmenge $x < x_{HMin}$ fallen keine Kompensationslagerkosten an. Für alle Produktionsstrategien $x_{HMin} \leq x \leq x_L$ lassen sich die erwarteten Lagerkosten auf der Kostenkurve $E[\tilde{Q}_{L1}]$ ablesen, der der Lagerkostensatz q_{L1} zugrunde liegt.

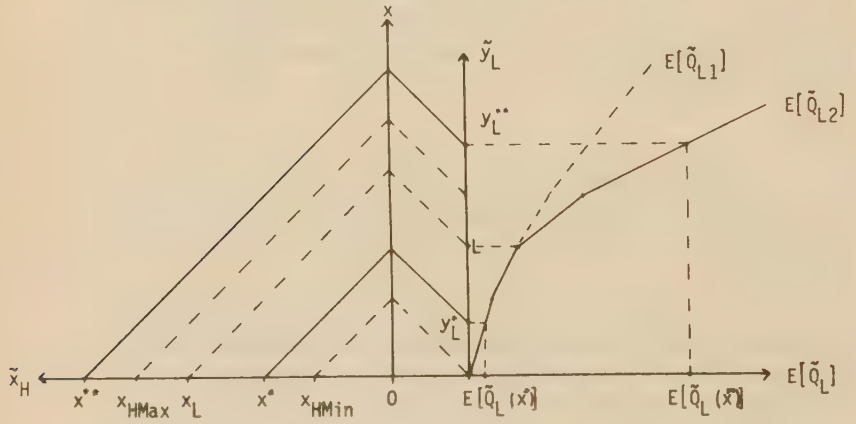


Abb. 32: Strafkostenverlauf bei beschränkten Lagerkapazitäten

Gegenüber dem Straf-Lagerkostenverlauf bei unbeschränkter Lagerkapazität $E[\tilde{Q}_{L1}]$ steigen die Straf-Lagerkosten bei beschränkten Lagerkapazitäten $E[\tilde{Q}_{L2}]$ für die Produktionsstrategien $x > x_L$ infolge des dann höheren Strafkostensatzes q_{L2} stärker an. Im Bereich $0 \leq \tilde{y}_L \leq L$ gilt der Lagerkostensatz q_{L1}, im Bereich $L < \tilde{y}_L$ der höhere Lagerkostensatz q_{L2}.

Bezeichnen wir die Produktionsmenge ($x_{HMin} + L$) als x_{HL}, so erhalten wir folgende Straf-Lagerkostenfunktion:

$$(5.69)\quad E[\tilde{Q}_L] = q_L \int_{\tilde{x}_H \leq x} (x - \tilde{x}_H)\, dF(\tilde{x}_H) - \Delta q_L \int_{\substack{\tilde{x}_H > x \\ \tilde{x}_H < x_{HL}}} (x_{HL} - \tilde{x}_H)\, dF(\tilde{x}_H)$$

Für die Kostensätze q_L und Δq_L gilt

$$(5.70)\quad q_L = \begin{cases} 0, & \text{wenn } x < \tilde{x}_H \\ q_{L1}, & \text{wenn } x \leq x_{HL} \\ q_{L2}, & \text{wenn } x > x_{HL} \end{cases} \qquad \Delta q_L = \begin{cases} 0, \text{ wenn } x < \tilde{x}_H \\ 0, \text{ wenn } x \leq x_{HL} \\ (q_{L2} - q_{L1}), \text{ wenn } x > x_{HL} \end{cases}$$

Der Verlauf der Straf-Lagerkosten soll an folgendem Beispiel demonstriert werden:

q_{L1} = 3 DM/ME
q_{L2} = 10 DM/ME
F = 1000 m^2
l = 20 m^2/ME
L = 50 ME
x_{HL} = 110 ME

w	x_H
60	0,2
100	0,4
120	0,3
140	0,1

Es ergeben sich folgende Straf-Lagerkostenfunktionen in den einzelnen x-Bereichen

$0 \leq x < 60$: $Q_L = 0$

$60 \leq x < 100$: $Q_L = 3\,(0{,}2x - 12)$

$\boxed{Q_L = 0{,}6x - 36}$

$100 \leq x < 110$: $Q_L = 3\,(0{,}6x - 52)$

$\boxed{Q_L = 1{,}8x - 156}$

$110 \leq x < 120$: $Q_L = 10\,(0{,}6x - 52) - 28 - 70$

$\boxed{Q_L = 6x - 618}$

$120 \leq x < 140$: $Q_L = 10\,(0{,}9x - 88) - 28 - 70$

$Q_L = 9x - 978$

$140 \leq x < \infty$: $Q_L = 10\,(x - 102) - 28 - 70$

$\boxed{Q_L = 10x - 1118}$

Für einige ausgewählte Produktionsmengen erhalten wir folgende erwartete Straf-Lagerkosten:

x [ME]	$E[\tilde{Q}_L]$ [DM]
60	0
100	24
110	42
120	102
140	282
180	682
200	882

Die Abb. 33 zeigt den Verlauf der erwarteten Straf-Lagerkosten.

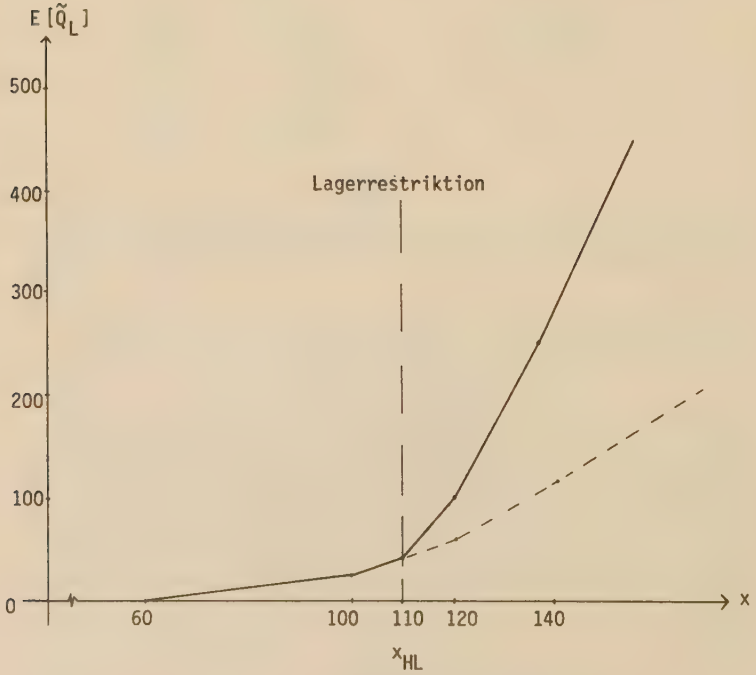


Abb. 33: Erwartete Kompensationslagerkosten

Es ist zu beachten, daß die beschränkte Lagerkapazität für die Entscheidung über die Produktionsmenge nicht direkt, sondern nur über den Kompensationskostensatz restriktiv wirkt. Solange Ausweichmöglichkeiten bestehen, kann die Formulierung einer Lagerrestriktion im üblichen Sinne entfallen, da die Kosten der Lagerung bzw. Auslagerung (oder sonstiger Ausgleichsaktivitäten) in der Zielfunktion berücksichtigt werden. Nur wenn keinerlei Ausweichmöglichkeiten bestehen limitiert die beschränkte Lagerkapazität die Produktion direkt.

Im Mehrproduktfall ergeben sich zusätzliche Schwierigkeiten, da ex ante produktindividuelle Lagerkapazitätsgrenzen und damit der Obergang zu anderen Oberschußmengen-Ausgleichsaktivitäten nicht angegeben werden können.[1] Sind die produktindividuellen Lagerkostensätze q_{L1j} sowie die Kosten der Auslagerung q_{L2j} bekannt, kann man eine Aufteilung der beschränkten Lagerkapazitäten vornehmen, indem man ex ante feste Lageranteile für die einzelnen Produktarten festlegt. Es gilt dann

$$L_j = \zeta_j \cdot L \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{5.71}$$

ζ_j bezeichnet in diesem Falle den Lageranteil der für die Produktart j vorgesehen ist. Es gilt weiterhin

$$0 \leq \zeta_j \leq 1 \tag{5.72}$$

und

$$\sum_{j=1}^{n} \zeta_j = 1 \tag{5.73}$$

Bei der Festlegung der ζ_j können einzelne Produktarten von vornherein zur Auslagerung vorgesehen werden.

Die erwarteten Straf-Lagerkosten ergeben sich im Mehrproduktfall dann als

1) Wir gehen dabei davon aus, daß eine gemeinsame Lagerung der Produktarten erfolgt.

$$(5.74)\qquad E[\tilde{Q}_L] = \sum_{j=1}^{n} \left[q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - \Delta q_{Lj} \int_{\substack{\tilde{x}_{Hj} \le x_j \\ \tilde{x}_{Hj} < x_{HLj}}} (x_{HLj} - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \right]$$

$$(5.75)\qquad \text{mit } q_{Lj} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } x_j < \tilde{x}_{Hj} \\ q_{L1j}, & \text{wenn } x_j \le x_{HLj} \\ q_{L2j}, & \text{wenn } x_j > x_{HLj} \end{cases}$$

$$\text{und } \Delta q_{Lj} = \begin{cases} 0, \text{ wenn } x_j < x_{Hj} \\ 0, \text{ wenn } x_j \le x_{HLj} \\ (q_{L2j} - q_{L1j}), \text{ wenn } x_j > x_{HLj} \end{cases}$$

Die produktindividuelle "Lagerkapazität" x_{HLj} wird bestimmt als

$$(5.76)\qquad x_{HLj} = x_{HjMin} + \zeta_j \cdot L$$

oder

$$(5.77)\qquad x_{HLj} = x_{HjMin} + L_j$$

Durch parametrische Abwandlung der Lageraufteilungskoeffizienten ζ_j läßt sich eine Approximation der optimalen Lageraufteilung erreichen.

5215. Kombinationsmöglichkeiten

Sind die Kompensationskostensätze der verschiedenen Aktivitäten zum Ausgleich von Überschußmengen bekannt, so kann man davon ausgehen, daß die Unternehmung diese Kompensationsaktivitäten in der Reihenfolge ansteigender Kompen-

sationskostensätze durchführen wird. Damit wird die Kompensation letztlich durch eine Kombination der erörterten Maßnahmen erfolgen. Wie am Beispiel differenzierter Lagerkostensätze gezeigt, können die differenzierten Kompensationskostensätze in die Strafkostenfunktion des Modells integriert werden.

522. Kompensationsmöglichkeiten beim Auftreten von Fehlmengen

Als nächstes sind die Kompensationsaktivitäten zu untersuchen, die zur Auswahl stehen, wenn die Nachfragemengen größer sind als die produzierten Mengen. Wir gehen davon aus, daß $\tilde{x}_{Hj} > x_j$ für alle Produktarten $j=1,\ldots,n$ sind. Die auftretenden Fehlmengen können grundsätzlich aufgefangen werden durch

(1) Verzicht auf Befriedigung der überschüssigen Nachfrage

(2) Nachlieferung von Fehlmengen

(3) Deckung der Fehlmengen durch Fremdbezug

(4) Eigenerstellung der Fehlmengen

(5) Kombinationsmöglichkeiten

Die aus diesem Aktivitäten resultierenden Strafkosten werden in der Zielfunktion des Kompensationsmodells berücksichtigt als

$$\tilde{Q}_F = \sum_{j=1}^{n} q_{Fj}\, \tilde{y}_{Fj} \tag{5.78}$$

oder mit dem deterministischen Äquivalent

$$E[\tilde{Q}_F] = \sum_{j=1}^{n} q_{Fj} \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} (\tilde{x}_{Hj} - x_j)\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \tag{5.79}$$

5221. Strafkosteneinflußgrößen beim Anfall von Fehlmengen

Bevor auf die einzelnen Kompensationsaktivitäten und die Bestimmung der daraus resultierenden Kompensationskosten eingegangen wird, sollen wieder einige allgemeine Oberlegungen über die Fehlmengenkosten-Einflußfaktoren angestellt werden. Die wichtigsten Einflußfaktoren lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Dauer der Fehlmengen
- Höhe der Fehlmengen
- Häufigkeit der Fehlmengen
- Beschaffenheit und Eigenschaften der Fehlmengenproduktarten
- Verhältnis und Art der Beziehungen des Unternehmens zum Absatzmarkt
- Art der Kompensation der Fehlmengen

Die genannten Faktoren wirken zum Teil unabhängig und zum Teil in interdependenter Abhängigkeit auf die Höhe der Fehlmengenkosten ein.

Im allgemeinen kann davon ausgegangen werden, daß der Fehlmengenkostensatz mit zunehmender Fehlmengendauer steigt, wenn auch eine allgemeingültige Aussage über die Art der Abhängigkeit des Fehlmengenkostensatzes von der Fehlmengendauer kaum gemacht werden kann. Der Fehlmengenkostensatz kann sich proportional oder unter- bzw. überproportional zur Fehlmengendauer verhalten oder auch sprunghaft ansteigen. Andererseits ist es auch denkbar, daß er unabhängig von der Fehlmengendauer ist.[1)] Die Ursache für die in der Regel mit zunehmender Fehlmengendauer ansteigenden Fehlmengenkosten ist darin zu sehen, daß die Kunden bis zu bestimmten Zeitpunkten bereit sind, auf die Lieferung zu warten, und daß nach Oberschreitung bestimmter Zeitspannen ein weiteres Warten der Kunden nur über besondere Zugeständnisse und letztlich überhaupt nicht mehr erreicht

1) Vgl. GEBHARDT-SEELE (Rechenmodelle 1962), S. 38 ff.

werden kann. Hieraus ergibt sich zwangsläufig, daß für die Planung von Fehlmengenkostensätzen Informationen über die Dauer des Vorliegens der Fehlmengen vorhanden sein müssen. Die Informationen über die stochastischen Absatzhöchstmengen $\tilde{x}_{Hj}$ beinhalten keine Aussage über den Absatzverlauf innerhalb des zeitlich abgegrenzten Entscheidungsfeldes. Die Annahme einer konstanten Produktionsgeschwindigkeit während der Planungsperiode und eines kontinuierlichen Aufbaus der Fehlmengen erscheint zweckmäßig und vertretbar. Andernfalls wird eine Aufspaltung der Planungsperiode in Teilperioden und eine mehrperiodige Modellanalyse erforderlich.

Neben der Fehlmengendauer hat die Höhe der Fehlmengen Einfluß auf die Strafkosten. Für einen Teil der Fehlmengenkosten kann zwar davon ausgegangen werden, daß sie unabhängig vom Ausmaß der nicht befriedigten Nachfrage anfallen[1)], andere Teile der Fehlmengenkosten sind hingegen von der Höhe der Fehlmengen abhängig. Vielfach sind kleinere Fehlmengen leichter und evtl. auch kostengünstiger durch Fremdbezug zu decken als große Mengen. Eine gegenläufige Wirkung kann bei größeren Mengen jedoch auch evtl. durch Preisnachlässe in Form von Mengenrabatten eintreten. Können die Fehlmengen nicht nachgeliefert werden und tritt der Lostsales-Fall auf, so wird bei großen Fehlmengen das Ausmaß des good-will-Verlustes höher sein als bei kleineren Mengen.

Die Häufigkeit auftretender Fehlmengen ist neben Höhe und Dauer als dritte Fehlmengen-Kosteneinflußgröße zu nennen. Geschieht es häufiger, daß die Nachfrage der Kunden nicht befriedigt werden kann, so wird die Verärgerung der Kunden mit zunehmender Häufigkeit ansteigen, was letztlich zu einer in Abhängigkeit von der Fehlmengenhäufigkeit steigenden Abwanderung der Kunden zur Konkurrenz führt und sich

1) Vgl. ARROW/KARLIN/SCARF (Studies 1958), S. 21

damit im Verlust von Marktanteilen niederschlägt.[1)]

Beschaffenheit und Eigenschaften der Fehlmengenproduktarten haben einen starken Einfluß auf die möglichen Aktivitäten zum Ausgleich der Fehlmengen und damit auf die Fehlmengenkosten. Handelt es sich bei den Fehlmengenproduktarten um leicht substituierbare Güter, werden die Kunden schnell bereit sein, auf am Markt angebotene Substitutionsprodukte auszuweichen. Dasselbe Verhalten wird zu beobachten sein, wenn die gleichen Produktarten von Konkurrenzunternehmen geliefert werden können. Das Ausmaß des akquisitorischen Potentials[2)] bestimmt in diesen Fällen die Lostsales-Schwelle für die Unternehmung. Andererseits muß davon ausgegangen werden, daß das akquisitorische Potential durch mangelnde Liefermöglichkeiten herabgesetzt wird.

In engem Zusammenhang mit der Art der Produkte steht das Verhältnis und die Art der Beziehungen zwischen Unternehmung und Markt. Je nach Marktform, die für die einzelne Fehlmengenproduktart gilt, werden die Ausgleichsaktivitäten ausfallen und damit die Kosten beeinflußt. Neben der allgemein geltenden Marktform wird die individuelle Beziehung zwischen Unternehmung und Kunde die Kompensationsaktivitäten und damit die Fehlmengenkosten beeinflussen.

Es ist offensichtlich, daß die Fehlmengenkosten in erster Linie von der Art der Kompensationsbemühungen abhängen. Der Verzicht auf den Ausgleich von Fehlmengen verursacht völlig andere Kosten als eine nachträgliche Eigenerstellung oder eventueller Fremdbezug.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß eine Aussage über die Wirkungsweise der Einflußfaktoren nicht generell möglich ist. Interdependente Wirkungen sowie Art der entstehenden Fehlmengenkosten sind grundsätzlich vom Einzel-

---

1) Vgl. SEILER (Auswirkungen 1966), S. 23
2) Zum Begriff des akquisitorischen Potentials vgl. GUTENBERG (Der Absatz 1976), S. 243 ff.

fall abhängig. Für die Bestimmung der Fehlmengenkosten ist eine Unterscheidung der Fehlmengenkosten, die innerhalb des zeitlich abgegrenzten Entscheidungsfeldes entstehen, von denjenigen Fehlmengenkosten, die außerhalb des zeitlich abgegrenzten Entscheidungsfeldes erkennbar werden, zweckmäßig. Je länger die Planungsperiode gewählt wird, umso mehr Kostenkomponenten fallen innerhalb des zeitlich abgegrenzten Entscheidungsfeldes an, sind jedoch zunehmend mit Unsicherheiten behaftet. Für die kurzfristige Produktions- und Absatzprogrammplanung kann davon ausgegangen werden, daß die in die relevanten Fehlmengenkosten einzubeziehenden Komponenten, die erst außerhalb des Entscheidungsfeldes erkennbar werden, Goodwill-Verluste darstellen, deren Quantifizierung ohnehin mit beträchtlichen Schwierigkeiten verbunden ist.

5222. Ausgleich von Fehlmengen durch Verzicht auf Befriedigung der Nachfrage

Ein Verzicht auf Befriedigung der überschüssigen Nachfrage ist in zwei Fällen denkbar. Einmal kann die Beschäftigungssituation den Ausgleich von Fehlmengen durch Eigenerstellung unmöglich machen. Ist die Ausweitung vollbeschäftigter Kapazitäten durch kurzfristige Anpassungsprozesse nicht durchführbar oder schon ausgeschöpft, und ist Fremdbezug zum Ausgleich der Fehlmengen nicht möglich, muß die Unternehmung unabhängig von den resultierenden Fehlmengenkosten die ungedeckte überschüssige Nachfrage in Kauf nehmen.[1] Andererseits kann ein Verzicht auf Ausgleich der überschüssigen Nachfrage auch dann als sinnvoll erscheinen, wenn die daraus resultierenden Fehlmengenkosten geringer eingeschätzt werden als die bei anderen Kompensationsmaßnahmen anfallenden Kosten.

---

1) Bei einperiodiger Betrachtungsweise ist zu berücksichtigen, daß die innerhalb der Planungsperiode nicht befriedigte Nachfrage nicht zwingend zu Lostsales wird, sondern evtl. in den Folgeperioden als Nachfrage erhalten bleibt und dann beliefert werden kann.

Für die Bestimmung der Fehlmengenkosten ist zu unterscheiden, ob die Nachfrage endgültig verloren ist, oder ob eine Obertragung der Nachfrage auf Folgeperioden möglich ist. Im ersten Fall resultieren als Kompensationskosten im wesentlichen

(a) Opportunitätskosten in Form entgehender Deckungsbeiträge

(b) Goodwill-Verluste (= entgehende Deckungsbeiträge zukünftiger Perioden)

Während die Opportunitätskosten mit hinreichender Genauigkeit einfach ermittelt werden können, müssen für die Bestimmung der Goodwill-Verluste geeignete Schätzverfahren angesetzt werden.[1] Die Schwierigkeiten einer Quantifizierung rechtfertigen jedoch in keinem Falle eine Vernachlässigung dieser Kostenkomponente.[2] Vorschläge zur Quantifizierung dieser Kosten finden sich jedoch in der Literatur kaum und beschränken sich im wesentlichen auf eine Analyse vergangenheitsbezogener Umsatzstatistiken.[3] Ein gangbarer Weg deutet sich an, wenn man das Auftreten von Fehlmengen als Negativwerbung interpretiert von der eine Negativwerbewirkung ausgeht. Folgt man dieser Argumentation, so weist die analoge Anwendung von Werbeerfolgsprognose- wie auch Werbeerfolgskontrollmodellen einen Weg.

Der Straf-Fehlmengenkostensatz setzt sich demnach wie folgt zusammen

---

1) In der Literatur wird die Operationalität der Ermittlung von Goodwill-Verlusten infolge von Prognose- und Zurechnungsschwierigkeiten zum Teil bestritten. Vgl. HAMMANN (Fehlmengen 1969), S. 387; STARR/MILLER (Inventory 1962), S. 12.

2) Vgl. die Argumentation bei GEBHARDT-SEELE (Rechenmodelle 1962), S. 74 f., der herausstellt, daß einem ungenauen Schätzwert in jedem Falle der Vorzug vor einer Vernachlässigung gegeben werden muß. Ebenso KOTTKE (Beschaffungsmenge 1966), S. 70 f.

3) Vgl. SCHWARTZ (Approach 1966), S. B 543.

$$(5.80) \qquad q_{Fj} = p_j^* - k_{Hj} + gw_j \qquad (j=1,\ldots,n) \quad ^{1)}$$

5223. Ausgleich von Fehlmengen durch Nachlieferung

Ist die Nachlieferung aufgetretener Fehlmengen in einer der Folgeperioden nicht ausgeschlossen[2)], so setzen sich die Straf-Fehlmengenkosten aus den Komponenten

(a) Deckungsbeitragsminderungen infolge Verschiebung auf Folgeperioden (Kostensteigerungen, Preisrückgänge) und

(b) Goodwill-Verluste aufgrund des verzögerten Liefertermins

zusammen. Hinsichtlich der Quantifizierung stellen auch in diesem Fall die auftretenden Goodwill-Verluste das eigentliche Problem dar.

Für den Backorder-Fall erhält man demnach die Fehlmengenkostensätze als

$$(5.81) \qquad q_{Fj} = (p_j^* + \Delta p_j) - (k_{Hj} + \Delta k_{Hj}) + gw_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Mit Δp sind dabei geschätzte Verkaufspreisänderungen, mit Δk_H geschätzte Kostenänderungen infolge der Verschiebung in die Folgeperiode anzugeben.

5224. Ausgleich von Fehlmengen durch Fremdbezug

In Engpaßsituationen ist es denkbar, daß als Aktivität zum Ausgleich auftretender Fehlmengen ein Fremdbezug der Fehlmengenproduktarten vorgesehen wird. Nicht nur knappe Fertigungskapazitäten sondern auch terminliche oder organisa-

1) Mit gw_j sind die geschätzten durchschnittlichen Goodwill-Verluste pro ME anzugeben.
2) In der Terminologie der Lagerhaltungstheorie bezeichnet man diese Möglichkeit als Backorder-Fall.

torische Engpässe für die Fertigungsvorbereitung wie auch Engpässe im Beschaffungsbereich können für diese Entscheidung ausschlaggebend sein. Der Fehlmengenkostensatz ist in diesem Fall gegeben durch den Deckungsbeitrag über die Fremdbezugskosten. Bezeichnet man den Fremdbezugspreis pro ME mit π_{Fj}, so erhält man

$$q_{Fj} = p_j^* - \pi_{Fj} \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{5.82}$$

Beim Fremdbezug von Kompensationsfehlmengen wird in vielen Fällen der Fehlmengenkostensatz in Abhängigkeit vom Umfang der Fehlmengen variieren. In diesem Falle ist der Verlauf der erwarteten Straf-Fehlmengenkosten analog zu Kap. 5214 zu bestimmen, wo infolge unterschiedlicher Lagerkostensätze das gleiche Problem gelöst wurde.

5225. Ausgleich von Fehlmengen durch Eigenerstellung

Sind die Kapazitäten des Unternehmens nicht voll ausgelastet, so wird man in der Regel versuchen, auftretende Fehlmengen durch Eigenerstellung auszugleichen, da man davon ausgehen kann, daß die Kompensationskosten einer Eigenerstellung niedriger sind als die Fehlmengenkosten einer anderen Kompensationsaktivität. Hierbei ist allerdings zu beachten, daß eine "Fehlmengenproduktion" die eigenen Kapazitäten zusätzlich belastet und nur bis zur Vollbeschäftigung ausgedehnt werden kann. Verbleibende Restfehlmengen müssen dann durch eine andere Ausgleichsaktivität aufgefangen werden.

Die allgemeine Problematik der Eigenkompensation wollen wir zunächst für den Einproduktfall bei einer Fertigungsstelle aufzeigen. Die Restriktion

$$T \geq t\ x \tag{5.83}$$

muß im Falle der Eigenkompensation von Fehlmengen ergänzt

werden, da die Eigenkompensationsmengen die Kapazität zusätzlich beanspruchen. Die Restriktion (5.83) wird deshalb ergänzt zu

$$T - t(x + \tilde{y}_F) = \tilde{T}_A \tag{5.84}$$

Die Zufallsvariable $\tilde{T}_A$ in (5.84) gibt die in Abhängigkeit von der Entscheidung der ersten Stufe und der Fehlmengen-Kompensationsvariablen $\tilde{y}_F$ entstehende Rest- oder Fehlfertigungskapazität an.[1] Ist $\tilde{T}_A > 0$, so wird die Kapazität der Fertigungsstelle durch die Produktionsentscheidung und die Fehlmengenkompensationsmenge nicht ausgeschöpft. $\tilde{T}_A < 0$ bezeichnet eine auftretende Fehlkapazität, die durch andere Ausgleichsaktivitäten aufgefangen werden muß

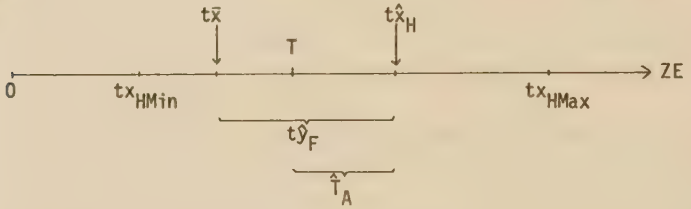


Abb. 34: Restkapazität in Abhängigkeit von Produktionsentscheidung und Fehlmengenkompensation

Abb. 34 zeigt die in Abhängigkeit von einer Produktionsentscheidung $\bar{x}$ und einer Realisation $\hat{x}_H$ der Zufallsvariablen $\tilde{x}_H$ resultierende Fehlkapazität $\hat{T}_A$, wenn die Fehlmengen $(\frac{T}{t} - \bar{x})$ durch Eigenerstellung kompensiert werden.

Bei Formulierung des Entscheidungsproblems als Kompensationsmodell sind die Kosten eines Ausgleichs der Restriktion (5.84) in der Zielfunktion zu berücksichtigen. Man erhält als Kompensationsmodell

---

1) Der Index A an $\tilde{T}_A$ soll zum Ausdruck bringen, daß es sich um eine Ausgleichsgröße handelt.

(5.85.0) $\tilde{G} = \tilde{DB}(x,\tilde{x}_H) - q_{\ddot{U}}\,\tilde{y}_{\ddot{U}} - q_F\,\tilde{y}_F - d_A\,\tilde{T}_A \longrightarrow \text{Max!}$

(5.85.1) $\tilde{x}_H = x - \tilde{y}_{\ddot{U}} + \tilde{y}_F$

(5.85.2) $T \geq t \cdot x$

(5.85.3) $T - t(x + \tilde{y}_F) = \tilde{T}_A$

In der Zielfunktion (5.85.0) sind die insgesamt zum Ausgleich der Fehlmengen anfallenden Strafkosten als

(5.86) $$\tilde{Q}_F = q_F\,\tilde{y}_F + d_A\,\tilde{T}_A$$

ausgewiesen. Der Fehlmengenkostensatz q_F beinhaltet die bei Eigenerstellung anfallenden Strafkosten. Diese ergeben sich als

(5.87) $$q_F = p^* - k_H - \Delta k_H$$

wobei Δk_H die zusätzlichen Kosten pro ME für die außerplanmäßige Realisierung der Fehlmengenproduktion wiedergibt.

Reicht die Kapazität zur Eigenerstellung der gesamten Fehlmengen q_F aus, d.h. $\tilde{T}_A \geq 0$, so sind im Kostensatz q_F sämtliche Fehlmengenkosten abgedeckt. Die Restkapazität $\tilde{T}_A \geq 0$ verursacht keine weiteren Kompensationskosten, so daß der Kostensatz d_A in diesem Fall den Wert Null annimmt. D.h.

(5.88) $$\tilde{T}_A \geq 0 \longrightarrow d_A = 0$$

Können die Fehlmengen $\tilde{y}_F$ nicht voll durch Eigenerstellung ausgeglichen werden, d.h. $\tilde{T}_A < 0$, so müssen sich in $d_A\,\tilde{T}_A$ die zusätzlich anfallenden Kosten für den Ausgleich der Restfehlmengen niederschlagen. D.h.

(5.89) $$\tilde{T}_A < 0 \longrightarrow d_A \geq 0$$

Fehlen z.B. zum Ausgleich der gesamten Fehlmengen $\tilde{y}_F$ noch $\tilde{T}_A$ Maschinenminuten, und können diese im Lohnauftrag zugekauft werden, so gibt $d_A \tilde{T}_A$ die Mehrkosten des Zukaufs gegenüber den Fehlmengenstrafkosten bei Eigenerstellung an.[1] Ist für den Ausgleich der Restfehlmengen eine andere Kompensationsaktivität einzuleiten, so sind die aus dieser Aktivität resultierenden Mehrkosten im Kostensatz d_A zu berücksichtigen.

Da Fehlmengen nur auftreten, wenn die Nachfragemengen grösser als die Produktionsmengen sind, ist die Kompensationsvariable

$$\tilde{y}_F = \tilde{x}_H - x \tag{5.90}$$

und damit

$$\tilde{x}_H = x + \tilde{y}_F \tag{5.91}$$

Deshalb läßt sich (5.85.3) auch schreiben als

$$T - t\,\tilde{x}_H = \tilde{T}_A \tag{5.92}$$

Das bedeutet aber, daß die Zufallsvariable $\tilde{T}_A$ nur von der Zufallsvariablen $\tilde{x}_H$ und nicht von der Entscheidungsvariablen x abhängig ist. $\tilde{T}_A$ ist also für die Entscheidung über die Produktionsmenge x nicht relevant. Ein expliziter Ausweis des Ausdrucks $d_A \tilde{T}_A$ in der Zielfunktion (5.85.0) ist für die Ableitung der optimalen Entscheidung über die Produktionsmenge nicht erforderlich. Die Kosten des Ausgleichs der Restriktion (5.85.3) sind demnach nicht relevant,und es genügt, den Kompensationskostensatz der Eigenerstellung (5.87) zu berücksichtigen.

---

1) Es ist darauf hinzuweisen, daß die Zufallsvariable $\tilde{T}_A$ die Dimension der Restriktion T hat. Ist T z.B. in Maschinenminuten angegeben, so muß der Kostensatz d_A in der Dimension [DM/Maschinenminute] angegeben sein.

Die Irrelevanz der Mehrkosten zum Ausgleich der nicht in Eigenerstellung produzierbaren Restfehlmengen läßt sich auch wie folgt verdeutlichen. Ist die Kapazität gegeben als

$$x_{HMin} < \frac{T}{t} < x_{HMax} \tag{5.93}$$

so erhält man folgende erwartete Fehlmengenstrafkosten

$$E[\tilde{Q}_F] = (p^* - k_H - \Delta k_H) \int_{\tilde{x}_H > x} (\tilde{x}_H - x)\, dF(\tilde{x}_H) + d_A \int_{\substack{\tilde{x}_H > x \\ \tilde{x}_H \geq x_{HT}}} (T - t\tilde{x}_H)\, dF(\tilde{x}_H) \tag{5.94}$$

x_{HT} gibt in (5.94) die Kapazitätsgrenze $\frac{T}{t}$ an. Die zweite Zeile der Strafkostenfunktion (5.94) gibt den Erwartungswert $E\left[d_A \tilde{T}_A\right]$ wieder und stellt eine konstante Größe dar. Bezeichnen wir diese Konstante als C, so vereinfacht sich (5.94) zu

$$E[\tilde{Q}_F] = (p^* - k_H - \Delta k_H) \int_{\tilde{x}_H > x} (\tilde{x}_H - x)\, dF(\tilde{x}_H) + C \tag{5.95}$$

Abb. 35 gibt diesen Zusammenhang wieder. Die Strategie x_o führt zu erwarteten Fehlmengenkosten von $E[\tilde{Q}_F(x_o)]$. Die relevanten Kompensationskosten sind durch die Strategien $0 \leq x \leq x_{HT}$ gegeben.

Überträgt man diese Überlegungen auf den allgemeinen n-Produkt, m-Maschinenfall, so erhält man analog zu (5.85)

$$\tilde{G} = \sum_{j=1}^{n} \tilde{DB}_j(x_j, \tilde{x}_{Hj}) - q_{Fj}\, \tilde{y}_{Fj} - q_{\ddot{u}j}\, \tilde{y}_{\ddot{u}j} - \sum_{i=1}^{m} d_{Ai} \tilde{T}_{Ai} \longrightarrow \text{Max!} \tag{5.96.0}$$

$$(5.96.1) \quad \tilde{x}_{Hj} = x_j + \tilde{y}_{Fj} - \tilde{y}_{\ddot{u}j} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

$$(5.96.2) \quad T_i \geq \sum_{j=1}^{n} t_{ij}\, x_j \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(5.96.3) \quad T_i - \sum_{j=1}^{n} t_{ij}(x_j + \tilde{y}_{Fj}) = \tilde{T}_{Ai} \qquad (i=1,\ldots,m)$$

Auch im allgemeinen Fall zeigt sich, daß für die Produktionsentscheidung über die Mengen x_j nur die Restriktionen (5.96.2) limitierend wirken und die zusätzlichen Kosten des Restfehlmengenausgleichs nicht relevant sind.

5226. Kombinationsmöglichkeiten

Kombinationsmöglichkeiten der dargestellten Aktivitäten zum Ausgleich auftretender Fehlmengen sind in zweifacher Hinsicht denkbar. Einmal können für verschiedene Produktarten unterschiedliche Aktivitäten zum Ausgleich der Fehlmengen vorgesehen werden. Die Straf-Fehlmengenkostensätze lassen sich dann ohne Schwierigkeiten für jede Produktart ableiten. Zum anderen besteht die Möglichkeit, für den Ausgleich der Fehlmengen einzelner Produktarten mehrere Ausgleichsaktivitäten in einer durch die Höhe der Kompensationskostensätze vorgegebenen Reihenfolge durchzuführen. So ist es zum Beispiel denkbar, daß bis zur Kapazitätsgrenze ein Ausgleich durch nachträgliche Eigenerstellung erfolgen soll, darüber hinaus anfallende Fehlmengen können nur bis zu einer bestimmten Obergrenze fremdbezogen werden, auf den Ausgleich weiterer Fehlmengen muß verzichtet werden. Bedeutsam für die Entscheidung über die Produktionsmengen sind in diesem Falle nur die Kostensätze der Eigenkompensation, wie im Kapitel 5225 gezeigt wurde.

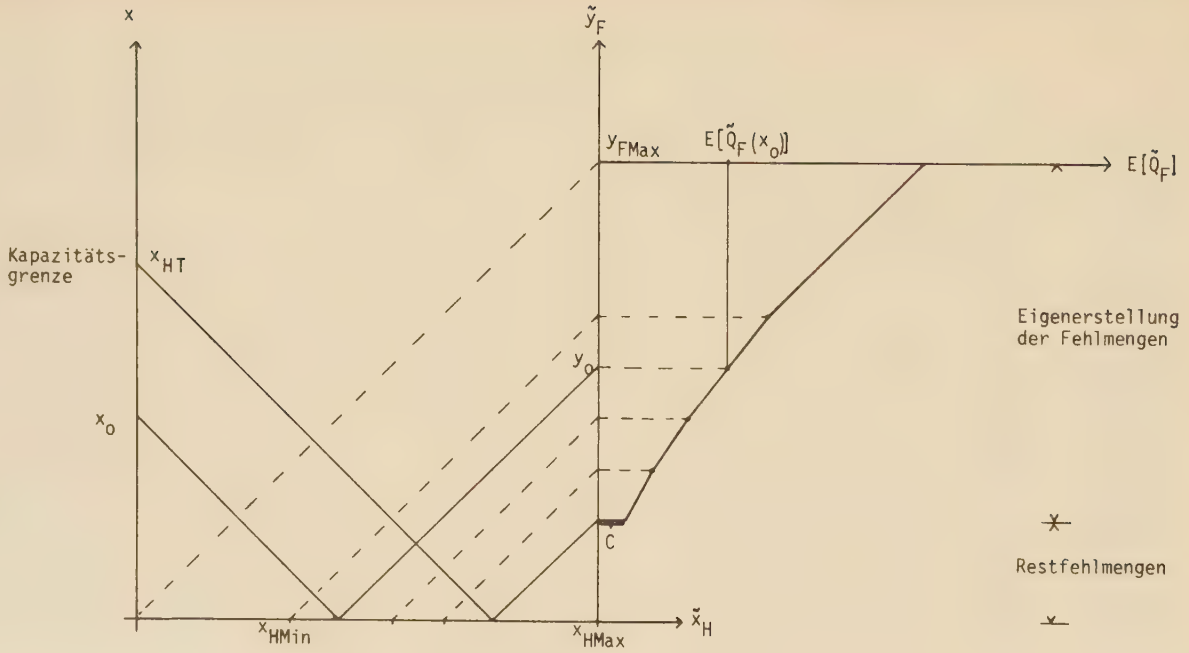


Abb. 35: Verlauf der erwarteten Fehlmengen bei beschränkten Fertigungskapazitäten

53. Die Integration von Entscheidungsproblemen der Produktionsvollzugsplanung in das Standardproblem der Produktions- und Absatzprogrammplanung

Die dem bisher behandelten Standardproblem zugrunde liegende Prämisse konstanter Grenzfertigungskosten pro Produkteinheit bedeutet, daß alle Verfahrenswahlentscheidungen der Produktionsvollzugsplanung ausgeklammert sind. Gerade aber in Engpaßsituationen verstößt die Antizipation von Verfahrenswahlentscheidungen gegen den Grundsatz von der Interdependenz der betrieblichen Teilpläne.[1)] Deshalb soll im folgenden eine schrittweise Integration von Verfahrenswahlproblemen erfolgen und untersucht werden, wie optimale Verfahrenswahlentscheidungen abgeleitet werden können, wenn unsichere Daten explizit in den Modellansatz einbezogen werden.

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 159.

531. Die optimale Wahl zwischen mehreren Fertigungsstellen bei Berücksichtigung der Unsicherheit der Daten

5311. Die Problemstellung der Fertigungsstellenauswahl

Als erster Teilbereich der Verfahrensplanung wird die Maschinen- und Arbeitsplatzwahl herausgegriffen. Häufig wird dieser Teilbereich der Produktionsvollzugsplanung auch als Verfahrensplanung im engeren Sinne bezeichnet.[1] Dem Inhalt nach handelt es sich dabei um die Zuteilung der Produktion auf die einzelnen Fertigungsstellen des Betriebes,[2] wobei zu berücksichtigen ist, daß vielfach mehrere funktionsgleiche Fertigungsstellen vorhanden sind, die sich z.B. aufgrund unterschiedlicher qualitativer Kapazität oder verschiedener Mechanisierungsgrade in ihrer Kostenstruktur unterscheiden. Während man bei diesem Problemkreis produktionstheoretisch von der Substitution von Produktionsfunktionen spricht[3], bezeichnet man die Verfahrenswahl im engeren Sinne aus dem Blickwinkel des Operations Research als Zuteilungs- oder Produktionsaufteilungsprobleme oder auch als optimale Auswahl von Prozessen oder Aktivitäten.[4]

Gehen wir davon aus, daß $j=1,\ldots,n$ Produktarten, deren Absatzhöchstmengen gegeben sind, $i=1,\ldots,m$ Arbeitsgänge nacheinander durchlaufen, in denen jeweils $\nu=1,\ldots,\nu_i$ Verfahrenswahlmöglichkeiten gegeben sind, und bezeichnen wir die verfahrensunabhängigen proportionalen Kosten pro ME mit k^*, die nach Arbeitsgängen, Verfahren und Produkt-

---

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 164.
2) Die in der angloamerikanischen Literatur vielfach unter dem Begriff der Verfahrensplanung im engeren Sinne subsumierte zeitliche Maschinenbelegungsplanung (Feinterminplanung und Ablaufplanung) bleibt ausgeklammert.
3) Vgl. LASSMANN (Produktionsfunktion 1958), S. 169; DANØ (Programming 1974), S. 47 ff.
4) Vgl. ADAM (Produktionsplanung 1969), S. 42.

arten differenzierten Fertigungszeiten pro ME mit $t_{i\nu j}$ und die zugehörigen Grenzkostensätze pro ZE und $d_{i\nu}$, so kann man bei deterministischen Daten folgendes lineare Planungsmodell zur optimalen Produktionsprogramm- und Verfahrenswahl formulieren:[1)]

$$(5.97.0) \qquad G = - \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{v_i} t_{i\nu j}\, d_{i\nu}\, x_{i\nu j} + \sum_{j=1}^{n} (p_j - k_j^*)\, x_j \longrightarrow \text{Max!} \quad [2)]$$

$$(5.97.1) \qquad T_{i\nu} \geq \sum_{j=1}^{n} t_{i\nu j}\, x_{i\nu j} \qquad (i=1,\ldots,m)\ (\nu=1,\ldots,v_i)$$

$$(5.97.2) \qquad 0 = - x_j + \sum_{\nu=1}^{v_i} x_{i\nu j} \qquad (j=1,\ldots,n)\ (i=1,\ldots,m)$$

$$(5.97.3) \qquad x_{Hj} \geq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

5312. Optimale Fertigungsstellenauswahl bei stochastischen Zielfunktionskoeffizienten

Die in der Zielfunktion (5.97.0) mit k_j^* bezeichneten verfahrensunabhängigen Kosten lassen sich in die Komponenten

k_{Bj} = Material- und Beschaffungskosten pro ME und

k_{Sj} = Sonstige verfahrensunabhängige Kosten pro ME

zerlegen. Wenn wir annehmen, daß die extern determinierten Material- und Beschaffungskosten k_{Bj} eine stochastische Variable darstellen, so daß gilt

---

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 180 f., der neben der hier gewählten arbeitsgangweisen Formulierung auch die Formulierung des Problems als Alternativkalkulation beschreibt.

2) Die explizite Zuordnung der Deckungsbeiträge $(p_j - k_j^*)$ zu den Variablen x_j und die damit etwas umständliche Modellformulierung wird im Hinblick auf die folgende Analyse gewählt.

$$\tilde{k}_j^* = \tilde{k}_{Bj} + k_{Sj} \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{5.98}$$

nimmt die Zielfunktion (5.97.0) die Form

$$\tilde{G} = \sum_{j=1}^{n} (p_j - \tilde{k}_j^*)\, x_j - \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{v_i} t_{i\nu j}\, d_{i\nu}\, x_{i\nu j} \rightarrow \text{Max!} \tag{5.99}$$

an, und man sieht sofort, daß das eigentliche Verfahrenswahlproblem durch die stochastischen Koeffizienten nicht tangiert wird. Maximieren wir als deterministisches Äquivalent der stochastischen Zielfunktion (5.99) den Erwartungswert $E[\tilde{G}]$, so ist

$$E[\tilde{G}] = \sum_{j=1}^{n} \left[p_j - E(\tilde{k}_j^*) \right] x_j - \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{v_i} t_{i\nu j}\, d_{i\nu}\, x_{i\nu j} \rightarrow \text{Max!} \tag{5.100}$$

Mit der deterministischen Ersatzzielfunktion (5.100) kann dann die optimale Verfahrenswahl erfolgen.[1)]

5313. Optimale Fertigungsstellenauswahl bei stochastischen Absatzhöchstmengen

Werden neben den verfahrensunabhängigen Kosten der Zielfunktion die Absatzmengen als stochastische Variablen angenommen, so ist neben der Zielfunktion auch der Lösungsraum zufallsabhängig. Gehen wir zunächst davon aus, daß keine Kapazitätsengpässe wirksam werden, so läßt sich das

1) Zur Verfahrenswahl bei verschiedenen Beschäftigungsgraden und verschiedenen Abgrenzungsstufen des Absatzbereichs vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 168 und 175 ff.

Entscheidungsproblem als Kompensationsmodell wie folgt formulieren:

$$(5.101.0)\quad \tilde{G} = \sum_{j=1}^{n} \Big[\tilde{DB}_j^*(x_j, \tilde{x}_{Hj}) - \tilde{k}_j^* x_j - \sum_{i=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{v_i} t_{i\nu j}\, d_{i\nu}\, x_{i\nu j} - q_{\ddot{u}j}\, \tilde{y}_{\ddot{u}j} - q_{Fj}\, \tilde{y}_{Fj} \Big] \longrightarrow \text{Max!}$$

$$(5.101.1)\quad \tilde{x}_{Hj} = x_j - \tilde{y}_{\ddot{u}j} + \tilde{y}_{Fj} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

$$(5.101.2)\quad 0 = -x_j + \sum_{\nu=1}^{v_j} x_{i\nu j} \qquad \begin{matrix}(j=1,\ldots,n)\\(i=1,\ldots,m)\end{matrix}$$

Die deterministische Ersatzzielfunktion[1] zu (5.101) ist dann:

$$(5.102)\quad E[\tilde{G}] = \sum_{j=1}^{n} \Big[p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} \tilde{x}_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} x_j\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - (E[\tilde{k}_{Bj}] + k_{Sj})\, x_j - \sum_{i=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{v_i} t_{i\nu j}\, d_{i\nu}\, x_{i\nu j} - q_{\ddot{u}j} \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - q_{Fj} \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} (\tilde{x}_{Hj} - x_j)\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \Big] \longrightarrow \text{Max!}$$

Die erste Zeile der Zielfunktion (5.102) gibt den erwarteten Deckungsbeitrag über die anteiligen Verwaltungs- und

1) Als Ersatzzielfunktion wird im folgenden immer die Maximierung des Erwartungswertes zugrunde gelegt. Für die Kompensation wird im folgenden unterstellt: Kompensationsüberschußmengen werden gelagert, Engpässe im Lagerbereich bestehen nicht. Kompensationslagerbestände werden zu Grenzherstellkosten bewertet. Kompensationsfehlmengen werden bis zur Kapazitätsauslastung eigenerstellt, Restfehlmengen fremdbezogen.

Vertriebskosten an. Die zweite Zeile enthält die erwarteten Herstellkosten ohne verfahrensabhängige Kosten, die in der dritten Zeile gesondert ausgewiesen sind. Vierte und fünfte Zeile beinhalten die Kompensationsüberschuß- und die Kompensationsfehlmengenkosten.

Werden keine Kapazitätsengpässe wirksam, so kann die Fertigungsstellenauswahl für jede Produktart in jedem Arbeitsgang isoliert erfolgen. Die optimalen verfahrensabhängigen Kosten lassen sich demzufolge ermitteln als:

$$(5.103) \qquad k_{Verfj} = \sum_{i=1}^{m} \min_{\nu} \left\{ d_{i\nu}\, t_{i\nu j} \right\} \qquad (j=1,\ldots n)$$

Die Grenzherstellkosten der Produktarten sind dann:

$$(5.104) \qquad \tilde{k}_{Hj} = \tilde{k}_{Bj} + k_{Sj} + k_{Verfj} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Vereinfachen wir (5.102) durch folgende Schreibweise

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{Bj} + k_{Sj} + k_{Verfj} &= \tilde{k}_{Hj} \\ q_{\ddot{u}j} &= q_{Lj} - \tilde{k}_{Hj} \\ q_{Fj} &= \tilde{k}_{Hj} \\ E\left[\tilde{k}_{Hj}\right] &= \bar{k}_{Hj} \end{aligned}$$

so erhalten wir nach einigen Umformungen die Zielfunktion:

$$(5.105)\quad E[\tilde{G}] = \sum_{j=1}^{n} \left[p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} \tilde{x}_{Hj}\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) + p_j^*\, x_j \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \right.$$

$$- \bar{k}_{Hj}\, E\left[\tilde{x}_{Hj}\right]$$

$$\left. - q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} \le x_j} (x_j - \tilde{x}_{Hj})\, dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \right] \quad \rightarrow \text{Max!}$$

Damit läßt sich als Entscheidungskriterium ableiten:

$$(5.106)\quad \frac{\Delta E[\tilde{G}]}{\Delta x_j} = 0 = p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj}) - q_{Lj} \int_{\tilde{x}_{Hj} < x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj}) \qquad (j=1,\ldots,n)$$

oder

$$(5.107)\quad q_{Lj} = \frac{p_j^* \int_{\tilde{x}_{Hj} > x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj})}{\int_{\tilde{x}_{Hj} < x_j} dF_j(\tilde{x}_{Hj})} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Die Kriterien (5.106) und (5.107) zeigen, daß unter den zugrunde gelegten Prämissen eine Ausdehnung der Produktionsmengen der Produktarten solange sinnvoll ist, wie der Lagerkostensatz unter dem erwarteten Stückdeckungsbeitrag über die umsatzabhängigen proportionalen Verwaltungs- und Vertriebskosten liegt.

Bei Einbeziehung von Kapazitätsengpässen in die optimale Fertigungsstellenauswahl muß der Modellansatz (5.101) um die Restriktionen (5.97.1) ergänzt werden. Gegenüber der bisher unterstellten Beschäftigungssituation ergeben sich jedoch einige ökonomische Schwierigkeiten. Werden Fertigungsstellen eines Arbeitsganges zum Engpaß, so können nicht alle Produktionsmengen des Arbeitsganges mit dem kostengünstigsten Verfahren hergestellt werden; eine Auslagerung auf Fertigungsstellen mit freien Kapazitäten wird erforderlich. Für die in Eigenerstellung zu produzierenden Kompensationsfehlmengen ergibt sich das gleiche Problem. Die Fehlmengen-Kompensationskostensätze

$$(5.108)\quad q_{Fj} = \bar{k}_{Hj} = E(\tilde{k}_{Bj}) + k_{Sj} + k_{Verfj} \qquad (j=1,\ldots,n)$$

beinhalten die lösungsabhängigen verfahrensabhängigen Kosten k_{Verfj}, die vor Lösung des Entscheidungsproblems nicht angegeben werden können. Eine exakte Angabe der Fehlmengenkostensätze q_{Fj} ist deshalb nicht möglich. Um die Lösbarkeit des Problems zu gewährleisten, können die Fehlmengen-Kompensationskostensätze näherungsweise bestimmt werden, indem für die verfahrensabhängigen Kosten ein Durchschnittskostensatz zugrunde gelegt wird. Die gleiche Problematik ergibt sich für die Bewertung der Kompensationslagermengen, da eine Bewertung zu Grenzherstellkosten ebenfalls die Kenntnis der lösungsabhängigen k_{Verf} voraussetzt.

532. Die optimale Steuerung kapazitätserhöhender Anpassungsprozesse bei unsicheren Absatzhöchstmengen

Die in den bisherigen Planungsmodellen zur kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung zugrunde gelegten Kapazitäten der Fertigungsstellen T_i sind abgeleitet bei einschichtiger Beschäftigung, normaler Arbeitszeit und optimalen Intensitäten.[1] In Engpaßsituationen lassen sich knappe "Normalkapazitäten" durch die kurzfristigen Anpassungsmaßnahmen der zeitlichen und intensitätsmäßigen Anpassung erweitern. Ebenso lassen sich beim Auftreten von Fehlmengen infolge zufallsabhängiger Absatzhöchstmengen auf diese Weise Kapazitätserweiterungen erzielen und damit die in der Regel höheren Kompensationskosten der Fremdbezugskompensation oder des Verzichts auf Befriedigung der Nachfrage vermeiden.

Wir wollen uns im folgenden darauf beschränken, die Auswirkungen unsicherer Absatzhöchstmengen auf den Einsatz von Mehrarbeitszeiten und den Einsatz zeitlich-intensitätsmäßiger Anpassungsprozesse zu untersuchen, da die Problematik der Integration unsicherer Daten bei diesen Anpassungsmaßnahmen deutlich gemacht werden kann und sich bei anderen möglichen Anpassungsmaßnahmen nicht wesentlich unterscheidet.

5321. Der Einsatz von Mehrarbeitszeiten

Der Einsatz von Mehrarbeitszeiten[2] ist in den meisten Unternehmungen die am schnellsten zu realisierende zeitliche Anpassungsmöglichkeit beim Auftreten von Engpässen. Die Kapazitätsausweitung durch diese Art der Anpassung ist jedoch nur in beschränktem Umfange möglich, da die Bestimmungen der Arbeitszeitordnung und die Vereinbarungen der

1) Zur Ableitung kostenoptimaler Kapazitäten vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 46 ff.
2) Unter Mehrarbeitszeiten sind Arbeitszeiten zu verstehen, die über die tariflich festgelegten Normalarbeitszeiten hinausgehen. Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 204.

Manteltarifverträge Grenzen setzen.[1] Die kostenmäßigen Auswirkungen des Einsatzes von Mehrarbeitszeiten sind dadurch gekennzeichnet, daß sich nur die lohnabhängigen Teile der Kostensätze verändern. Gehen wir z.B. davon aus, daß in einer Fertigungsstelle $\nu = 1,..,v$ Mehrarbeitszeitkategorien eingesetzt werden können und die Kapazitätsausweitung durch die einzelnen Mehrarbeitszeitkategorien mit ΔT_ν angegeben werden kann, so entwickelt sich der Grenzkostensatz der Fertigungsstelle wie in Abb. 36 angegeben. Bis zur "Normalkapazität" T_0 gilt der Grenzfertigungskostensatz k_0. Für die Ausweitung der Kapazität von T_0 auf T_1 um ΔT_1 Zeiteinheiten gilt der erhöhte Kostensatz k_1, etc.

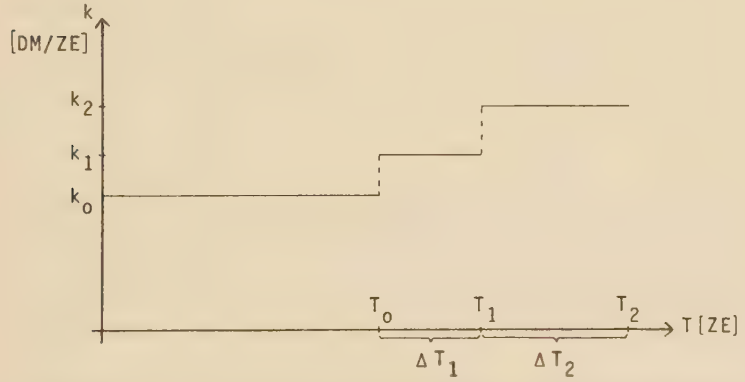


Abb. 36: Grenzfertigungskostensatz in Abhängigkeit vom Mehrarbeitszeiteneinsatz

Bei der Zuordnung der von den Arbeitskräften geleisteten Mehrarbeitszeiten muß unterschieden werden, ob der Arbeitskräfteeinsatz an bestimmte Fertigungsstellen gebunden ist (Spezialistenfall[2]) oder ob ein Einsatz der Arbeitskräfte in allen Fertigungsstellen möglich ist (Universalistenfall[2]). Für den Spezialistenfall läßt sich

---

1) Zu den Grenzen des Mehrarbeitszeiteinsatzes vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 204 ff.

2) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 211.

bei deterministischen Daten zur simultanen Planung von Produktions- und Absatzprogramm und Mehrarbeitszeiteinsatz das folgende lineare Planungsmodell formulieren:

p_j^* Deckungsbeitrag über die umsatzabhängigen proportionalen Verwaltungs- und Vertriebskosten

k_{Hj}^* proportionale Herstellkosten bei Normalarbeitszeit

$\Delta d_{i\nu}$ Kostensatzerhöhung der Fertigungsstelle i bei Mehrarbeitszeitkategorie ν

$T_{Hi\nu}$ Obergrenze der Mehrarbeitszeitkategorie ν in Fertigungsstelle i [1)]

$$(5.109.0) \quad G = \sum_{j=1}^{n} (p_j^* - k_{Hj}^*) x_j - \sum_{i=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{v} \Delta T_{i\nu} \Delta d_{i\nu} \longrightarrow \text{Max!}$$

$$(5.109.1) \quad T_i \geq \sum_{j=1}^{n} t_{ij} x_j - \sum_{\nu=1}^{v} \Delta T_{i\nu} \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(5.109.2) \quad T_{Hi\nu} \geq \Delta T_{i\nu} \qquad (i=1,\ldots,m) \quad (\nu=1,\ldots,v)$$

$$(5.109.3) \quad x_{Hj} \geq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

Die bei Einbeziehung unsicherer Absatzhöchstmengen auftretende Problematik wollen wir schrittweise erläutern und zunächst die Auswirkungen auf die Kompensationskosten für den Einprodukt-Einengpaßfall aufzeigen. Die Oberschußmengen-Kompensationskosten werden durch den Einsatz von Mehrarbeitszeiten nur insofern beeinflußt, als der Einsatz von Mehr-

---

1) Bei der Formulierung des Planungsmodells sind wir davon ausgegangen, daß ΔT_ν und T in der gleichen Dimension angegeben sind. Sind dagegen die Kapazität der Fertigungsstellen in Maschinen-ZE angegeben und die Mehrarbeitszeiten in Arbeitsstunden, so muß mit Hilfe der Bedienungsrelation und des Laufzeitfaktors eine Umrechnung der Arbeitsstunden in Maschinen-ZE erfolgen. Vgl. dazu KILGER (Optimale 1973), S. 207.

arbeitszeiten die Grenzherstellkosten der Produktarten erhöht und damit die Lagerkosten tangiert werden. Direkt beeinflußt werden hingegen die Kompensations-Fehlmengenkosten. Abb. 37 zeigt den Geltungsbereich unterschiedlicher Fehlmengenkostensätze q_{F1}, q_{F2} und q_{F3}. Im Bereich der "Normalkapazität", d.h.

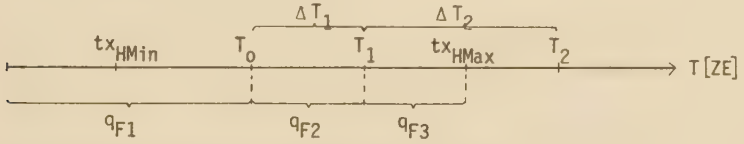


Abb. 37: Geltungsbereich unterschiedlicher Fehlmengenkostensätze bei Mehrarbeitszeiteneinsatz

die Fehlmengen $(\tilde{x}_H - x) < \frac{T_0}{t}$ können ohne den Einsatz von Mehrarbeitszeiten in Eigenerstellung gefertigt werden, ist der Kompensationskostensatz

$$q_{F1} = p^* - k_H^* - \Delta k_H \tag{5.110}$$

wobei Δk_H die für die Fehlmengenproduktion zusätzlichen Kosten beinhaltet. Der für den Bereich $(T_0, T_1]$ gültige Fehlmengenkostensatz q_{F2} unterscheidet sich um die Kosten des Mehrarbeitszeiteneinsatzes der Kategorie 1, so daß gilt

$$q_{F2} = p^* - k_H^* - \Delta k_H - \Delta d_1\, t \tag{5.111}$$

Für den Fehlmengenkostensatz q_{F3} erhält man entsprechend

$$q_{F3} = p^* - k_H^* - \Delta k_H - \Delta d_2\, t \tag{5.112}$$

Zerlegt man die Fehlmengenstrafkosten in die Komponenten: Strafkosten bei Normalarbeitszeit und Zusatzstrafkosten für Mehrarbeitszeitzuschläge, so erhält man die Funktion der erwarteten Fehlmengenkosten als

$$(5.113) \qquad E[\tilde{Q}_F] + \Delta E[\tilde{Q}_F] = q_F \int_{\tilde{x}_H > x} (\tilde{x}_H - x)\, dF(\tilde{x}_H) + \Delta q_F \int_{\tilde{x}_H > x} (\tilde{x}_H - x)\, dF(\tilde{x}_H)$$

mit

$$\Delta q_F = \begin{cases} 0, \text{ wenn } \tilde{x}_H \leq T_0 \\ q_{F\nu} - q_F, \text{ wenn } T_{\nu-1} < \tilde{x}_H \leq T_\nu \\ \qquad \text{für } \nu = 1, \ldots, v \end{cases}$$

Gelten für eine Produktart z.B. die Daten

$p^* = 20,-$ DM/ME
$k_H^* = 15,-$ DM/ME
$\Delta d_1 t = 1,-$ DM/ME
$\Delta d_2 t = 2,-$ DM/ME
$T_0 = 80$ ME
$T_1 = 110$ ME
$T_2 = 150$ ME

w	x_H
0,2	60
0,4	100
0,3	120
0,1	140

so erhält man folgende Strafkostenfunktion:

Bereich	$E[\tilde{Q}_F]$ + $\Delta E[\tilde{Q}_F]$
$0 \leq x < 60$:	$510 - 5x - 32$
$60 \leq x < 80$:	$450 - 4x - 32$
$80 \leq x < 100$:	$450 - 4x - 96 + 0,8x$
$100 \leq x < 110$:	$250 - 2x - 56 + 0,4x$
$110 \leq x < 120$:	$250 - 2x - 100 + 0,8x$
$120 \leq x < 140$:	$70 - 0,5x - 28 + 0,2x$

Die optimale Produktionsentscheidung unter Berücksichtigung des Mehrarbeitszeiteneinsatzes kann im Einprodukt-Einengpaßfall analog zu Kap. 513 abgeleitet werden. In

die Zielfunktion gehen dann die nach (5.113) spezifizierten Straf-Fehlmengenkosten ein.

Durchlaufen mehrere Produktarten eine Engpaßstelle, deren Kapazität durch den Einsatz von $\nu=1,\ldots,v$ Mehrarbeitszeitkategorien erweitert werden kann, so läßt sich zeigen, daß bei deterministischen Daten die Rangfolge der relativen Deckungsbeiträge der Produktarten durch den Einsatz von Mehrarbeitszeiten nicht verändert wird.[1] Die relativen Deckungsbeiträge der einzelnen Produktarten erhöhen sich bei Mehrarbeitszeiteneinsatz alle um den gleichen absoluten Betrag und lassen sich schreiben als

$$(5.114)\quad \frac{DB_j}{t_{Ej}} = \left(\frac{p_j^{*} - k_{Hj}^{**}}{t_{Ej}} - d_{Eo} \right) - \Delta d_{E\nu}$$

Hierin bezeichnen

t_{Ej} die Fertigungsminuten pro Stück in der Engpaßstelle E

k_{Hj}^{**} die proportionalen Herstellkosten ohne lohnabhängige Kosten

d_{Eo} den Kostensatz der lohnabhängigen Kosten in der Engpaßstelle und

$\Delta d_{E\nu}$ die Kostensatzerhöhung der Engpaßstelle infolge des Mehrarbeitszeiteneinsatzes der Kategorie ν.

Bei Berücksichtigung unsicherer Absatzmengen ist nicht mehr gewährleistet, daß die Rangfolge Produktarten unverändert bleibt. In den relativen Dekkungsbeitrag pro ZE der Engpaßbelastung müssen die Kompensationskosten integriert werden. Die Steuerungsgröße zur Ermittlung der Rangreihe der Produktarten beinhaltet dann die von den Absatzhöchstmengenverteilungen der Pro-

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 208 .

duktarten abhängigen Straf-Fehlmengenkosten, so daß durch den Einfluß der verschiedenen Absatzhöchstmengenverteilungen eine Rangreihenänderung der modifizierten relativen "Deckungsbeiträge" erfolgen kann.

Für den allgemeinen n-Produkt- m-Maschinenfall und die zusätzliche Annahme, daß in mehreren Fertigungsstellen die Kapazität bei Normalarbeitszeit nicht ausreicht, gehen wir von Modell (5.109) aus, dessen Absatzhöchstmengenrestriktionen (5.109.3) bei unsicheren Absatzhöchstmengen im Kompensationsmodell die Form

$$\tilde{x}_{Hj} = x_j + \tilde{y}_{Fj} - \tilde{y}_{\ddot{u}j} \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{5.115}$$

annehmen. Das Kompensationsmodell für die simultane Entscheidung über die Produktionsmengen und den Mehrarbeitszeiteneinsatz läßt sich wie folgt formulieren:

$$\tilde{G} = \sum_{j=1}^{n} \tilde{DB}^{*}_{j}(x_j,\tilde{x}_{Hj}) - k^{*}_{Hj}x_j - \sum_{i=1}^{m}\sum_{\nu=1}^{v} \Delta T_{i\nu}\,\Delta d_{i\nu} - \sum_{j=1}^{n} (q_{\ddot{u}j}\,\tilde{y}_{\ddot{u}j} + q_{Fj}\,\tilde{y}_{Fj}) - \sum_{i=1}^{m} d_{Ai}\,\tilde{T}_{Ai} \rightarrow \text{Max!} \tag{5.116.0}$$

$$T_i \geq \sum_{j=1}^{n} t_{ij}\,x_j - \sum_{\nu=1}^{v} \Delta T_{i\nu} \qquad (i=1,\ldots,m) \tag{5.116.1}$$

$$T_{Hi\nu} \geq \Delta T_{i\nu} \qquad (i=1,\ldots,m;\ \nu=1,\ldots,v) \tag{5.116.2}$$

$$\tilde{x}_{Hj} = x_j + \tilde{y}_{Fj} - \tilde{y}_{\ddot{u}j} \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{5.116.3}$$

$$T_i - \sum_{j=1}^{n} (t_{ij}\,x_j + t_{ij}\,\tilde{y}_{Fj}) + \sum_{\nu=1}^{v} \Delta T_{i\nu} = \tilde{T}_{Ai} \qquad (i=1,\ldots,m) \tag{5.116.4}$$

Die in der zweiten Zeile der Zielfunktion (5.116.0) ausgewiesenen Kompensationskosten sind in zwei Komponenten zerlegt. Die erste Summe enthält Kompensationskosten, in denen keine Kosten für Mehrarbeitszeiten enthalten sind. Die durch den Einsatz von Mehrarbeitszeiten anfallenden Kompensationskosten sind in der zweiten Summe dieser Zeile ausgewiesen. Die Fehlmengenstrafkosten

$$\sum_{j=1}^{n} q_{Fj}\, \tilde{y}_{Fj} \tag{5.117}$$

beinhalten die Kompensationskosten der Eigenkompensation bei Normalarbeitszeit. Die Kompensationskostensätze q_{Fj} bestimmen sich nach (5.110) als

$$q_{Fj} = p_j^* - k_{Hj}^* - \Delta k_{Hj} \tag{5.118}$$

Die für die Kompensation von Fehlmengen anfallenden Zusatzkosten durch den Einsatz von Mehrarbeitszeiten sind in der Zielfunktion durch die Strafkostenkomponente

$$\sum_{i=1}^{m} d_{Ai}\, \tilde{T}_{Ai} \tag{5.119}$$

erfaßt. Die Zufallsvariablen $\tilde{T}_{Ai}$ geben an, wieviel Rest- bzw. Fehlkapazität die Produktion der Nachfrage in den Fertigungsstellen i verursacht. Ist $\tilde{T}_{Ai} \geq 0$, d.h. es fallen Restkapazitäten an, so werden diese in der Zielfunktion mit $d_{Ai} = 0$ bewertet. Sofern $\tilde{T}_{Ai} < 0$ ist, d.h. für die Kompensation von Fehlmengen wird zusätzliche Kapazität benötigt, ist

$$\tilde{T}_{Ai} = \sum_{j=1}^{n} t_{ij}\, \tilde{y}_{Fj} < 0 \qquad (i=1,\ldots,m) \tag{5.120}$$

Für die Bewertung dieses Kompensationskapazitätsbedarfs ist zu prüfen, welcher Mehrarbeitszeiteneinsatz für den Ausgleich von $\tilde{T}_{Ai}$ erforderlich wird. Für die Fertigungs-

stellen i=1,...,m ist deshalb die folgende Überlegung anzustellen: Um festzustellen, welche Mehrarbeitszeitkategorien für die Kompensation der Fehlmengen zur Verfügung stehen, bilden wir

$$T_{Hi\nu} - \Delta T_{i\nu} = R_{i\nu} \qquad \begin{matrix}(i=1,\ldots,m)\\(\nu=1,\ldots,v)\end{matrix} \tag{5.121}$$

$R_{i\nu}$ gibt dann an, wieviel Zeiteinheiten der Mehrarbeitszeitkategorie ν in der Stelle i noch zur Verfügung stehen.[1] Den noch verfügbaren Mehrarbeitszeitkategorien $R_{i\nu}$ entsprechen die Mehrarbeits-Zusatzkostensätze $\Delta d_{i\nu}$.

Für die Fertigungsstellen i=1,...,m ist nun zu prüfen, wieviel Mehrarbeitszeiten eingesetzt werden müssen, damit der Kompensationskapazitätsbedarf $\tilde{T}_{Ai}$ ausgeglichen wird. Ist die Differenz $\tilde{T}_{Ai} - R_{i1} < 0$, so reicht die verfügbare Mehrarbeitszeit der Kategorie 1 aus, um die Fehlmengen zu produzieren, und $\tilde{T}_{Ai}$ ist mit dem Kostensatz Δd_{i1} zu bewerten. Für den Fall, daß $\tilde{T}_{Ai} - R_{i1} < 0$, d.h. R_{i1} reicht nicht aus, um die Fehlmengen auszugleichen, ist der Anteil R_{i1} des Kompensationskapazitätsbedarfs $\tilde{T}_{Ai}$ mit Δd_{i1} zu bewerten. Wenn $\tilde{T}_{Ai} - R_{i1} < 0$ ist, muß die zweite Mehrarbeitszeitkategorie eingesetzt werden. Sofern $\tilde{T}_{Ai} - R_{i1} - R_{i2} < 0$ ist, wird der Rest-Kompensationskapazitätsbedarf $(\tilde{T}_{Ai} - R_{i1})$ mit dem Kostensatz Δd_{i2} bewertet. Andernfalls, wenn $\tilde{T}_{Ai} - R_{i1} - R_{i2} < 0$ ist, wird der Anteil R_{i2} mit dem Kostensatz Δd_{i2} bewertet. In dieser Weise ist fortzufahren bis der Kompensationskapazitätsbedarf $\tilde{T}_{Ai}$ ausgeglichen ist.[2] Es erfolgt damit ein sukzessiver Ausgleich des Kompensationskapazitätsbedarfs $\tilde{T}_{Ai}$ durch die verfügbaren Mehrarbeitszeiten $R_{i\nu}$, wobei die Mehrarbeitszeiten mit den entsprechenden Mehrarbeits-Zusatzkosten bewertet und in der Rangfolge ansteigender Kostensätze ein-

---

1) Die verfügbaren Mehrarbeitszeiten zur Kompensation der Fehlmengen $R_{i\nu}$ entsprechen den Schlupfvariablen der Restriktionen (5.116.2).

2) Reichen die verfügbaren Mehrarbeitszeiten nicht aus, um den gesamten Kompensationskapazitätsbedarf zu decken, kann mit der Größe $R_{\nu+1}$ und dem Kostensatz $\Delta d_{\nu+1}$ die Erfassung der Zusatzkosten für die notwendig werdende zusätzliche Kompensationsaktivität erfolgen.

gesetzt werden. Abb. 38 zeigt diesen Zusammenhang für den Ausgleich des Kompensationskapazitätsbedarfs in einer Fertigungsstelle bei drei verfügbaren Mehrarbeitszeitkategorien, wenn eine Produktion von $\bar{x}$ Einheiten bei einem Mehrarbeitszeiteneinsatz von ΔT erfolgt und sich die Nachfrage in Höhe von $\hat{x}_H$ Einheiten realisiert.

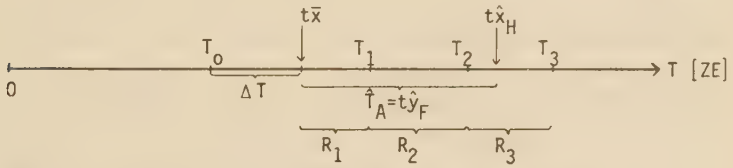


Abb. 38: Ausgleich des Kompensationskapazitätsbedarfs durch Rest-Mehrarbeitszeiten

Die explizite Formulierung der Strafkostenkomponente (5.119) in der im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Form erscheint zwar grundsätzlich möglich, führt jedoch infolge der dann notwendig werdenden Binärvariablen zu einer erheblichen Beeinträchtigung der Operabilität. Deshalb schlagen wir vor, den Strafkostensatz d_{Ai} näherungsweise in Höhe eines Durchschnittswertes der Kostensätze Δd_{iv} festzulegen. Dann läßt sich das Modell (5.116) in Form eines äquivalenten linearen Planungsmodells lösen.[1)]

Bei der Formulierung von Planungsmodellen zum optimalen Einsatz von Mehrarbeitszeiten treten neben die restriktiven Wirkungen der Arbeitszeitordnung und der Manteltarifvereinbarungen zusätzliche Schwierigkeiten, wenn nicht mit Sicherheit davon ausgegangen werden kann, daß die Arbeitnehmer bereit sind, die Mehrarbeitszeiten in der geplanten Weise zu leisten. Stellen die Mehrarbeitszeiten

1) Zur Vermeidung von Binärvariablen müssen dann die Zufallsvariablen $\tilde{T}_{Ai}$ in je zwei neue Zufallsvariablen zerlegt werden, so daß die unterschiedliche Bewertung in den Fällen $\tilde{T}_{Ai} > 0$ und $\tilde{T}_{Ai} < 0$ sichergestellt ist. Dies ist in der gleichen Weise wie bei der Zufallsvariablen $(\tilde{x}_H - x)$ möglich, die in $\tilde{y}_0$ und $\tilde{y}_F$ zerlegt wird.

der einzelnen Kategorien unsichere Größen dar, so daß die Restriktionen (5.116.2) die Form

$$\tilde{T}_{Hi\nu} = \Delta T_{i\nu} + \tilde{T}_{Oi\nu} - \tilde{T}_{Fi\nu} \qquad \begin{matrix}(i=1,\ldots,m)\\(\nu=1,\ldots,v)\end{matrix} \tag{5.122}$$

annehmen, so sind in der Zielfunktion die zusätzlichen Kompensationsvariablen $\tilde{T}_{Oi\nu}$ und $\tilde{T}_{Fi\nu}$ mit den aus ihnen resultierenden Strafkosten zu berücksichtigen. Die Zufallsvariablen $\tilde{T}_{Oi\nu}$ beinhalten die in Abhängigkeit von $\Delta T_{i\nu}$ und $\tilde{T}_{Hi\nu}$ übrig bleibenden Restkontingente der Mehrarbeitszeitkategorien ν in den Stellen i. Die Zufallsvariablen $\tilde{T}_{Fi\nu}$ geben die in Abhängigkeit von $\Delta T_{i\nu}$ und $\tilde{T}_{Hi\nu}$ anfallenden Fehlkontingente der Mehrarbeitszeitkategorien ν in den Stellen i an. Die gesamten Kompensationskosten der Zielfunktion (5.116.0) sind in diesem Fall um eine dritte Strafkostenkomponente zu erweitern und lassen sich darstellen als

$$\tilde{Q} = \sum_{j=1}^{n} (q_{Oj}\,\tilde{y}_{Oj} + q_{Fj}\,\tilde{y}_{Fj}) + \sum_{i=1}^{m} d_{Ai}\,\tilde{T}_{Ai} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{\nu=1}^{v} (d_{Oi\nu}\,\tilde{T}_{Oi\nu} + d_{Fi\nu}\,\tilde{T}_{Fi\nu}) \tag{5.123}$$

Die erste Strafkostenkomponente in (5.123) enthält die Strafkosten bei Eigenkompensation mit Normalarbeitszeiteinsatz. Die zweite Strafkostenkomponente weist die durch den Einsatz von Mehrarbeitszeiten anfallenden Zusatzkosten aus. Mit der dritten Strafkostenkomponente erfolgt eine Korrektur der Zusatzstrafkosten, die erforderlich wird, weil der Mehrarbeitszeiteneinsatz unsicher ist und für den Fall, daß die Zufallsvariablen $\tilde{T}_{Fi\nu}$ positive Werte annehmen auf andere Kompensationsaktivitäten (z.B. Fremdbezug) ausgewichen werden muß. Die Kompensationskostensätze $d_{Fi\nu}$ müssen demzufolge die Kostenabweichungen

anderer Kompensationsaktivitäten gegenüber den Kostensätzen $\Delta d_{i\nu}$ enthalten. Für die Kompensationskostensätze $d_{0i\nu}$ gilt: $d_{0i\nu} = 0$, da anfallende Restkontingente an Mehrarbeitszeiten keine Strafkosten verursachen.

5322. Der Einsatz intensitätsmäßiger Anpassungsprozesse

Die Variation der Produktionsgeschwindigkeit stellt neben den Anpassungsmöglichkeiten der zeitlichen Anpassung eine weitere Form der kurzfristigen Anpassung dar.[1] Die Realisierbarkeit intensitätsmäßiger Anpassungsprozesse ist weitgehend technisch determiniert. Bei kontinuierlichen Produktionsprozessen, die sich aus technischen Gründen oder infolge der dann anfallenden erheblichen Mehrkosten nicht beliebig unterbrechen lassen, stellt die rein-intensitätsmäßige Anpassung die einzige Möglichkeit dar, die Produktion an variierende Beschäftigungssituationen anzugleichen. In allen Fertigungsstellen, in denen die Produktion ohne Anfall von Mehrkosten beliebig unterbrochen werden kann, ist eine zeitlich-intensitätsmäßige Anpassung sinnvoll. Bis zur Auslastung der kostenoptimalen Kapazität wird in diesen Fällen mit konstanter optimaler Intensität gearbeitet und bei Beschäftigungsschwankungen zeitliche Anpassung gewählt. Erst bei Beschäftigungssituationen, in denen die kostenoptimale Kapazität nicht ausreicht, wird die Ausweitung der Produktion durch eine Erhöhung der Produktionsgeschwindigkeit vorgenommen.[2][3]

Wir wollen uns darauf beschränken, die Auswirkungen der Einbeziehung unsicherer Absatzhöchstmengen in Planungsmodelle zur Steuerung zeitlich-intensitätsmäßiger Anpassungsprozesse aufzuzeigen. Eine Obertragung auf Modelle zur

---

1) Zur intensitätsmäßigen Anpassung vgl. GUTENBERG (Die Produktion 1973), S. 361 ff.
2) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 231 f.
3) Zum Kostenverlauf bei zeitlich-intensitätsmäßiger Anpassung vgl. GUTENBERG (Die Produktion 1973), S. 366 f.; KILGER (Flexible 1974), S. 144 ff.; KILGER (Produktions- und Kostentheorie 1958), S. 100 f.

rein-intensitätsmäßigen Anpassung[1] ist jedoch ohne weiteres möglich.

Die Problematik variabler Produktionsgeschwindigkeiten liegt in den dann nichtlinearen Kostensatzfunktionen begründet.[2] Eine Integration nichtlinearer Kostensatzfunktionen führt zu nichtlinearen Planungsmodellen, die jedoch durch Auflösung der Kostensatzfunktionen in Punkte, denen bestimmte Intensitäten entsprechen, linearisiert werden können.[3] Abb. 39 zeigt die Auflösung einer Kostensatzfunktion in vier Punkte. Die Kostensätze d_1, d_2, d_3 und d_4 gelten für die Intensitäten λ_1, λ_2, λ_3 und λ_4. Das Intervall $[\lambda_{Min}, \lambda_{Max}]$ gibt den Variationsbereich der Intensität an. λ_{opt} kennzeichnet die fertigungskostenoptimale Intensität.

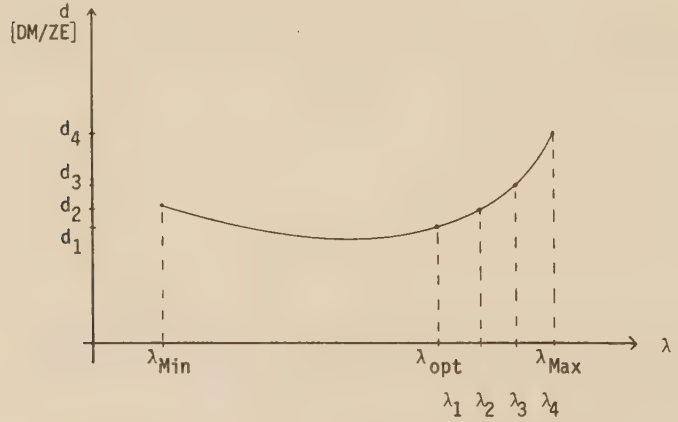


Abb. 39: Auflösung einer Kostensatzfunktion in Punkte

1) Für den Fall der rein-intensitätsmäßigen Anpassung wären dann als Ausgangsbasis z.B. die Modelle von ADAM (Anpassung 1972), S. 381 ff.; DELLMANN/NASTANSKY (Produktionsplanung 1969), S. 239 ff.; KILGER (Optimale 1973), S. 259 ff.; SCHOLER (Anlageneinsatz 1970), S.28ff.

2) Zur Kostensatzfunktion bei variabler Intensität und zur Unterscheidung von kostensatzoptimaler und fertigungskostenoptimaler Intensität vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 232 ff.

3) Die Linearisierung in dieser Weise wurde vorgeschlagen von ALBACH (Produktionsplanung 1962), S. 64 und JACOB Produktionsplanung 1962), S. 243 f.; vgl. auch KARRENBERG/SCHEER (Ableitung 1970), S. 689 ff., die durch eine Voroptimierung eine Glättung nichtlinearer Zielfunktionen vorschlagen.

Zur simultanen Produktions- und Absatzprogrammplanung und zeitlich-intensitätsmäßiger Anpassungsprozesse lassen sich mit Hilfe der linearisierten Kostensatzfunktionen lineare Planungsmodelle formulieren, indem die Auswahl der Intensität als Verfahrenswahlproblem interpretiert wird[1] oder aber bei Verzicht auf einen nach Produktarten differenzierten Ausweis der intensitätsabhängigen Kosten als[2]

$$(5.124.0) \qquad G = \sum_{j=1}^{n} (p_j^* - k_{Hj}^*) x_j - \sum_{i=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{v_i} T_{i\nu} d_{i\nu} \rightarrow \text{Max!}$$

$$(5.124.1) \qquad T_i \geq \sum_{\nu=1}^{v_i} T_{i\nu} \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(5.124.2) \qquad 0 = \sum_{j=1}^{n} t_{optij} x_j - \sum_{\nu=1}^{v_i} T_{i\nu} \frac{\lambda_{i\nu}}{\lambda_{opti}} \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(5.124.3) \qquad x_{Hj} \geq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

k_{Hj}^* Grenzherstellkosten der Produktart j ohne intensitätsabhängige Kosten

$d_{i\nu}$ Kostensatz der intensitätsabhängigen Kosten der Stelle i bei Intensität ν

T_i Maximal verfügbare Fertigungszeit der Stelle i

$T_{i\nu}$ Fertigungszeit, die in Stelle i mit Intensität ν gefahren wird

t_{optij} Fertigungszeit für eine Einheit der Produktart j in Stelle i bei fertigungskostenoptimaler Intensität

λ_{opti} Fertigungskostenoptimale Intensität der Stelle i

$\lambda_{i\nu}$ Intensität der Stelle i bei Kostensatz ν

1) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 248 f.
2) Vgl. ebenda, S. 250.

Bei Einbeziehung unsicherer Absatzhöchstmengen in das Planungsmodell (5.124) nehmen die Restriktionen (5.124.3) die Form

$$\tilde{x}_{Hj} = x_j - \tilde{y}_{Oj} + \tilde{y}_{Fj} \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{5.125}$$

an und in der Zielfunktion (5.124.0) sind die Strafkosten der Kompensationsvariablen $\tilde{y}_{Oj}$ und $\tilde{y}_{Fj}$ zu berücksichtigen als

$$\tilde{Q} = \sum_{j=1}^{n} (q_{Oj}\, \tilde{y}_{Oj} + q_{Fj}\, \tilde{y}_{Fj}) \tag{5.126}$$

Auch in diesem Falle stellt die richtige Bewertung der Fehlmengen $\tilde{y}_F$ das eigentliche Problem des Kompensationsansatzes dar. Geht man davon aus, daß zur Kompensation der Fehlmengen als erste Aktivität die Eigenerstellung vorgesehen ist und nur im Falle nicht ausreichender Kapazitäten auf eine andere Kompensationsaktivität ausgewichen werden soll, so gilt

$$\sum_{j=1}^{n} t_{optij}\, x_j - \sum_{\nu=1}^{\nu_i} T_{i\nu}\, \frac{\lambda_{i\nu}}{\lambda_{opti}} - \sum_{j=1}^{n} t_{optij}\, \tilde{y}_{Fj} = \tilde{T}_{Ai} \qquad (i=1,\ldots,m) \tag{5.127}$$

In der Zielfunktion des Kompensationsmodells ist dann eine zweite Kompensationskostenkomponente

$$\sum_{i=1}^{m} d_{Ai}\, \tilde{T}_{Ai} \tag{5.128}$$

zu ergänzen. In den Kompensationskostensätzen q_{Oj} sind dann die intensitätsunabhängigen Strafkosten zu erfassen und in den Kostensätzen d_{Ai} die intensitätsabhängigen Strafkostenbestandteile gesondert auszuweisen. Die Analogie zur Bewertungsproblematik beim Einsatz von Mehrarbeitszeiten ist offensichtlich.

533. Die optimale Wahl zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen bei Berücksichtigung unsicherer Absatzhöchstmengen

Die Erzeugnisse vieler Industriebetriebe sind dadurch gekennzeichnet, daß in sie mehrere Einzelteile eingehen, die in Montagestellen zu Baugruppen zusammengefaßt oder direkt in das Endprodukt eingebaut werden. Ein Fremdbezug solcher Einzelteile kann erforderlich werden, wenn

- die Herstellung dieser Teile im eigenen Unternehmen nicht möglich ist, da die entsprechenden technischen Einrichtungen fehlen[1)]
- eine Eigenerstellung dieser Teile auf den vorhandenen Maschinen zwar grundsätzlich möglich, der Fremdbezug aber kostengünstiger ist[2)]
- die Eigenerstellung infolge der Auslastung der eigenen Kapazitäten nicht oder nur in beschränktem Umfange durchführbar ist.

Die optimale Wahl zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen[3)] bedingt an sich eine Einbeziehung des Beschaffungsbereichs in die Oberlegungen zur Produktions- und Absatzprogrammplanung. Wir wollen jedoch davon ausgehen, daß die Lieferantenauswahl und die Bestellmengen- und Bestellzeitpunktproblematik vorab gelöst ist und das Wahlproblem zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen nicht zusätzlich belastet.

---

1) Wirtschaftlichkeitsüberlegungen zur Zweckmäßigkeit des Aufbaus einer eigenen Teilefertigung für solche Einzelteile sind im Rahmen der langfristigen Planung anzustellen. Vgl. hierzu KILGER (Entscheidungskriterien 1969), S. 107 ff.

2) Die Spezialisierung auf bestimmte Teile und der Einsatz hochmechanisierter Spezialaggregate macht es den Zulieferbetrieben häufig möglich, die Teile weit unter den eigenen Grenzherstellkosten anzubieten. Qualitative Gesichtspunkte, welche den reinen Kostenvergleich überlagern, können zwar die Eigenerstellung erforderlich machen, sollen aber nicht weiter untersucht werden.

3) Zur Wahlproblematik zwischen Eigenerstellung und Fremdbezug vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 271 ff,; KRUSCHWITZ (Eigenerzeugung 1971); MÄNNEL (Wahl 1968). Vgl.auch die Literaturzusammenstellung bei HÜLSCHER (Eigenfertigung 1971), S. 1 f.

Nehmen wir an, daß in die Produkte x_j die Einzelteile $\rho_{j\nu}$ eingehen[1] und daß die Einzelteile $\nu=1,\ldots,z$ in den gleichen Fertigungsstellen wie die Endprodukte hergestellt oder aber fremdbezogen werden können, Bezugsmengenbeschränkungen für Einzelteile nicht bestehen, die eigenerstellten Teile nicht direkt verkauft werden und der Zusammenbau der Einzelteile zum Endprodukt in einer gesonderten Montagestelle erfolgt, so läßt sich folgendes lineare Planungsmodell zur simultanen Produktions- und Absatzprogrammplanung und optimalen Wahl zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen formulieren:[2]

$$(5.129.0)\quad G = \sum_{j=1}^{n} (p_j^* - k_{Hj}^*)\, x_j - \sum_{\nu=1}^{z} (r_{E\nu}\, k_{E\nu} + r_{F\nu}\, k_{F\nu}) \rightarrow \text{Max!}$$

$$(5.129.1)\quad T_i \geq \sum_{j=1}^{n} t_{ij}^*\, x_j + \sum_{\nu=1}^{z} t_{i\nu}\, r_{E\nu} \qquad (i=1,\ldots,m)$$

$$(5.129.2)\quad T_M \geq \sum_{j=1}^{n} t_{Mj}\, x_j$$

$$(5.129.3)\quad 0 = \sum_{j=1}^{n} \rho_{j\nu}\, x_j - (r_{E\nu} + r_{F\nu}) \qquad (\nu=1,\ldots,z)$$

$$(5.129.4)\quad x_{Hj} \geq x_j \qquad (j=1,\ldots,n)$$

k_{Hj}^* Grenzherstellkosten ohne Kosten für Teile, die eigenerstellt oder fremdbezogen werden können [DM/ME]

$k_{E\nu}$ Grenzherstellkosten der Eigenerstellung für das Teil ν [DM/ME]

$k_{F\nu}$ Fremdbezugskosten für das Teil ν [DM/ME]

$r_{E\nu}$ Eigenerstellungsmenge für das Teil ν [ME]

---

1) Auf die Stücklistenproblematik und die Teilebedarfsrechnung mit Hilfe von Gozinto-Graphen und Matrizenrechnung wollen wir ebenfalls nicht eingehen. Vgl. hierzu VAZSONYI (Planungsrechnung 1962).

2) Vgl. KILGER (Optimale 1973), S. 295.

$r_{F\nu}$ Fremdbezugsmenge für das Teil ν [ME]

t^{*}_{ij} Fertigungszeit für das Produkt j in Stelle i ausschließlich der Zeit für die eingehenden Einzelteile [ZE/ME]

t_{Mj} Montagezeit für eine Einheit der Produktart j [ZE/ME]

T_M Kapazität der Montagestelle [ZE]

$\rho_{j\nu}$ Teilebedarf der Produktart j von Einzelteilart ν [ME/ME]

Bei unsicheren Absatzhöchstmengen nehmen die Restriktionen (5.129.4) die Form

$$\tilde{x}_{Hj} = x_j - \tilde{y}_{\ddot{u}j} + \tilde{y}_{Fj} \qquad (j=1,\ldots,n) \tag{5.130}$$

an. Den aus den Kompensationsfehlmengen resultierenden Fehlmengen-Teilebedarf erhält man als

$$\tilde{\xi}_\nu = \sum_{j=1}^{n} (\rho_{j\nu}\, x_j + \rho_{j\nu}\, \tilde{y}_{Fj}) - (r_{E\nu} + r_{F\nu}) \qquad (\nu=1,\ldots,z) \tag{5.131}$$

Für die Kapazitätsrestriktionen (5.129.1) und (5.129.2) ergibt sich dann

$$T_i - \sum_{j=1}^{n} t^{*}_{ij}\, x_j + \sum_{\nu=1}^{z} t_{i\nu}\, (r_{E\nu} + \tilde{\xi}_\nu) = \tilde{T}_{Ai} \qquad (i=1,\ldots,m) \tag{5.132}$$

und

$$T_M - \sum_{j=1}^{n} t_{Mj}\, (x_j + \tilde{y}_{Fj}) = \tilde{T}_{AM} \tag{5.133}$$

Die Zielfunktion ist um die Strafkosten

$$\tilde{Q} = \sum_{j=1}^{n} (q_{\ddot{u}j}\, \tilde{y}_{\ddot{u}j} + q_{Fj}\, \tilde{y}_{Fj}) + \sum_{i=1}^{m} d_{Ai}\, \tilde{T}_{Ai} + d_{AM}\, \tilde{T}_{AM} \tag{5.134}$$

zu erweitern. Die erste Strafkostenkomponente enthält die Kompensationskosten bei unterstellter Eigenerstellung der Einzelteile. In der zweiten Strafkostenkomponente sind die zusätzlich anfallenden Strafkosten erfaßt, wenn die Kapazitäten der Stellen i=1,...,m nicht ausreichen, den Fehlmengen-Teilebedarf zu produzieren. Die dritte Strafkostenkomponente beinhaltet die Mehrkosten für den Ausgleich der Montagekapazität, wenn die Kapazität T_M der Montagestelle nicht ausreicht, die realisierten Nachfragemengen zusammenzubauen.

6. Zusammenfassung

Die Unsicherheit als wesentliches Element jeden wirtschaftlichen Handelns muß bei der Modellanalyse betriebswirtschaftlicher Probleme Berücksichtigung finden. Es war deshalb Ziel der Arbeit, zu untersuchen, welche Probleme sich bei Einbeziehung unsicherer Daten im Rahmen der kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung ergeben und welche Möglichkeiten bestehen, diese zu bewältigen.

Wir haben uns für eine explizite Abbildung der Unsicherheit im Modellansatz entschlossen, da in diesem Falle die Informationen über die Unsicherheit der Daten voll in der Modellösung zum Ausdruck kommen.Eine solche Vorgehensweise ist allerdings nur dann möglich, wenn es gelingt, die Unsicherheiten der relevanten Modelldaten mit einer hinreichenden Genauigkeit zu quantifizieren. Aus der Vielzahl der dafür vorgeschlagenen Verfahren konnten einige als praktisch empfehlenswert herausgestellt werden.

Eine Analyse der in die Planungsmodelle zur kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung eingehenden relevanten Daten hat gezeigt, daß diese im Prinzip alle mit Unsicherheiten belastet sind. Für die unternehmensintern determinierten Daten kann jedoch in vielen Fällen davon ausgegangen werden, daß eine Reduktion auf einwertige Größen zulässig ist, so daß insbesondere die extern determinierten Plandaten und damit Zielfunktion und Restriktionenvektor stochastische Elemente aufweisen.

Zufallsvariablen in den Zielfunktionen der Planungsmodelle bewirken, daß die Zielfunktionswerte selbst zu einer stochastischen Größe werden, so daß Entscheidungsregeln gefunden werden müssen, die eine Bewertung alternativer Handlungsprogramme erlauben. Die Auswahl geeigneter Entscheidungsregeln und Ersatzzielfunktionen bedingt eine Auseinandersetzung mit dem Rationalprinzip.

Bei der Analyse der Verfahren zur Behandlung unsicher Daten in den Planungsmodellen zur kurzfristigen Produktions- und Absatzprogrammplanung lassen sich Konzeptionen zur Offenlegung der Unsicherheit und Konzeptionen zur Bewältigung des Unsicherheitsproblems unterscheiden. Es zeigte sich, daß eine Offenlegung von Unsicherheiten mit Hilfe der Sensitivitätsanalyse und der parametrischen Programmierung wertvolle Informationen liefern kann, das eigentliche Entscheidungsproblem aber ungelöst bleibt. Von den Verfahren zur Bewältigung des Unsicherheitsproblems haben wir insbesondere die Lösungsvorschläge der stochastischen linearen Programmierung auf ihre Tauglichkeit für die Produktions- und Absatzprogrammplanung untersucht. Hier erwies sich das Kompensationsmodell der stochastischen linearen Programmierung als geeignet. Ökonomisch sinnvolle Implikationen und numerische Lösbarkeit konnten für diesen Planungsansatz festgestellt werden.

Die als Vorteil des Kompensationsmodells hervorgehobene explizite Einbeziehung der Kosten einer Verletzung des Lösungsraums stellt auch die Problematik dieses Ansatzes dar. Die Quantifizierung der Strafkosten mit hinreichender Genauigkeit muß als Voraussetzung für die Anwendbarkeit des Kompensationsmodells gefordert werden. Eine Analyse der Kompensationsaktivitäten und der daraus resultierenden Kompensationskosten hat deutlich gemacht, daß die beim Auftreten von Fehlmengen anfallenden Strafkosten Quantifizierungsprobleme aufwerfen können, sofern Goodwill-Verluste einbezogen werden müssen. Andererseits haben wir gezeigt, daß bei vielen Kompensationsaktivitäten eine exakte Bestimmung der Strafkosten möglich ist.

Die Anwendung des Kompensationsmodells auf das Standardproblem der Produktions- und Absatzprogrammplanung und auf ausgewählte Probleme der Produktionsvollzugsplanung hat deutlich werden lassen, daß die Bewältigung der Unsicherheit einen beachtlichen Mehraufwand bei der Datenbeschaffung und der Datenaufbereitung erforderlich macht.

Darüberhinaus führt die algorithmische Lösung des Modells zu einer Erhöhung von Variablen- und Restriktionenzahl und damit zu einer Ausweitung der Rechenzeiten. Es wird somit offensichtlich, daß die Bewältigung des Unsicherheitsproblems einen erheblichen Anstieg der Planungskosten mit sich bringt. Es muß allerdings festgestellt werden, daß die Vorteile einer stochastischen Modellanalyse nur durch diesen Mehraufwand erkauft werden können.

Verzeichnis der häufig verwendeten Kurzzeichen

1. Große lat. Buchstaben

C	Kapazität
Cov	Kovarianz
DB	Deckungsbeitrag
DB_{Min}	Mindestdeckungsbeitrag
E	Erwartungswert
G	Deckungsbeitrag einschl.Kompensationskosten
K	Kosten
K_H	Herstellkosten
L	Lagerkapazität
M	Anzahl Maschinen
N	Nutzen
Q	Strafkosten (Kompensationskosten)
R	Faktormengen
S	Schichtzahl
T	Fertigungszeit, Kapazität einer Fertigungsstelle
T_A	Ausgleichskapazität
T_E	Kapazität einer Engpaßstelle
T_M	Kapazität der Montage
ΔT	Kapazitätsausweitung durch Mehrarbeitszeiteneinsatz
W	Wahrscheinlichkeitsverteilung
V	Varianz
X	Zufallsvariable

2. Kleine lat. Buchstaben

a	Belastungskoeffizient der technologischen Matrix
b	Restriktionenvektor (Konstanten der "rechten Seite")
c	Zielfunktionskoeffizient
d	Grenzkostensatz
Δd	Kostensatzerhöhung bei Mehrarbeitszeiteneinsatz

d_A	Kostensatz der Ausgleichskompensationsaktivität
h	Zeit pro Schicht
k	Handlungskonsequenz
k	prop. Kosten pro Einheit
k_E	Grenzherstellkosten der Eigenerstellung
k_F	Fremdbezugskosten pro Einheit
k_H	Herstellkosten pro Einheit
k_{Vt}	prop. Vertriebskosten pro Einheit
p	Preis pro Einheit
p^*	Preis ./. prop. Vertriebskosten und umsatzabhängige prop. Verwaltungskosten
q	Kompensationskostensatz pro Einheit
q_L	Kompensationslagerkostensatz
q_F	Kompensationsfehlmengenkostensatz
$q_{ü}$	Kompensationsüberschußmengenkostensatz
r	Faktorverbrauch pro Einheit
r_E	Eigenerstellungsmenge
r_F	Fremdbezugsmenge
t	Zeitraum, Zeitpunkt, Zeitintervall
t	Bearbeitungszeit pro Einheit
t_E	Engpaßbelastungskoeffizient
t_M	Montagezeit pro Einheit
u	Umweltzustand
v	Zuteilungsvariable
w	Wahrscheinlichkeit
x	Entscheidungsvariable (Produktions- und Absatzmenge)
x_k	kritische Menge
x_H	Absatzhöchstmenge
x_{HMin}	Absatzhöchstmengenuntergrenze
x_{HMax}	Absatzhöchstmengenobergrenze
y	Kompensationsvariable (Kompensationsmenge)

y_F	Kompensationsfehlmenge
y_L	Kompensationslagermenge
$y_{ü}$	Kompensationsüberschußmenge
z	Zielvariable (Ziel)

3. Griechische Buchstaben

α	Mindestwahrscheinlichkeit
η	Laufzeitfaktor
λ	Lagrange-Multiplikator
λ	Parameter
λ	Intensität (Produktionsgeschwindigkeit)
μ	Mittelwert
ν	Faktorart
ν	Fertigungsverfahren
ν	Mehrarbeitszeitkategorie
ν	Intensitätsgrad
$\P$	Faktorpreis
$\P_F$	Fremdbezugspreis
ς	Lageraufteilungskoeffizient
ρ	Teilebedarf pro Einheit
σ	Standardabweichung
ψ	Einhaltungswahrscheinlichkeit
ψ	Faktorqualität
Ω	Präferenzfunktional

4. Indizes

$h = 1, \ldots, n$	Handlungsalternativen
$i = 1, \ldots, m$	Fertigungsstellen, Arbeitsgänge
$j = 1, \ldots, n$	Produktarten
$t = 1, \ldots, s$	Zeitpunkte, Zeitintervalle
$u = 1, \ldots, r$	Umweltzustände
$z = 1, \ldots, l$	Ziele

$\nu = 1, \ldots, z$	Faktorarten
$\nu = 1, \ldots, v_i$	Verfahren
$\nu = 1, \ldots, v$	Mehrarbeitszeitkategorien
$\nu = 1, \ldots, v_i$	Intensitätsgrade
$\tau = 1, \ldots, r$	Parameter

Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen

DB	Der Betrieb
MS	Management Science
OR	Operations Research
ZfB	Zeitschrift für Betriebswirtschaft
ZfbF	Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung
ZfhF	Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung

Literaturverzeichnis

ADAM, D. (Produktionsplanung 1969)
Produktionsplanung bei Sortenfertigung, Wiesbaden 1969

ADAM, D. (Anpassung 1972)
Quantitative und intensitätsmäßige Anpassung mit Intensitäts-Splitting bei mehreren funktionsgleichen, kostenverschiedenen Aggregaten, ZfB, 42 (1972), S. 381-400

AGTHE, K. (Planungsprobleme 1976)
Aktuelle Planungsprobleme eines internationalen Unternehmens, ZfbF, 28 (1976), S. 352-361

ALBACH, H. (Wirtschaftlichkeitsrechnung 1959)
Wirtschaftlichkeitsrechnung bei unsicheren Erwartungen, Köln und Opladen 1959

ALBACH, H. (Produktionsplanung 1962)
Produktionsplanung auf der Grundlage technischer Verbrauchsfunktionen, Arbeitsgemeinschaft für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen, Heft 105, Köln und Opladen 1962

ALBACH, H. (Verhältnis 1963)
Das Verhältnis der Wirtschaftswissenschaft zur Praxis, Neue Betriebswirtschaft, 16 (1963), S. 205-209

ALBACH, H. (Investitionsbudget 1967)
Das optimale Investitionsbudget bei Unsicherheit, ZfB, 37 (1967), S. 503-518

ALBACH, H. (Planning 1967)
Long Range Planning in Open-Pit Mining, MS, Vol. 13 (1967), S. B 549-B 568

ALBACH, H. (Einführung 1968)
Einführung in die Betriebswirtschaftslehre, Wiesbaden 1968

ALBACH, H. (Systeme 1969)
Systeme der Planung in großen Unternehmensgruppen, in: Unternehmerische Planung und Entscheidung, hrsg. von W. Busse von Colbe und P. Meyer-Dohm, Bochumer Beiträge zur Unternehmensführung und Unternehmensforschung, Band 2, Bielefeld 1969, S. 11-37

ALBACH, H. (Ungewißheit 1976)
Ungewißheit und Unsicherheit, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaftslehre, hrsg. von E. Grochla und W. Wittmann, 4. Aufl., Stuttgart 1976

ALLAIS, M. (Comportement 1953)
Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risk. Critique des Prosulates et Axiomes de l'Ecole Américaine, Econometrica, Vol. 21 (1953), S. 503-546

ANSCOMBE, F.J.
AUMANN, R.J. (Definition 1963)
A Definition of Subjective Probability, The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 34 (1963), S. 199-205

ARBEITSKREIS HAX DER SCHMALENBACH-GESELLSCHAFT (Entscheidungen 1966)
Unternehmerische Entscheidungen im Absatzbereich, ZfB, 18 (1966), S. 759 ff.

ARROW, K.J.
KARLIN, S.
SCARF, H. (Studies 1958)
Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production, Stanford 1958

BAMBERG, G.
COENENBERG, A. (Entscheidungslehre 1974)
Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre, München 1974

BANSE, K. (Vertriebspolitik 1962)
Vertriebs- (Absatz-) politik, Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, Bd. 4, 3. Aufl., Stuttgart 1962, Sp. 5983 ff.

BEN ISRAEL, A. (Problems 1962)
On Some Problems of Mathematical Programming, Diss. Northwestern University, Evanston, Illinois 1962

BERTHEL, J. (Modelle 1970)
Modelle, allgemein, in: Handwörterbuch des Rechnungswesens, hrsg. von E. Kosiol, Stuttgart 1970

BERTHEL, J. (Unternehmenssteuerung 1973)
Zielorientierte Unternehmenssteuerung. Die Formulierung operationaler Zielsysteme, Stuttgart 1973

BIDLINGMAIER, J. (Unternehmensziele 1964)
Unternehmensziele und Unternehmensstrategien, Wiesbaden 1964

BIERMAN, H.J.
BONINI, Ch.P.
FOURAKER, L.E.
JAEDICKE, R.K. (Analysis 1965)
Quantitative Analysis for Business Decisions, Revised Edition, Homewood, Illinois 1965

BITZ, M. (Risikoeinstellung 1975)
Risikoeinstellung und Risikonutzen, zur Rationalität des Bernoulli-Prinzips, in: Diskussionsbeiträge Fachbereich Wirtschaftswissenschaft, Universität des Saarlandes, Oktober 1975

BITZ, M.
ROGUSCH, M. (Risiko-Nutzen 1976)
Risiko-Nutzen, Geldnutzen und Risikoeinstellung, ZfB, 46 (1976), S. 853-868

BLOECH, J. (Problem 1966)
Zum Problem der nachträglichen Änderung industrieller Produktionsprogramme, ZfB, 36 (1966), S. 186-197

BORCH, K.H. (Verhalten 1969)
Wirtschaftliches Verhalten bei Unsicherheit, Wien, München 1969

BOWMAN, M.J. (Risk 1964)
Risk and Uncertainty, in: Dictionary of the Social Sciences, hrsg. von J. Gould und W.J. Kolbe, Glencoe 1964), S. 605-607

BROCKHOFF, K. (Determining 1972)
On Determining Relative Values, Zeitschrift für Operations Research, 16 (1972), S. 221-232

BROCKHOFF, K. (Planung 1974)
Planung und Prognose in deutschen Großunternehmen, DB, 18(1974), S. 838-841

BRUSBERG, H. (Entwicklungsstand 1965)
Der Entwicklungsstand der Unternehmensforschung mit besonderer Berücksichtigung der Bundesrepublik Deutschland, Wiesbaden 1965

BUCHMANN, K.H. (Marketing-Mix 1973)
Quantitative Planung des Marketing-Mix auf der Grundlage empirisch verfügbarer Informationen, Berlin, New York 1973

BOHLER, W. (Kombiniertes Modell 1971)
Ein kombiniertes Kompensations-Chance-Constrained Modell der stochastischen Linearen Programmierung und seine Anwendung auf ein Investitionsproblem, Diss. Aachen 1971

BOHLER, W.
DICK, R. (Verteilungsproblem 1972)
Stochastische Lineare Optimierung, Das Verteilungsproblem und verwandte Fragestellungen, ZfB, 42 (1972), S. 677-692

BOHLER, W.
DICK, R. (Chance-Constrained-Modell 1973)
Stochastische Lineare Optimierung, Chance-Constrained-Modell und Kompensationsmodell, ZfB, 43 (1973), S. 101-120

BOHLMANN, H.
LOEFFEL, H.
NIEVERGELT, E. (Einführung) 1967)
Einführung in die Theorie und Praxis der Entscheidung bei Unsicherheit, Berlin, Heidelberg, New York 1967

CHARNES, A.
COOPER, W.W.
(Chance-Constrained 1959)
Chance-Constrained-Programming, MS, Vol. 6 (1959), S. 73-79

CHARNES, A.
COOPER, W.W.
(Normal Deviates 1962)
Chance-Constrained-Programming and Normal Deviates, Journal of the American Statistical Association, Vol. 57 (1962), S. 134-148

CHARNES, A.
COOPER, W.W.
(Equivalents 1963)
Deterministic Equivalents for Optimizing and Satisficing under Chance Constraints, OR, Vol. 11 (1963), S. 18-39

CHARNES, A.
KIRBY, M.J.L.
(P-Models 1967)
Some Special P-Models in Chance-Constrained Programming, MS, Vol. 14 (1967), S. 183-195

CHERNOFF, H.
MOSES, E.
(Decision 1959)
Elementary Decision Theory, New York, London 1959

CHORAFAS, D.N.
(Systems 1965)
Systems and Simulation, New York, London 1965

CHURCHMAN, C.W.
ACKOFF, R.
(Measure 1954)
An Approximate Measure of Value, OR, Vol. 2 (1954), S. 172-187

CHURCHMAN, C.W.
ACKOFF, R.L.
ARNOFF, E.L.
(Operations Research 1964)
Operations Research, 2. Aufl., Wien, München 1964

COENENBERG, A.G.
KLEINE-DOEPKE, R.
(Risikopräferenz 1975)
Zur Abbildung der Risikopräferenz durch Nutzenfunktionen. Stellungnahme zur Kritik Jacobs und Lebers am Bernoulli-Prinzip, ZfB, 45 (1975), S. 663-665

COLE, T.D.
(Probability 1970)
How to Obtain Probability Estimates in Capital Expenditure Evaluations : A Practical Approach, Management Accounting, 52 (1970), S. 61-64

CZERANOWSKY, G.
(Programmplanung 1974)
Programmplanung bei Auftragsfertigung unter besonderer Berücksichtigung des Terminwesens, Wiesbaden 1974

DANØ, S.
(Programming 1974)
Linear Programming in Industry. Theory and Applications, 4. Aufl., Wien, New York 1974

DANTZIG, G.B.
(Uncertainty 1955)
Linear Programming under Uncertainty, MS, Vol. 1 (1955), S. 196-207

DANTZIG, G.B.
(Programmierung 1966)
Lineare Programmierung und Erweiterungen, Berlin, Heidelberg, New York 1966

DELLMANN, K.
NASTANSKY, L.
(Produktionsplanung 1969)
Kostenminimale Produktionsplanung bei rein intensitätsmäßiger Anpassung mit differenzierten Intensitätsgraden, ZfB, 39 (1969), S. 239-268

DINKELBACH, W. (Entscheidungen 1962)
Unternehmerische Entscheidungen bei mehrfacher Zielsetzung, ZfB, 32 (1962), S.739-747

DINKELBACH, W. (Sensitivitätsanalysen 1969)
Sensitivitätsanalysen und parametrische Programmierung, Berlin, Heidelberg, New York 1969

DINKELBACH, W. (Zielgewichtung 1969)
Entscheidungen bei mehrfacher Zielsetzung und die Problematik der Zielgewichtung, in: Unternehmerische Planung und Entscheidung, hrsg. von W. Busse von Colbe und P. Meyer-Dohm, Bielefeld 1969, S. 55-70

DINKELBACH, W. (Modell 1973)
Modell - ein isomorphes Abbild der Wirklichkeit? In: Modell- und computergestützte Unternehmensplanung, hrsg. von E. Grochla und N. Szyperski, Wiesbaden 1973, S. 152-162

DINKELBACH, W. (Zielsetzungen 1973)
Zur Frage unternehmerischer Zielsetzungen bei Entscheidungen unter Risiko, in: Zur Theorie des Absatzes, Festschrift zum 75. Geburtstag von E. Gutenberg, hrsg. von H. Koch, Wiesbaden 1973, S. 35-59

DINKELBACH, W. (Entscheidungstheorie 1974)
Entscheidungstheorie, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 4. Aufl., hrsg. von E. Grochla und W. Wittmann, Stuttgart 1974, Sp. 1290-1301

DINKELBACH, W. (Programmierung 1975)
Programmierung, stochastische, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, hrsg. von E. Grochla und W. Wittmann, 4. Aufl., Stuttgart 1975, Sp.3239-3250

DINKELBACH, W. (Sensitivitätsanalysen 1976)
Sensitivitätsanalysen, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, hrsg. von E. Grochla und W. Wittmann, 4. Aufl., Stuttgart 1976, Sp. 3530-3536

DOCK, W.
BLIEFERNICH, M. (Operationsforschung 1971)
Operationsforschung, Band 2, Berlin(Ost) 1971

DORR, W. (Programmierungsmodelle 1972)
Stochastische Programmierungsmodelle als Vektormaximumprobleme, in: Henke, M., u.a. Hrsg., Proceedings in Operations Research, Würzburg 1972, S. 189-199

DORR, W. (Modelle 1973)
Modelle der stochastischen Programmierung, Diss. Regensburg 1973

EISENACH, M. (Steuerplanung 1974)
Entscheidungsorientierte Steuerplanung, Wiesbaden 1974

ELLSBERG, D. (Risk 1961)
Risk Ambiguity and the Savage Axioms, The Quarterly Journal of Economics, Vol. 75 (1961), S. 643-669

ELMAGHRABY, S.E. (Approach 1959)
An Approach to Linear Programming under Uncertainty, OR, Vol. 7 (1959), S. 208-216

ENGELS, W. (Bewertungslehre 1962)
Betriebswirtschaftliche Bewertungslehre im Licht der Entscheidungstheorie, Köln und Opladen 1962

FABER, M.M. (Programmieren 1970)
Stochastisches Programmieren, Würzburg-Wien 1970

FERGUSON, A.R.
DANTZIG G.B. (Allocation 1956)
The Allocation of Aircrafts to Routes - an Example of Linear Programming under Uncertain Demand, MS, Vol. 3 (1956), S. 45-73

FERSCHL, F. (Nutzentheorie 1975)
Nutzen- und Entscheidungstheorie, Einführung in die Logik der Entscheidungen, Opladen 1975

FERSCHL, F. (Wahrscheinlichkeitstheorie 1976)
Wahrscheinlichkeitstheorie, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, hrsg. von E. Grochla und W. Wittmann, 4. Aufl., Stuttgart 1976, Sp. 4318-4328

DE FINETTI, B. (La prêvision 1937)
La prêvision: ses lois logiques, ses sources subjectives, Ann. Inst. Henri Poincarê, 7 (1937), S. 1-68

FISHBURN, P.C. (Utility 1968)
Utility Theory, MS, Vol. 14 (1968), S. 335-378

FISZ, M. (Wahrscheinlichkeitsrechnung 1965)
Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik, 3. Aufl., Berlin 1965

FREMGEN, J.M. (Going Concern 1968)
The Going Concern Assumption. A Critical Appraisal, The Accounting Review, Vol. 43 (1968), S. 649 ff.

FREUND, R.J. (Introduction 1956)
The introduction of risk into a programming model, Econometrica, 24 (1956), S. 253-264

FRIEDMAN, M.
SAVAGE L.J. (Utility 1948)
The Utility Analysis of Choices Involving Risk, The Journal of Political Economy, Vol. 5 (1948), S. 279-304, Wiederabdruck in: The Theory of Business Finance: A Book of Readings, hrsg. von St. H. Archer und Ch. A. D'Ambrosio, New York, London 1967, S. 36-66

GÄFGEN, G. (Theorie 1974)
Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung, 3. Aufl., Tübingen 1974

GÄLWEILER, A. (Unternehmensplanung 1974)
Unternehmensplanung, Grundlagen und Praxis, Frankfurt/Main 1974

GAL, T. (Entscheidungsprobleme 1973)
Betriebliche Entscheidungsprobleme, Sensitivitätsanalyse und Parametrische Programmierung, Berlin, New York 1973

GEBHARDT-SEELE,P. (Rechenmodelle 1962)
Rechenmodelle für wirtschaftliches Lagern und Einkaufen, München, Wien 1962

GEOFFRION, A.M. (Aspiration 1967)
Stochastic programming with aspiration or fractile criteria, MS, Vol. 13 (1967), S. 672-679

GNEDENKO, B.W. (Wahrscheinlichkeitsrechnung 1965)
Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 4. Aufl., Berlin 1965

GOTTINGER, H.W. (Wahrscheinlichkeiten 1974)
Subjektive Wahrscheinlichkeiten, Göttingen 1974

GRAYSON, C.J.Jr. (Decisions 1960)
Decisions under Uncertainty, Boston 1960

GREEN, P.E. (Critique 1967)
Critique of: "Ranking Procedures and Subjective Probability Distributions", MS, Vol.14 (1967), S. B 250-252

GROCHLA, E. (Planung 1964)
Planung, betriebliche, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Band 8, Stuttgart, Tübingen, Göttingen 1964, S. 314-325

GRUPP, B. (Modularprogramme 1973)
Modularprogramme für die Fertigungsindustrie, Berlin, New York 1973

GUTENBERG, E. (Fragen 1966)
Über einige Fragen der neueren Betriebswirtschaftslehre, ZfB, 36 (1966), E 1, S.1-17

GUTENBERG, E. (Die Produktion 1973)
Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 1. Band, Die Produktion, 20. Aufl., Berlin, Heidelberg, New York 1973

GUTENBERG, E. (Der Absatz 1976)
Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 2.Bd. Der Absatz, 15. Aufl., Berlin,Heidelberg, New York 1976

HAAS, Ch. (Unsicherheit 1965)
Unsicherheit und Risiko in der Preisbildung, Köln, Berlin, Bonn, München 1965

HAEGERT, L. (Aussagefähigkeit 1970)
Die Aussagefähigkeit der Dualvariablen und die wirtschaftliche Deutung der Optimalitätsbedingungen beim Chance-Constrained-Programming, in: H. Hax, Entscheidung bei unsicheren Erwartungen, Köln und Opladen 1970, S.101-128

HÄSSIG, K. (Anwendungsmöglichkeiten 1971)
Stochastische lineare Programmierung und ihre Anwendungsmöglichkeiten in der Wirtschaft, Zürich 1971, (Diss. St. Gallen o.J.)

HAHN, G.J. (Evaluation 1971)
Evaluation of a Decision Based on Subjective Probability Estimates, IEEE Transactions on Engineering Management, Vol. 18 (1971),S.12-16

GROCHLA, E. (Modelle 1969)
Modelle als Instrumente der Unternehmensführung, ZfbF, 21 (1969), S. 382-397

HAMEL, W. (Zielvariation 1973)
Zur Zielvariation in Entscheidungsprozessen, ZfbF, 25 (1973), S. 739-759

HAMMANN, P. (Fehlmengen 1969)
Fehlmengen in der Lagerhaltung, Ablauf- und Planungsforschung 1969, S. 373-388

HAMMER, H. (Produktionssteuerung 1970)
Integrierte Produktionssteuerung mit Modularprogrammen, Wiesbaden 1970

HAMPTON, J.M.
MOORE, P.G.
THOMAS, H. (Subjective Probability 1973)
Subjective Probability and its Measurement, Journal of the Royal Statistical Society, A, Vol. 136 (1973), S. 21-42

HANSSMANN, F. (Survival 1968)
Probability of Survival as an Investment Criterion, MS, Vol. 15 (1968), S. 33-48

HAUSCHILDT, J. (Struktur 1973)
Die Struktur von Zielen in Entscheidungsprozessen - Bericht aus einem empirischen Forschungsobjekt, ZfbF, 25 (1973), S. 709-738

HAX, H. (Bewertungsprobleme 1967)
Bewertungsprobleme bei der Formulierung von Zielfunktionen für Entscheidungsmodelle, ZfbF, 19 (1967), S. 749-761

HAX, H. (Investitionsentscheidungen 1970)
Investitionsentscheidungen bei unsicheren Erwartungen, in: Entscheidung bei unsicheren Erwartungen, hrsg. v. H.Hax, Köln und Opladen 1970, S. 129-140

HAX, H. (Preisuntergrenzen 1973)
Preisuntergrenzen bei Ungewißheit über den Auftragseingang, in: Zur Theorie des Absatzes, Festschrift zum 75. Geburtstag von E. Gutenberg, hrsg. von H. Koch, Wiesbaden 1973

HAX, H. (Entscheidungsmodelle 1974)
Entscheidungsmodelle in der Unternehmung, Reinbeck bei Hamburg 1974

HAX, H.
LAUX, H. (Investitionstheorie 1969)
Investitionstheorie, in: Beiträge zur Unternehmensforschung, hrsg. G. Menges, Würzburg, Wien 1969, S. 227-284

HAX, K. (Unternehmensplanung 1966)
Unternehmensplanung und gesamtwirtschaftliche Planung als Instrument elastischer Wirtschaftsführung, ZfbF, 18 (1966), S. 447-465

HEINEN, E. (Wissenschaftsprogramm 1969)
Zum Wissenschaftsprogramm der entscheidungsorientierten BWL, ZfB, 39 (1969), S. 207-220

HEINEN, E. (Industriebetriebslehre 1975)
Industriebetriebslehre als Entscheidungslehre, in: Industriebetriebslehre, Entscheidungen im Industriebetrieb, hrsg. von E. Heinen, 4.Aufl., Wiesbaden 1975

HEINEN, E. (Zielsystem 1976)
Grundlagen betriebswirtschaftlicher Entscheidungen, Das Zielsystem der Unternehmung, 3. Auflage, Wiesbaden 1976

HERTZ, D.B. (Risk Analysis 1964)
Risk Analysis in Capital Investment, Harvard Business Review, 42 (1964), S. 95-106

HESS-KINZER, D. (Fertigungssteuerung 1970)
Fertigungssteuerung mit Modularprogrammen, 2. Aufl., Berlin, Köln, Frankfurt/Main 1975

HILLIER, F.S. (Deviation 1963)
The Deviation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments, MS, Vol. 9 (1963), S. 443-457

HILLIER, F.S. (Chance-Constrained 1967)
Chance-Constrained-Programming with O-1 or Bounded Continues Decision Variables, MS, Vol. 14 (1967), S. 34-57

HOCHSTÄDTER, D. (Lagerhaltungsmodelle 1969)
Stochastische Lagerhaltungsmodelle, Berlin, Heidelberg, New York 1969

HÜLSCHER, K. (Eigenfertigung 1971)
Eigenfertigung oder Fremdbezug, Entscheidungsmodelle für den Wirtschaftlichkeitsvergleich, Wiesbaden 1971

HORVÁTH, P. (Betrieb 1970)
Der Betrieb als lernende Entscheidungseinheit, ZfB, 40 (1970), S. 747-768

HUBER, G.P. (Methods 1974)
Methods for Quantifying Subjective Probabilities and Multi-Attribute Utilities, Decision Science, Vol. 5 (1974), S. 430-459

JACOB, H. (Produktionsplanung 1962)
Produktionsplanung und Kostentheorie, in: Zur Theorie der Unternehmung, hrsg. von H.Koch, Wiesbaden 1962, S. 205 ff.

JACOB, H. (Preispolitik 1963)
Preispolitik, Wiesbaden 1963

JACOB, H. (Flexibilitätsüberlegungen 1967)
Flexibilitätsüberlegungen in der Investitionsrechnung, ZfB, 37 (1967), S. 1-34

JACOB, H. (Problem 1967)
Zum Problem der Unsicherheit bei Investitionsentscheidungen, ZfB, 37 (1967), S. 153-187

JACOB, H. (Einzelfertigung 1971)
Zur optimalen Planung des Produktionsprogramms bei Einzelfertigung, ZfB, 41 (1971), S.495-516

JACOB, H. (Unsicherheit 1974)
Unsicherheit und Flexibilität, Zur Theorie der Planung bei Unsicherheit, ZfB, 44 (1974), Erster Teil S. 299-326, Zweiter Teil S.4o3-448, Dritter Teil S. 505-526

JACOB, H.
LEBER, W. (Bernoulli-Prinzip 1976)
Bernoulli-Prinzip und rationale Entscheidung bei Unsicherheit,ZfB , 46 (1976), S. 177-204

JACOB, H.
LEBER, W. (Erwiderung 1976)
Bernoulli-Prinzip und rationale Entscheidung bei Unsicherheit, Eine Erwiderung auf die Bemerkungen Krelles, ZfB, 46 (1976), S.831-834

KALL, P. (Aussagen 1966)
Qualitative Aussagen zu einigen Problemen der stochastischen Programmierung, Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete, 6 (1966), S. 246-272

KALL, P. (Problem 1967)
Das zweistufige Problem der stochastischen Programmierung, Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete, 8 (1967), S. 101-112

KALL, P. (Produktionsoptimierung 1967)
Produktionsoptimierung mit Hilfe der stochastischen Programmierung, Industrielle Organisation, Jg. 36 (1967a), S. 427-432

KALL, P. (Stand 1968)
Der gegenwärtige Stand der stochastischen linearen Programmierung, Unternehmensforschung, 12 (1968), S. 81-95

KALL, P. (Stochastic 1976)
Stochastic Linear Programming, Berlin, Heidelberg, New York 1976

KAMBARTEL, K.H. (Angebotsplanung 1973)
Systematische Angebotsplanung in Unternehmen der Auftragsfertigung, Möglichkeiten zur Rationalisierung der Angebotserstellung auf der Grundlage definierter Angebotsformen, Diss. Aachen 1973

KARRENBERG, R. (Erweiterungen 1973)
Anwendungsorientierte Erweiterungen der linearen Optimierung, Diss. Hamburg 1973

KARRENBERG, R.
SCHEER, A.W. (Ableitung 1970)
Ableitung des kostenminimalen Einsatzes von Aggregaten zur Vorbereitung der Optimierung simultaner Planungssysteme, ZfB, 40 (1970), S. 689-708

KATOAKA, S. (Model 1963)
A stochastic programming model, Econometrica, Vol. 31 (1963), S. 181-196

KENDALL, M.G. (Ranks 1962)
Ranks and Measures, Biometrika, Vol. 49 (1962), S. 133-137

KERN, W. (Gestaltungsmöglichkeit 1962)
Gestaltungsmöglichkeit und Anwendungsbereich betriebswirtschaftlicher Planungsmodelle, ZfhF, 14 (1962), S. 167-179

KERN, W. (Empfindlichkeit 1963)
Die Empfindlichkeit linear geplanter Programme, in: Angermann, A., Betriebsführung und Operations Research, Frankfurt a.Main 1963

KERN, W. (Kennzahlensysteme 1971)
Kennzahlensysteme als Niederschlag interdependenter Unternehmensplanung, ZfbF, 23 (1971), S. 701-718

KILGER, W. (Produktions- und Kostentheorie 1958)
Produktions- und Kostentheorie, Wiesbaden 1958

KILGER, W. (Kritische Werte 1965)
Kritische Werte in der Investitions- und Wirtschaftlichkeitsrechnung, ZfB, 35 (1965), S. 338-353

KILGER, W. (Entscheidungskriterien 1969)
Entscheidungskriterien zur Wahl zwischen Eigenerstellung und Fremdbezug, in: Das Rechnungswesen als Instrument der Unternehmungsführung, hrsg. von W. Busse von Colbe, Gütersloh 1969, S. 76-121

KILGER, W. (Mehrarbeitszeiten 1971)
Die optimale Planung kapazitätserhöhender Mehrarbeitszeiten und Zusatzschichten im Industriebetrieb, ZfbF, 23 (1971), S. 776-792

KILGER, W. (Beitrag 1973)
Schmalenbachs Beitrag zur Kostenlehre, ZfbF, 25 (1973), S. 522-540

KILGER, W. (Preispolitik 1973)
Optimale Preispolitik bei Saisonschwankungen der Absatzmengen, in: Zur Theorie des Absatzes, hrsg. von H. Koch, Wiesbaden 1973, S.175-214

KILGER, W. (Optimale 1973)
Optimale Produktions- und Absatzplanung, Opladen 1973

KILGER, W. (Flexible 1974)
Flexible Plankostenrechnung, 6. Auflage, Opladen 1974

KILGER, W. (Produktionsprogrammplanung 1975)
Die Produktionsprogrammplanung mit Hilfe der mathematischen Programmierung - kritische Analyse der praktischen Anwendungsmöglichkeiten, in: H.R. Hansen, Hrsg.,Informationssysteme im Produktionsbereich, Wien 1975

KILGER, W. (Entstehung 1976)
Die Entstehung und Weiterentwicklung der Grenzplankostenrechnung als entscheidungsorientiertes System der Kostenrechnung, in: Schriften zur Unternehmensführung, hrsg. von H. Jacob, Band 21, Neuere Entwicklungen in der Kostenrechnung, Wiesbaden 1976

KILGER, W. (Einführung 1976)
Einführung in die Kostenrechnung, Opladen 1976

KIRSCH, W. (Gewinn 1968)
Gewinn und Rentabilität - Ein Beitrag zur Theorie der Unternehmungsziele, Wiesbaden 1968

KIRSCH, W. (Entscheidungsprozesse I, 1970)
Entscheidungsprozesse, Band I, Verhaltenswissenschaftliche Ansätze der Entscheidungstheorie, Wiesbaden 1970

KLEIN, H. (Heuristische Entscheidungsmodelle 1971)
Heuristische Entscheidungsmodelle, Wiesbaden 1971

KNIGHT, F.H. (Risk 1921)
Risk, Uncertainty and Profit
Boston, New York 1921, reprinted Chicago 1957

KNITTEL, K. (Risikoproblem 1939)
Das Risikoproblem des Warenhandels in der gelenkten und vollbeschäftigten Wirtschaft, Diss. Frankfurt/Main 1939

KOCH, H. (Planung 1961)
Betriebliche Planung, Grundlagen und Grundfragen der Unternehmenspolitik, Wiesbaden 1961

KOCH, H. (Unternehmensplanung 1963)
Die Unternehmensplanung und ihre Bedeutung, in: Unternehmensplanung, hrsg. von K.Agthe und E. Schnaufer, Baden-Baden 1963

KOCH, H. (Wirtschaftsunruhe 1976)
Wirtschaftsunruhe und Unternehmensplanung, ZfbF, 28 (1976), S. 330-341

KÜHLER, R. (Problem 1968)
Das Problem "richtiger" preispolitischer Entscheidungen bei unvollkommener Voraussicht, ZfbF, 20 (1968), S. 249 ff.

KOLLER, H. (Methode 1966)
Simulation als Methode in der Betriebswirtschaft, ZfB, 36 (1966), S. 95 ff.

KOLLER, H. (Simulation 1969)
Simulation und Planspieltechnik, Wiesbaden 1969

KOLLER, H. (Simulation in der BWL 1976)
Simulation in der Betriebswirtschaftslehre, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, Hrsg. E. Grochla und W. Wittmann, 4. Aufl., Stuttgart 1976, Sp. 3537-3546

KOSIOL, E. (Modellanalyse 1961)
Modellanalyse als Grundlage unternehmerischer Entscheidungen, ZfhF, 13 (1961), S. 318-334

KOSIOL, E. (Zur Problematik 1967)
Zur Problematik der Planung in der Unternehmung, ZfB, 37 (1967), S. 77-96

KOTTKE, E. (Beschaffungsmenge 1966)
Die optimale Beschaffungsmenge, Berlin 1966

KOXHOLT, R. (Simulation 1967)
Die Simulation - ein Hilfsmittel der Unternehmensforschung, München und Wien 1967

KRELLE, W. (Entscheidungstheorie 1968)
Präferenz- und Entscheidungstheorie, Tübingen 1968

KRELLE, W. (Bemerkungen 1976)
Einige Bemerkungen zu Jacobs und Lebers "Rationaler Entscheidung bei Unsicherheit", ZfB, 46 (1976), S. 522-523

KRÜSKE, J. (Integrierte Unternehmensplanung 1970)
Integrierte Unternehmensplanung, Besprechungsaufsatz zu J. Schweim, Integrierte Unternehmensplanung, Bielefeld 1969, ZfbF, 22 (1970), S. 267-279

KRUSCHWITZ, L. (Eigenerzeugung 1971)
Eigenerzeugung oder Beschaffung? Eigenverwendung oder Absatz? Zweckmäßige Optimierungsmethoden für industrielle Entscheidungsalternativen, Berlin 1971

KUPSCH, P.U. (Risiko 1973)
Das Risiko im Entscheidungsprozeß, Wiesbaden 1973

LASSMANN, G. (Produktionsfunktion 1958)
Die Produktionsfunktion und ihre Bedeutung für die betriebswirtschaftliche Kostentheorie, Köln und Opladen 1958

LAUX, H. (Investitionsplanung 1971)
Flexible Investitionsplanung, Opladen 1971

LAUX, H. (Auftragsselektion 1971)
Auftragsselektion bei Unsicherheit, ZfbF, 23 (1971), S. 164-180

LAUX, H. (Entscheidung 1976)
Zur Entscheidung beim Fehlen objektiver Wahrscheinlichkeiten, ZfB, 46 (1976), S. 59-68

LAUX, H.
FRANKE, G. (Erfolg 1970)
Der Erfolg im betriebswirtschaftlichen Entscheidungsmodell, ZfB, 40 (1970), S. 31-52

LEBER, W. (Rationalität 1975)
Zur Rationalität von Entscheidungskriterien bei Unsicherheit, ZfB, 45 (1975), S. 493-497

LUCE, R.D.
RAIFFA, H. (Games 1957)
Games and Decisions, New York, London 1957

LUDEWIG, J. (Simulationsmodelle 1975)
Simulationsmodelle ganzer Unternehmungen, Wiesbaden 1975

MAC CRIMMON, K.R. (Implications 1968)
Descriptive and Normative Implications of the Decision-Theory Postulates, in: Risk and Uncertainty, hrsg. von K. Borch und J. Mossin, London, Melburne, Toronto, New-York 1968, S. 3-23

MADANSKY, A. (Results 1959)
Some results and problems in stochastic linear programming, The RAND-Corporation, Paper P-1596, 1959

MADANSKY, A. (Solution 1962)
Methods of solution of linear programs, under uncertainty, OR, Vol. 10 (1962) S. 463-471

MADANSKY, A. (Advances 1963)
Linear Programming under Uncertainty, in: Recent Advances in Mathematical Programming, hrsg. von R.L. Graves und Ph. Wolfe, New York 1963, S. 103-110

MÄNNEL, W. (Wahl 1968)
Die Wahl zwischen Eigenfertigung und Fremdbezug, Theoretische Grundlagen - Praktische Fälle, Herne, Berlin 1968

MAG, W. (Entscheidung 1977)
Entscheidung und Information, München 1977

MAG, W. (Planungsstufen 1971)
Planungsstufen und Informationsteilprozesse, ZfbF, 23 (1971), S. 803-830

MAHLERT, A. (Abschreibungen 1976)
Die Abschreibungen in der entscheidungsorientierten Kostenrechnung, Opladen 1976

MANS, G. (Stand 1973)
Stand und Entwicklung von Planungssystemen in Unternehmen der BRD, Analyse einer empirischen Untersuchung, in: Modell- und computergestützte Unternehmensplanung, hrsg. von E. Grochla und N. Szyperski, Wiesbaden 1973, S. 41-63

MARKOWITZ, H.M. (Portfolio 1959)
Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments, New York, London 1959

MARTI, K. (Konvexitätsaussagen 1971)
Konvexitätsaussagen zum linearen stochastischen Optimierungsproblem, Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete, 18 (1971), S. 159-166

Marti, K. (Entscheidungsprobleme 1972)
Entscheidungsprobleme mit linearem Aktionen- und Ergebnisraum, Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete, 23 (1972), S. 133-147

MATTESSICH, R. (Grundlagen 1970)
Die wissenschaftlichen Grundlagen des Rechnungswesens. Eine analytische und erkenntnistheoretische Darstellung doppischer Informationssysteme für Betriebs- und Volkswirtschaft, Düsseldorf 1970

MAWICK, P. (Konstanten 1965)
Die Konstanten in der Zielfunktion linearer Produktionsprogramme, Hamburg 1965

MEFFERT, H. (Anwendung 1971)
Die Anwendung mathematischer Modelle im Marketing, Teil 1 und Teil 2, in: Schriften zur Unternehmensführung, hrsg. von H. Jacob, Bd. 14, Marketing und Unternehmensführung, Wiesbaden 1971, S. 93 ff., Bd. 15, Rationeller Einsatz der Marketing Instrumente, Wiesbaden 1971, S. 23 ff.

MELLEROWICZ, K. (Angewandte betriebswirtschaftliche Planung 1966)
Angewandte betriebswirtschaftliche Planung, ZfB, 36 (1966), S. 469-473

MELLEROWICZ, K. (Betriebliche Planung 1970)
Planung und Plankostenrechnung, Band 1, Betriebliche Planung, 2. Aufl., Freiburg i.Br. 1970

MENGES, G. (Wahrscheinlichkeitsinterpretationen 1965)
Über Wahrscheinlichkeitsinterpretationen, Statistische Hefte, 6 (1965), S. 81-96

MENGES, G. (Grundriß 1968)
Grundriß der Statistik, Teil 1: Theorie, Köln und Opladen, 1968

MENGES, G. (Entscheidungstheorie 1969)
Statistische Entscheidungstheorie, in: Beiträge zur Unternehmensforschung, Gegenwärtiger Stand und Entwicklungstendenzen, hrsg. von G. Menges, Würzburg, Wien 1969

MENGES, G. (Grundmodelle 1974)
Grundmodelle wirtschaftlicher Entscheidungen, 2. Aufl., Düsseldorf 1974

MENGES, G.
DIEHL, H. (Eignung 1966)
Über die operationelle Eignung von Entscheidungsmodellen, Statistische Hefte, 7 (1966), S. 30-41

MENGES, G.
SKALA, H.J. (Daten 1973)
Grundriß der Statistik, Teil 2: Daten, Opladen 1973

MERTENS, P. (Simulation 1969)
Simulation, Stuttgart 1969

MERTENS, P. Hrsg. (Prognoserechnung 1976)
Prognoserechnung, 2. Aufl., Würzburg, Wien 1976

MEYER, M.
STEINMANN, H. (Planungsmodelle 1971)
Planungsmodelle für die Grundstoffindustrie, Würzburg, Wien 1971

MILLER, G.A. (Magical 1969)
The Magical Number Seven, Plus or Minus Two, Some Limits on Capacity for Processing Information, in: Organisational Decision Making, hrsg. von M. Alexis und C.Z. Wilson, Englewood Cliffs, N. Y., 1969, S. 107 ff.

MILLER, B.L.
WAGNER, H.M. (Joint Constraints 1965)
Chance-Constrained-Programming with joint constraints, OR, Vol. 13 (1965), S. 930-945

MORRISON, D.G. (Critique 1967)
Critique of: "Ranking Procedures and Subjective Probability Distributions", MS, Vol. 14 (1967), S. B253-254

MOSTELLER, F. (Measurement 1951)
An Experimental Measurement of Utility, The Journal of Political Economy, Vol. 59 (1951), S. 371-404

MÖLLER, H. (Portfolio Selection 1970)
Portfolio Selection, Wiesbaden 1970

MÖLLER, W. (Simulation 1969)
Die Simulation betriebswirtschaftlicher Informationssysteme, Wiesbaden 1969

MÖLLER-MERBACH, H. (Kapazitätsabstimmung 1968)
Kapazitätsabstimmung mit Hilfe der ganzzahligen linearen Planungsrechnung im Steinkohlenbergbau - Eine Ergänzung, ZfbF, 20 (1968), S. 227-233

MÖLLER-MERBACH, H. (Operations Research 1971)
Operations Research, 2. Aufl., München 1971

MÖLLER-MERBACH, H. (Risikoanalyse 1971)
Risikoanalyse, in: Management Enzyklopädie, Bd. 5, München 1971, S. 176-183

NADDOR, E. (Systems 1966)
Inventory Systems, New York, London, Sydney 1966

NÄSLUND, B. (Model 1966)
A model of capital budgeting under risk, Journal of Business, 39 (1966), S. 257-271

NÄSLUND, B. (Decisions 1967)
Decisions under Risk, Economic Applications of Chance-Constrained Programming, Stockholm 1967

VON NEUMANN, J.
MORGENSTERN, O. (Theory 1944)
Theory of Games and Economic Behaviour, 1. Aufl., Princeton, N. Y., 1944

VON NEUMANN, J.
MORGENSTERN, O. (Spieltheorie 1967)
Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten, 2. Auflage, Würzburg 1967

NIESCHLAG, R.
DICHTL, E.
HÖRSCHGEN, H. (Marketing 1971)
Marketing, Berlin 1971

OBERPARLEITER, K. (Funktionenlehre 1930)
Funktionen- und Risikenlehre des Warenhandels, Wien 1930

ORTH, L. (Finanzplanung 1961)
Die kurzfristige Finanzplanung industrieller Unternehmungen, Köln und Opladen 1961

PACK, L. (Bestellmenge 1963)
Optimale Bestellmenge und optimale Losgröße - Zu einigen Problemen ihrer Ermittlung, ZfB, 33 (1963), S. 573 ff.

PERRY, C.
GREIG, I.D. (Estimating 1975)
Estimating the Mean and Variance of Subjective Distributions in PERT and Decision Analysis, MS, Vol. 21 (1975), S. 1477-1480

POENSGEN, O.H. (Geschäftsbereichsorganisation 1973)
Geschäftsbereichsorganisation, Opladen 1973

RAIFFA, H.
SCHLAIFER, R. (Decision 1961)
Applied Statistical Decision Theory, Boston 1961

RAMSEY, F.P. (Foundations 1931)
The Foundations of Mathematics and other Logical Essays, London 1931 (reprinted 1954)

RAPPAPORT, A. (Sensitivity Analysis 1967)
Sensitivity Analysis in Decision Making, The Accounting Review, 42 (1967), S.441-456

REHBERG, J. (Wert 1973)
Wert und Kosten von Informationen, Frankfurt/Main, Zürich 1973

RIEPER, B. (Entscheidungsmodelle 1973)
Entscheidungsmodelle zur integrierten Absatz- und Produktionsprogrammplanung für ein Mehrprodukt-Unternehmen, Wiesbaden 1973

RKW Rationalisierungskuratorium der Deutschen Wirtschaft, (Planung in amerikanischen Unternehmen 1962)
Planung und Planungsrechnung in amerikanischen Unternehmen, Praxisbeispiel 1 zur Unternehmensplanung, Berlin, Köln, Frankfurt a.M. 1962

RKW Rationalisierungskuratorium der Deutschen Wirtschaft, (Planung bei Schaub 1962)
Planung und Planungsrechnung bei Schaub, Ein Beispiel der Unternehmensplanung in der Praxis, 2. Aufl., Berlin, Köln, Frankfurt a.M. 1962

RÖDDER, W. (Lösungsvorschläge 1971)
Lösungsvorschläge für stochastische Zielprogramme, in: Proceedings in Operations Research - Vorträge der DGU Jahrestagung 1971, hrsg. von M. Henke et al., Band 1, Würzburg, Wien 1971

SABEL, H. (Grundlagen 1965)
Die Grundlagen der Wirtschaftlichkeitsrechnungen, Berlin 1965

SAUERMANN, H.
SELTEN, R. (Anspruchsanpassungstheorie 1962)
Anspruchsanpassungstheorie der Unternehmung, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd. 118 (1962), S. 577-597

SAVAGE, L.J. (Foundations 1954)
The Foundations of Statistics, New York, London 1954

SEILER, R. (Auswirkungen 1966)
Die Auswirkungen der Lagerdispositionen des Handels und der Industrie auf den Auftragseingang vorgelagerter Stufen - dargestellt am Beispiel der Textilwirtschaft, Opladen 1966

SENGUPTA, J.K. (Stochastic Programming 1972)
Stochastic Programming - Methods and Applications, Amsterdam, New York 1972

SENGUPTA, J.K. (Applications 1963)
TINTNER, G.
MORRISON, B. Stochastic Linear Programming with Applications to Economic Models, Econometrica, 30 (1963), S. 262-276

SIMON, H.A. (Theories 1959)
Theories of Decision-Making in Economics and Behavioral Science, The American Economic Review, Vol. 49 (1959), S.253-283

SIMON, H.A. (Models 1967)
Models of Man, Social and Rational, New York, London 1967

SMITH, L.H. (Procedures 1967)
Ranking Procedures and Subjective Probability Distributions, MS, Vol. 14 (1967), S.B 236-B 249

SOUDER, W.E. (Validity 1969)
The Validity of Subjective Probability of Success Forecasts by R & D Project Managers, IEEE Transactions on Engineering Management, Vol. 16 (1969), S. 35-49

SPETZLER, C.S. (Probability 1975)
STAËL VON HOLSTEIN, C.-A.S. Probability Encoding in Decision Analysis, MS, Vol. 22 (1975), S. 340-358

SUNDHOFF, E. (Absatzbindungen 1968)
Über vertikale Absatzbindungen, in: Betriebswirtschaft und Marktpolitik, Festschrift für R. Seyffert zum 75. Geburtstag von E. Kosiol und E. Sundhoff, Köln und Opladen 1968, S. 479 ff.

SWALM, R.O. (Utility 1966)
Utility Theory. Insights into Risk Taking, Harvard Business Review, Vol 44 (1966) S. 123-136

SZYPERSKI, N. (Entscheidungstheorie 1974)
WIENAND, U. Entscheidungstheorie, Stuttgart 1974

SCHÄFER, R.E. (Assessment 1973)
BORCHERDING, K. The Assessment of Subjective Probability Distributions: A Training Experiment, Acta Psychologica, Vol. 37 (1973), S.117-129

SCHAICH, E. (Statistik I 1974)
KÖHLE, D.
SCHWEITZER, W. Statistik I für Volkswirte, Betriebswirte
WEGNER, F. und Soziologen, München 1974

SCHEER, A.W. (Instandhaltungspolitik 1974)
Instandhaltungspolitik, Wiesbaden 1974

SCHEER, A.W. (EDV-Systeme 1975)
EDV-Systeme zur Organisation industrieller Produktionssysteme, in: Handbuch Organisation, hrsg. von P. Linnert, Gernsbach/Baden 1975 , S. 230-253

SCHLAIFER, R. (Analysis 1969)
Analysis of Decision under Uncertainty, New York et al. 1969

SCHMIDT, R.B. (Instrumentalfunktion 1967)
Die Instrumentalfunktion der Unternehmung - Methodische Perspektiven zur betriebswirtschaftlichen Forschung, ZfbF, 19 (1967), S. 233-245

SCHNEEWEISS, H. (Schema 1962)
Ein allgemeines Schema des stochastischen Programmierens, Statistische Hefte, 3 (1962), S. 131-157

SCHNEEWEISS, H. (Grundmodell 1966)
Das Grundmodell der Entscheidungstheorie, Statistische Hefte, 7 (1966), S.125-137

SCHNEEWEISS, H. (Entscheidungskriterien 1967)
Entscheidungskriterien bei Risiko, Ökonometrie und Unternehmensforschung VI, Berlin, Heidelberg, New York 1967

SCHNEEWEISS, H. (Unverträglichkeit 1968)
Die Unverträglichkeit von μ,σ -Prinzip und Dominanzprinzip, Unternehmensforschung, 12 (1968), S. 180-184

SCHNEIDER, D. (Investition 1974)
Investition und Finanzierung, 3. Aufl., Opladen 1974

SCHOLER, W. (Anlageneinsatz 1970)
Optimaler Anlageneinsatz im Einproduktunternehmen, Diss. Bonn 1970

SCHOTT, K.P. (Unterstützung 1976)
Unterstützung der Schätzung subjektiver Wahrscheinlichkeiten durch formale Prozesse, Manuskripte aus dem Institut für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, Nr.34, Mai 1976

SCHWARTZ, B.L. (Approach 1966)
A New Approach to Stockout Penalties, MS, Vol. 12 (1966), S. B 538-544

SCHWARZE, J. (Ansätze 1967)
Stochastische Ansätze in der Theorie der Unternehmung, in: Schriften zur wirtschaftswissenschaftlichen Forschung, Band 23, Meisenheim a. Glan 1967

SCHWEIM, J. (Integrierte Unternehmensplanung 1969)
Integrierte Unternehmensplanung, Bielefeld 1969

STADLER, M. (Stadler 1932)
Studien aus der Theorie des Risikos, Wien 1932

STARR, M.K.
MILLER, D.W. (Inventory 1962)
Inventory Control: Theory and Practice, Englewood Cliffs, N.J. 1962

STEGMÖLLER, W. (Wahrscheinlichkeit 1973)
Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie, Band IV, Personelle und Statistische Wahrscheinlichkeit, Erster Halbband, Berlin, Heidelberg, New York 1973

STORM, R. (Wahrscheinlichkeitsrechnung 1965)
Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle, Leipzig 1965

STREITFERDT, L. (Risikotheorie 1973)
Grundlagen und Probleme der betriebswirtschaftlichen Risikotheorie, Wiesbaden 1973

STUHR, R. (Produktionsplanung 1967)
Produktionsplanung (Besprechungsaufsatz), Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, 1967, S. 107-113

TIETZ, B. (Methoden 1969)
Grundlagen der Handelsforschung, Marketing-Theorie, Erster Band, Die Methoden, Rüschlikon-Zürich 1969

TIETZ, B. (Marketing-Politik 1975)
Die Grundlagen des Marketing, Zweiter Band, Die Marketing-Politik, München 1975

TINTNER, G. (Stochastic 1955)
Stochastic Linear Programming with Applications to Agricultural Economics, in: Second Symposium on Linear Programming, hrsg. von H.A. Antosiewicz, 1, Washington 1955, S. 197-228

TINTNER, G. (Use 1960)
The Use of Stochastic Linear Programming in Planning, The Indian Economic Review, Vol. 5 (1960), S. 159-167

TINTNER, G. (Note 1960)
A Note on Stochastic Linear Programming, Econometrica, 28 (1960a), S. 490-495

TINTNER, G. (Programming 1965)
Stochastic Linear Programming with Illustrations, in: Henn, R. (Hrsg.): Operations-Research-Verfahren II, Meisenheim 1965, S. 108-121

TURNER, B.E. (Risikoanalyse 1972)
Die Risiko-Analyse als Entscheidungshilfe bei der betrieblichen Anwendung klassischer preistheoretischer Modelle, Frankfurt a.M. 1972

VAJDA, S. (Probabilistic Programming 1972)
Probabilistic Programming, New York, London 1972

VAN DE PANNE, C.
POPP, W. (Minimum Cost 1963)
Minimum-Cost Cattle Feed under Probabilistic Protein Constraints, MS, Vol. 9 (1963), S. 405-430

VAZSONYI, A. (Planungsrechnung 1962)
Die Planungsrechnung in Wirtschaft und Industrie, Wien, München 1962

VISCHER, P. (Produktions- und Absatzplanung 1967)
Simultane Produktions- und Absatzplanung, Wiesbaden 1967

WAGNER, H.M. (Principles 1972)
Principles of Operations Research, With Applications to Managerial Decisions, London 1972

WALKUP, D.W.
WETS, R.J.B. (Recourse 1967)
Stochastic Programs with Recourse, SIAM J. Appl. Math., 15 (1967), 1299-1314

WEBER, H. (Spannweite 1964)
Die Spannweite des betriebswirtschaftlichen Planungsbegriffs, ZfbF, 16 (1964), S. 716-724

WEINERT, H. (Bibliographie 1968)
Bibliographie über Optimierungsprobleme unter Ungewißheit, Operationsforschung und Mathematische Statistik, 1 (1968), S. 137-151

WEISMAN, J.
HOLZMAN, G. (Engineering 1972)
Engineering design optimization under risk, MS, Vol. 19 (1972), S. 235-249

WERNER, M. (Optimierungsmodelle 1973)
Stochastische lineare Optimierungsmodelle, Frankfurt am Main 1973

WETS, R. (Complete Problem 1966)
Programming under Uncertainty: The Complete Problem, Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete, 4 (1965/66), S. 316-339

WILD, J. (Unternehmerische Entscheidungen 1969)
Unternehmerische Entscheidungen, Prognosen und Wahrscheinlichkeit, ZfB, 39 (1969), E II, S. 60-89

WILD, J. (Verfahren 1970)
Verfahren der Planungsrechnung, in: Handwörterbuch des Rechnungswesens, hrsg. v. E. Kosiol, Stuttgart 1970, Sp. 1412-1424

WILD, J. (Grundlagen 1974)
Grundlagen der Unternehmensplanung, Reinbeck bei Hamburg 1974

WINKLER, R.L. (Consensus 1968)
The Consensus of Subjective Probability Distributions, MS, Vol. 15 (1968), S. B 61-B 75

WINKLER, R.L. (Assessment 1967)
The Assessment of Prior Distributions in Bayesian Analysis, Journal of the American Statistical Association, Vol. 62 (1967), S. 776-800

WITTE, T. (Simulationstheorie 1973)
Simulationstheorie und ihre Anwendung auf betriebliche Systeme, Wiesbaden 1973

WITTMANN, W. (Unternehmung 1959)
Unternehmung und unvollkommene Information, Köln und Opladen 1959

WITTMANN, W. (Entscheiden 1975)
Entscheiden unter Ungewißheit, Sitzungsberichte der Wissenschaftlichen Gesellschaft an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, Bd. 13, Nr. 3, Wiesbaden 1975

WÖHE, G. (Einführung 1973)
Einführung in die allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 11.Aufl., München 1973

WOSSIDLO, P.R. (Reservierung 1970)
Unternehmenswirtschaftliche Reservierung, Berlin 1970

ZELLMER, G. (Problemstellungen 1969)
Über Problemstellungen in der stochastischen linearen Optimierung, Mathematik und Wirtschaft, Berlin (Ost), Bd. 6 (1969), S. 11-44

ZIMMERMANN, H.J. GAL,T. (Redundanz 1975)
Redundanz und ihre Bedeutung für betriebliche Optimierungsentscheidungen, ZfB, 45 (1975), S. 221-236

difo-druck · 8600 bamberg